מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד קיץ
موعد صيف

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان: بجروت
موعد الامتحان: صيف 2021
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبه: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך —
25×4 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن أربعة أسئلة حسب اختيارك.
25×4 = 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لك النّجاح!

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن أربعة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 25 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. يوجد في فندق معيّن مصعدان، المصعد "أ" والمصعد "ب".
بدأ المصعدان بالصعود من الطابق الأرضيّ (الارتفاع 0) في نفس الوقت.
توقّف المصعد "أ" في طريقه توقُّفًا مرحليًّا استغرق 14 ثانية، وبعد ذلك واصَلَ صعوده حتّى وصل إلى الطابق الذي ارتفاعه 33 مترًا. المصعد "ب" توقّف توقُّفًا مرحليًّا استغرق 7 ثوانٍ، وبعد ذلك واصَلَ صعوده حتّى وصل إلى الطابق الذي ارتفاعه 81 مترًا.
وصل المصعد "أ" إلى الطابق الذي ارتفاعه 33 مترًا بالضبط في نفس الوقت الذي وصل فيه المصعد "ب" إلى الطابق الذي ارتفاعه 81 مترًا.
بعد ذلك، بدأ المصعدان بالنزول بالضبط في نفس الوقت.
نزل المصعد "أ" 15 مترًا، وفي طريقه توقّف توقُّفًا مرحليًّا استغرق 9 ثوانٍ.
في زمن نزول المصعد "أ"، نزل المصعد "ب" 63 مترًا متواصلة، بدون توقُّفات مرحليّة.
معلوم أنّ سرعة كلّ واحد من المصعدين في الصعود مساوية لسرعة كلّ واحد منهما في النزول. كما ومعلوم أنّ المصعدين يتحرّكان بسرعتين ثابتتين.

أ. احسب سرعة كلّ واحد من المصعدين.

المصعد "أ" كان في الطابق الأرضيّ للفندق، بينما المصعد "ب" كان في الطابق الموجود فوق الطابق الذي ارتفاعه 42 مترًا.
بدأ المصعدان بالتحرّك في نفس الوقت باتّجاه الطابق الذي ارتفاعه 42 مترًا.
المصعد "أ" صعد إلى هذا الطابق من الطابق الأرضيّ بدون توقُّفات مرحليّة.
المصعد "ب" نزل إلى هذا الطابق من الطابق الذي كان فيه وتوقّف في طريقه توقُّفًا مرحليًّا واحدًا استغرق 6 ثوانٍ.
وصل المصعدان إلى الطابق الذي ارتفاعه 42 مترًا بالضبط في نفس الوقت.

ب. هل كان المصعد "ب" في الطابق العلويّ للفندق عندما بدأ بالنزول؟ علّل إجابتك.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة المتوالية a_n التي مجموع n حدودها الأولى، لكلّ n طبيعيّ، هو:
$S_n = k \cdot n^2 - p \cdot n$. $p > 0$ ، $k > 0$ هما بارامتران.

أ. **(1)** عبّر عن الحدّ العامّ للمتوالية بدلالة p وَ k وَ n، بالنسبة لِـ $n \geq 2$.

(2) المعادلة التي وجدتَها في البند الفرعيّ "أ (1)" صحيحة بالنسبة لكلّ n طبيعيّ. فسّر لماذا.

(3) برهن أنّ المتوالية هي متوالية حسابيّة، وعبّر عن d، فرق المتوالية، بدلالة k .

معطاة متواليتان هندسيّتان b_n وَ c_n .

أساس المتوالية b_n يساوي d (فرق المتوالية الحسابيّة a_n).

المتوالية c_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة أساسها يساوي $\frac{2}{d}$.

معطى أنّ: $a_1 = b_1 = c_1$ ،

$p = 4.5$ ، $k = 1.5$.

ب. فسّر لماذا المتوالية c_n هي متوالية متقاربة.

معطى أنّ النسبة بين مجموع m الحدود الأولى في المتوالية b_n وبين مجموع كلّ حدود المتوالية اللّانهائيّة c_n هي $40\frac{1}{3}$.

جـ. احسب m .

د. هل المتوالية c_n هي متوالية تصاعديّة أم متوالية تنازليّة أم متوالية ليست تصاعديّة وليست تنازليّة؟ علّل إجابتك.

3. في مدرسة ثانويّة كبيرة جدًّا، عدد الطلّاب هو 9 أضعاف عدد المعلّمين.
أُجري في المدرسة استطلاع شارك فيه جميع المعلّمين والطلّاب في المدرسة، وهم فقط.
سُئل المشاركون في الاستطلاع هل فُحصوا بفحص للكشف عن الكورونا.
وُجد أنّ 80% من المعلّمين في المدرسة فُحصوا بفحص للكشف عن الكورونا.
كما ووُجد أنّ $\frac{13}{15}$ من مجمل المشاركين في الاستطلاع (معلّمين وطلّاب)، الذين فُحصوا بفحص للكشف عن الكورونا، كانوا طلّابًا.

أ. ما هو الاحتمال بأنّه من بين مجمل المشاركين في الاستطلاع يُختار بشكل عشوائيّ طالب لم يُفحَص بفحص للكشف عن الكورونا؟

اختاروا بشكل عشوائيّ، الواحد تلو الآخر، 5 مشاركين من بين مجمل المشاركين في الاستطلاع.

ب. ما هو الاحتمال بأنّه على الأقلّ 4 منهم قد فُحصوا بفحص للكشف عن الكورونا؟

جـ. معلوم أنّه من بين الخمسة الذين اختيروا، فُحص على الأقلّ مشارك واحد بفحص للكشف عن الكورونا.
ما هو الاحتمال بأنّه على الأقلّ 4 من المشاركين الذين اختيروا قد فُحصوا بفحص للكشف عن الكورونا؟

د. معلوم أنّه من بين الخمسة الذين اختيروا، 2 بالضبط فُحصا بفحص للكشف عن الكورونا.
ما هو الاحتمال بأن يكون الأخير الذي اختير قد فُحص بفحص للكشف عن الكورونا؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

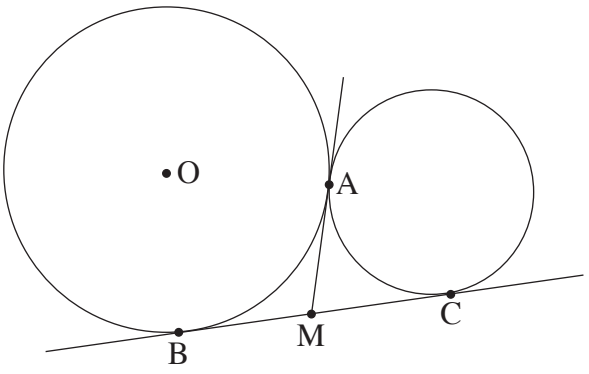
4. دائرتان تمسّ إحداهما الأخرى في النقطة A (انظر الرسم).

النقطة O هي مركز الدائرة اليسرى.

يمرّرون في النقطة A مماسًّا مشتركًا للدائرتين.

B وَ C هما نقطتا تماسّ مستقيم إضافيّ يمسّ الدائرتين.

المماسّان يتقاطعان في النقطة M .



أ. برهن أنّ الزاوية $\sphericalangle BAC$ قائمة.

ب. برهن أنّ $4 \cdot AM^2 = AC^2 + AB^2$.

معطى أنّ: $AC = 6$, $AB = 8$.

جـ. احسب نصف قطر الدائرة التي مركزها في النقطة O .

د. احسب النسبة بين المساحتين $\frac{S_{\Delta OBM}}{S_{\Delta AMC}}$.

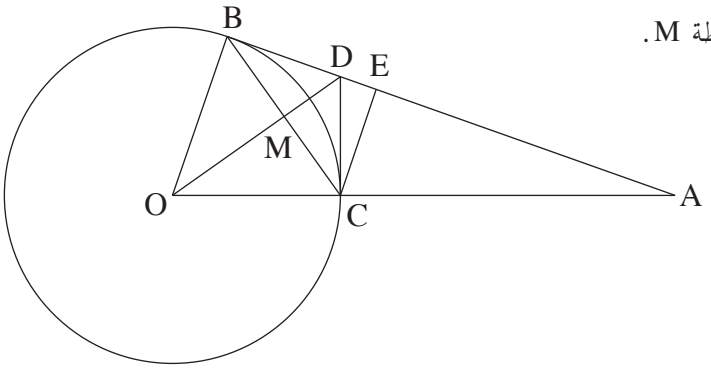
5. DB وَ DC يمسّان دائرة مركزها O ، كما هو موصوف في الرسم. نصف قطر الدائرة: R.

امتداد BD يقطع امتداد OC في النقطة A.

القطعة OD ووتر الدائرة BC يتقاطعان في النقطة M.

القطعة CE تعامد AB.

نرمز: $\sphericalangle ABC = \alpha$.



أ. فسّر لماذا يمكن حصر في دائرة:

(1) الشكل الرباعيّ OBDC.

(2) الشكل الرباعيّ MDEC.

نرمز: d_1 هو قطر الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ OBDC.

d_2 هو قطر الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ MDEC.

d_3 هو قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AOD.

ب. عبّر بدلالة α وَ R عن d_1 وعن d_2 وعن d_3 .

جـ. جد قيمة α التي يتحقّق بالنسبة لها: $\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_1}{d_3}$.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّتان: $g(x)=\frac{x}{(x^2-2)^3}$ ، $f(x)=\frac{x}{(x^2-2)^2}$.

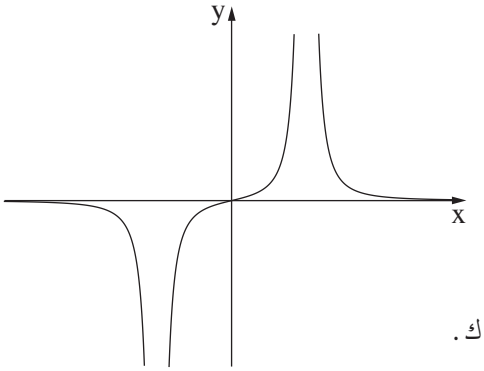
أ. أجب عن البنود الفرعيّة (1)-(4) بالنسبة لكلّ واحدة من الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

(1) جد مجال تعريف الدالّة.

(2) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة.

(3) بيّن أنّه لا توجد نقاط قصوى للدالّة.

(4) برهن أنّ الدالّة فرديّة.



ب. **(1)** الرسم البيانيّ الذي أمامك يصف إحدى الدالّتين $g(x)$ ، $f(x)$.

حدِّد أيّة دالّة من الدالّتين يصفها الرسم البيانيّ. علّل تحديدك.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة الأخرى.

معطاة الدالّة $h(x)$ التي تحقّق: $h'(x)=f(x)$.

$f(x)$ وَ $h(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

جـ. ما هي مجالات تصاعد وتنازل $h(x)$ ؟

د. احسب:

(1) $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$. علّل إجابتك.

(2) المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=-1$, $x=1$.

معطاة الدالّة $k(x)=f(x)+b$. $b\neq 0$ هو پارامتر.

هـ. هل الدالّة $k(x)$ زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة؟ علّل إجابتك.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-4a}}{x^3}$. $a>0$ هو بارامتر.

في البنود "أ – هـ"، عبّر عن إجاباتك بدلالة a، حسب الحاجة.

أ. ما هو مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ؟

ب. برهن أنّ الدالّة $f(x)$ فرديّة.

جـ. **(1)** ما هي إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين؟

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدِّد نوع هذه النقاط.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة أيضًا الدالّة: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

هـ. **(1)** ما هو مجال تعريف الدالّة $g(x)$ ؟

(2) ما هي معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $g(x)$، إذا وُجدت مثل هذه الخطوط؟

معلوم أنّه في كلّ واحدة من النقاط القصوى الداخليّة للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$، يوجد للرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ وللرسم البيانيّ لِـ $g(x)$ مماسّ مشترك.

و. **(1)** أَضِف إلى الرسم الذي في دفترك رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$. فصّل اعتباراتك.

(2) ما هي قيمة a ؟ علّل إجابتك.

8. في المثلّث ABC طول الضلع BC هو a .

معطى أنّ: $\sphericalangle BAC=\alpha$ (α بالراديانات).

نرمز: $\sphericalangle ABC=x$ $(0<x<\pi-\alpha)$.

أ. عبّر بدلالة x وَ a وَ α عن محيط المثلّث ABC .

ب. عبّر بدلالة α عن قيمة x التي بالنسبة لها محيط المثلّث ABC هو أكبر ما يمكن.

جـ. فسّر لماذا تتحقّق النظريّة التالية: من بين جميع المثلّثات التي ضلعها معطى والزاوية التي مقابله معطاة، المثلّث الذي محيطه أكبر ما يمكن هو مثلّث متساوي الساقين.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.