מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד ב
الموعد "ب"

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, **מועד ב**
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2021، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبه: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך —
25×4 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن أربعة أسئلة حسب اختيارك.
25×4 = 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لك النّجاح!

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن أربعة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 25 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. تتدرّب نادية ودالية ورانية على السير والركض في مسار AB طوله 40 كم.
في الساعة 8:00 خرجت نادية من النقطة A وسارت بسرعة 4 كم/الساعة باتّجاه النقطة B.
في الساعة 9:36 خرجت دالية من النقطة B وركضت باتّجاه النقطة A.
بعد ساعتين من خروج نادية، خرجت رانية من النقطة B وركضت بسرعة 12 كم/الساعة باتّجاه النقطة A.
التقت نادية ورانية، وبعد ذلك واصَلتا طريقهما.
بعد ساعة وَ 36 دقيقة من لقاء نادية ورانية، وصلت دالية إلى النقطة A.
سرعة كلّ واحدة من المُتدرِّبات هي ثابتة خلال التدريب كلّه.

أ. في أيّة ساعة التقت نادية ورانية؟

ب. ما هي سرعة ركض دالية؟ علّل إجابتك.

جـ. هل التقت المُتدرِّبات الثلاث في نقطة واحدة على طول المسار؟ علّل إجابتك.

كلّ مُتدرِّبة تصل إلى طرف المسار، تستدير فورًا وتعود إلى النقطة التي خرجت منها.

د. في أيّ بُعد عن النقطة B التقت نادية ورانية في المرّة الثانية؟ علّل إجابتك.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة a_n ، حدودها ... , a_3 , a_2 , a_1 ، وأساسها q .

أ. عبّر بدلالة a_1 وَ q عن قيمتَي المَجْموعَيْن اللذين أمامك.

(1) $A = a_2 + a_4 + a_6 + ... + a_{40}$.

(2) $B = a_4 + a_8 + a_{12} + ... + a_{40}$.

معطى أنّ a_n هي متوالية تصاعديّة، وأنّ $\frac{A}{B} = \frac{10}{9}$.

ب. جد قيمة q .

يَبنون من المتوالية a_n المعطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة b_n تحقّق لكلّ n طبيعيّ: $b_n = 3 \cdot a_{n+1}$.

جـ. جد أساس المتوالية b_n .

يَبنون متوالية هندسيّة لانهائيّة جديدة: ... , $\frac{1}{b_4}$, $-\frac{1}{b_3}$, $\frac{1}{b_2}$, $-\frac{1}{b_1}$.

د. عبّر عن مجموع كلّ حدود المتوالية الجديدة بدلالة a_1 .

معطاة المتوالية: b_1 , a_1 , $\frac{1}{a_1}$.

هـ. **(1)** هل يمكن أن تكون هذه المتوالية حسابيّة؟ علّل إجابتك.

(2) هل يمكن أن تكون هذه المتوالية هندسيّة؟ علّل إجابتك.

3. في مسابقة رياضيّة تُجرى في مدرسة معيّنة، يشترك عدد كبير من الطلّاب. يجب على كلّ مُشترِك أن ينجح في اجتياز 3 عوائق الواحد تلو الآخر حسب الترتيب. المُشترِك الذي لا ينجح في اجتياز عائق يُخرَج فورًا من المسابقة. احتمال النجاح في اجتياز عائق يختلف من عائق إلى آخر، لكنّ هذا الاحتمال متساوٍ لجميع المشتركين. المُشترِك الذي ينجح في اجتياز جميع العوائق الثلاثة يرتقي إلى مرحلة نصف النهائيّ.

28% من المشتركين في المسابقة نجحوا في اجتياز العائقَيْن الأوّلَيْن. الاحتمال بأن يُخرَج من المسابقة مُشترِك نجح في اجتياز العائقَيْن الأوّلَيْن هو 3 أضعاف احتمال ارتقائه إلى مرحلة نصف النهائيّ.

أ. احسب الاحتمال أن يرتقي مُشترِك في المسابقة إلى مرحلة نصف النهائيّ.

الاحتمال بأن ينجح مُشترِك في اجتياز العائق الأوّل ولا يجتاز العائق الثاني هو 0.42 .

ب. احسب الاحتمال بأن لا ينجح مُشترِك في المسابقة في اجتياز العائق الأوّل.

جـ. اختاروا بشكل عشوائيّ ثلاثة مُشترِكين: عمر وجميل ولبيب. معلوم أنّ ثلاثتهم نجحوا في اجتياز العائق الأوّل.

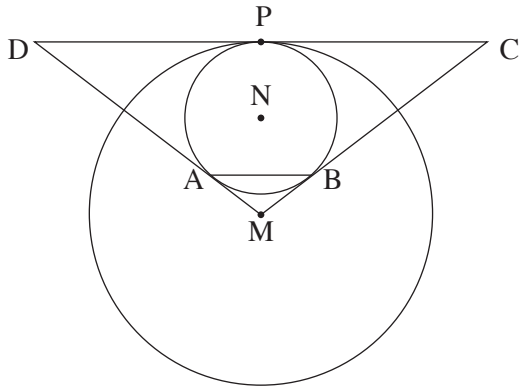
(1) احسب الاحتمال بأن يرتقي بالضبط اثنان منهم إلى مرحلة نصف النهائيّ.

(2) احسب الاحتمال بأن يرتقي من بين الثّلاثة، عمر وجميل فقط، إلى مرحلة نصف النهائيّ.

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. دائرتان تمسّان إحداهما الأخرى من الداخل في النقطة P (انظر الرسم).
مركزا الدائرتين هما النقطتان M وَ N ،
ونصفا قطرَيْهما هما R_1 وَ R_2 بالتلاؤم، $R_2 < R_1$.
يمرّرون مماسًّا مشتركًا للدائرتين عبر النقطة P .
يخرج من النقطة M مستقيمان يمسّان الدائرة التي مركزها N في النقطتين A وَ B .
هذان المستقيمان يقطعان المماسّ المشترك للدائرتين
في النقطتين C وَ D ، كما هو موصوف في الرسم.



أ. برهن أنّ $AB \perp MN$.

ب. برهن أنّ $AB \parallel DC$.

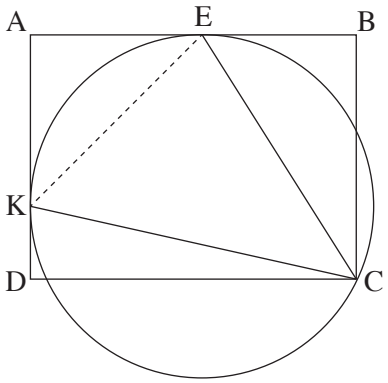
جـ. برهن أنّ $NB \cdot MC = MN \cdot \frac{DC}{2}$.

معطى أنّ: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{7}{3}$, $MN = 8$.

د. **(1)** جد R_1 وَ R_2 .

(2) جد DC .

5. الشكل الرباعيّ ABCD هو مستطيل، اثنان من أضلاعه، AB وَ AD ،
يمسّان دائرة نصف قطرها R في النقطتين E وَ K بالتلاؤم
(انظر الرسم).
النقطة C تقع على محيط الدائرة.



أ. برهن أنّ: $\sphericalangle KCE = 45^o$.

معطى أنّ: $\sphericalangle KCD = \alpha$ ، $0^o < \alpha < 45^o$.

ب. **(1)** عبّر بدلالة α عن زوايا المثلّث KCE .

(2) عبّر بدلالة R وَ α عن أطوال أضلاع المثلّث KCE .

جـ. عبّر بدلالة α عن النسبة $\frac{EB}{AE}$.

معطى أنّ: $\frac{EB}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

د. احسب α .

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}$ ، $a>0$ هو پارامتر.

عبّر عن إجاباتك بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. برهن أنّ الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة.

جـ. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(2) جد معادلات خطوط التقارب العموديّة للمحورين، للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه الخطوط).

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $(f(x))^2$ التي مجال تعريفها مطابق لمجال تعريف الدالّة $f(x)$.

د. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $(f(x))^2$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

معطاة الدالّة $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$. مجال تعريف الدالّة $g(x)$ مطابق لمجال تعريف الدالّة $f(x)$.

هـ. اعتمِد على البنود السابقة، وارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

عوِّض: $a=2$.

و. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=3$ وَ $x=4$.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{\cos^2(x)}{\sin(x)}+3$.

أجب عن البنود التي أمامك في المجال $0 \le x \le 2\pi$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد مجالات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

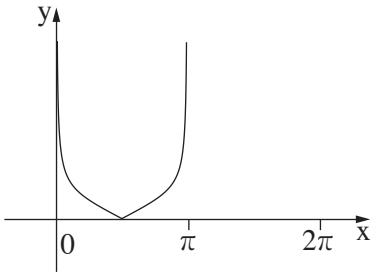
(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

(4) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

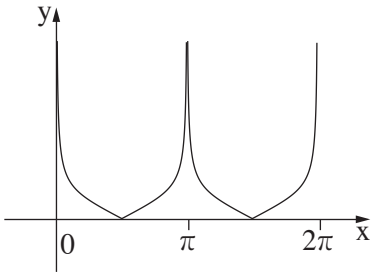
ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّتان: $k(x)=f(x)-3$ ، $g(x)=\sqrt{f(x)-3}$.

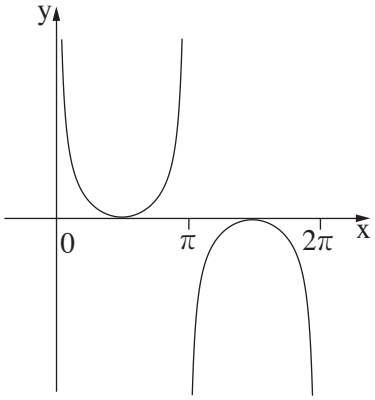
جـ. أحد الرسوم البيانيّة "أ – د" التي أمامك يصف الدالّة $k(x)$ ، وأحد الرسوم البيانيّة يصف الدالّة $g(x)$.
حدِّد أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة يصف كلّ واحدة من الدالّتين، وعلّل تحديدَيْك.



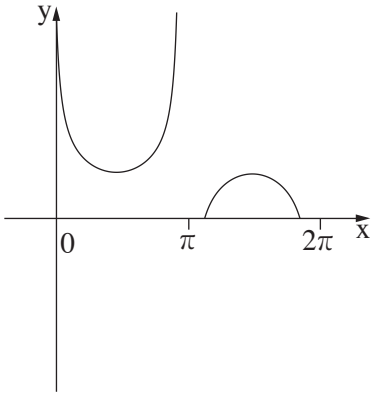
الرسم البيانيّ "أ"



الرسم البيانيّ "ب"



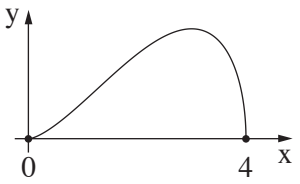
الرسم البيانيّ "جـ"



الرسم البيانيّ "د"

/ يتبع في صفحة 7 /

8. الرسم الذي أمامك يعرض الدالّة $f(x)=\sqrt{a\cdot x^4+b\cdot x^3}$.
معطى أنّ مجال تعريف الدالّة $f(x)$ هو $0\le x\le 4$.



أ. **(1)** برهن أنّ $b=-4\cdot a$.

(2) أمامك ادّعاءان I – II . أحدهما فقط صحيح. حدّد ما هو الادّعاء الصحيح، وعلّل تحديدك.

I. $a>0\,,\,b<0$.

II. $a<0\,,\,b>0$.

النقطة P تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $(f(x))^2$ المعرَّفة هي أيضًا في المجال $0\le x\le 4$. يمرّرون من النقطة P مستقيمًا يعامد المحور x . M هي نقطة تقاطع العمود مع المحور x ، وَ O هي نقطة أصل المحاور.

ب. ما هو الإحداثيّ x للنقطة P الذي بالنسبة له مساحة المثلّث PMO هي أكبر ما يمكن؟ علّل إجابتك.

جـ. بالنسبة للإحداثيّ x الذي وجدتَه في البند "ب"، عبّر بدلالة a عن أكبر مساحة ممكنة للمثلّث PMO .

د. إذا عُلم أنّ الإحداثيّ x للنقطة P موجود في المجال الذي فيه الدالّة $(f(x))^2$ <u>ليست</u> تنازليّة،
ما هو الإحداثيّ x للنقطة P الذي بالنسبة له مساحة المثلّث PMO هي أكبر ما يمكن؟ علّل إجابتك.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.