מדינת ישראל	**دولة إسرائيل**
משרד החינוך	**وزارة التّربية والتّعليم**

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان : بجروت
موعد الامتحان : شتاء 2022
رقم النّموذج : **035581**
ملحق : لوائح قوانين لـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبه : في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון: אלגברה והסתברות

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך —

$20 \times 5 = 100$ נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان : ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات :

في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.

الفصل الأوّل : الجبر والاحتمال

الفصل الثّاني : الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

الفصل الثّالث : حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

عليك الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختيارك.

$20 \times 5 = 100$ درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها :

1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة :

1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

בהצלחה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. يتدرّب ثلاثة سبّاحِين – أكرم وجميل ويزيد – على السباحة في بِرْكة طولها 50 مترًا.

يبدأ كلّ سبّاح سباحته في بداية البركة، يسبح حتّى نهاية البركة، ويستدير فورًا ويسبح عائدًا إلى بداية البركة.

سرعة سباحة كلّ واحد من السبّاحِين هي ثابتة.

يوم الأحد، بدأ كلّ واحد من السبّاحِين الثلاثة سباحته في وقت مختلف.

بدأ جميل السباحة 10 ثوانٍ بعد أكرم.

بدأ يزيد السباحة 15 ثانية بعد أكرم.

بعد 15 ثانية منذ بدأ يزيد السباحة، قطع جميع السبّاحِين نفس المسافة من بداية البركة، لكنّهم لم يصلوا بعدُ إلى نهاية البركة.

فورًا بعد أن وصل جميل إلى نهاية البركة، استدار وبدأ السباحة عائدًا إلى بداية البركة. في طريق عودته، التقى جميل بأكرم في مسافة 4 أمتار من نهاية البركة.

أ. احسب سرعة كلّ واحد من السبّاحِين الثلاثة.

ب. ما هي المسافة بالأمتار من نهاية البركة التي التقى فيها أكرم ويزيد في المرّة الثانية؟

يوم الإثنين، بدأ جميل ويزيد سباحتهما في نفس الوقت في بداية البركة، وسبح كلّ واحد منهما بنفس السرعة التي سبح بها يوم الأحد. عندما وصل كلّ واحد من السبّاحَيْن إلى نهاية البركة، استدار فورًا وسبح باتّجاه بداية البركة، وعندما وصل إلى هناك، استدار مرّة ثانية وسبح باتّجاه نهاية البركة، وهكذا دواليك. توقّف السبّاحان عن السباحة في اللحظة التي اِلْتَقَيا فيها في بداية البركة.

جـ. كم مترًا سبح يزيد في هذا اليوم؟

/يتبع في صفحة 3/

2. معطاة متوالية حسابيّة A تصاعديّة حدودها هي $a_1 , a_2 , a_3 , ...$ ، وفرقها d .

نرمز بِـ S_n إلى مجموع n الحدود الأولى في المتوالية A ، لكلّ n طبيعيّ.

نُعرِّف متوالية إضافيّة، B ، حدودها هي $b_1 , b_2 , b_3 , ...$. حدود المتوالية B تحقّق $b_n = S_{n+1} - S_n$ ، لكلّ n طبيعيّ.

أ. **(1)** هل المتوالية B هي متوالية حسابيّة؟ علّل.

(2) هل المتوالية B مطابقة للمتوالية A ؟ علّل.

نرمز بِـ T_n إلى مجموع n الحدود الأولى في المتوالية B ، لكلّ n طبيعيّ.

ب. برهن أنّه لكلّ n طبيعيّ زوجيّ يتحقّق:

$$T_n = \frac{(b_1 + b_2)(b_1 - b_2) + (b_3 + b_4)(b_3 - b_4) + ... + (b_{n-1} + b_n)(b_{n-1} - b_n)}{-d} .$$

معطى أنّ: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + ... + b_{39}^2 - b_{40}^2 = -95$

$T_5 = -20$

جـ. احسب b_1 وَ d (بإمكانك الاستعانة بالبند "ب").

نجمع، حدًّا تلو الآخر، حدود المتوالية A الواقعة في الأماكن الفرديّة، ابتداءً من الحدّ الأوّل.

د. ما هو أصغر عدد ممكن للحدود التي يجب جمعها بهذه الطريقة، كي يكون المجموع الناتج عددًا موجبًا صحيحًا؟ علّل.

3. توجد في علبة ثلاث قِطَع حلوى بطعم التوت وقطعتان من الحلوى بطعم النعنع.

يُخرِج كريم بشكل عشوائيّ قطعة حلوى من العلبة. إذا كانت قطعة الحلوى بطعم النعنع – يُعيدها إلى العلبة، وإذا كانت بطعم التوت – يأكلها فورًا.

أ. يُخرِج كريم من العلبة ثلاث قِطَع حلوى، الواحدة تلو الأخرى، بالطريقة الموصوفة في بداية السؤال.

(1) احسب الاحتمال بأن يأكل كريم قطعة واحدة بالضبط.

(2) احسب الاحتمال بأن يكون كريم قد أكل القطعة الثانية التي أخرجها، إذا عُلم أنّ كريم أكل قطعة واحدة بالضبط.

ب. يُخرِج كريم من العلبة n قِطَع حلوى، الواحدة تلو الأخرى، بالطريقة الموصوفة في بداية السؤال.

عبِّر بدلالة n عن الاحتمال بأن يأكل كريم قطعة واحدة على الأقلّ.

جـ. حصل كريم على علبتَيْن من الحلوى، كلّ علبة منهما مطابقة للعلبة الموصوفة في بداية السؤال.

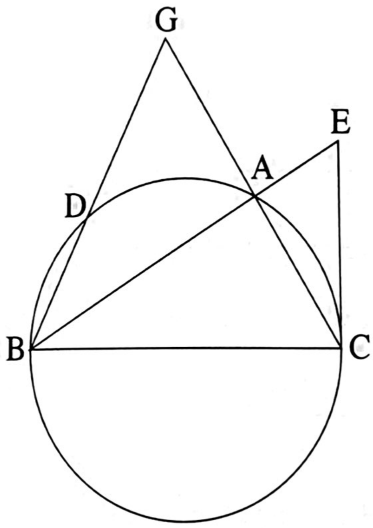
يُخرِج كريم ثلاث قِطَع من كلّ واحدة من العلبتين، بالطريقة الموصوفة في بداية السؤال.

احسب الاحتمال بأن يأكل كريم ثلاث قِطَع بالضبط، بحيث تكون القِطَع الثلاث من نفس العلبة.

/يتبع في صفحة 4/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. المثلّث ABC محصور في دائرة نصف قطرها R (انظر الرسم).



الضلع BC هو قطر في الدائرة.

AG هو امتداد الضلع CA .

القطعة GB تقطع الدائرة في النقطة D .

معطى أنّ: $GA = AC$.

أ. برهن أنّ المستقيم AB يُنصِّف $\sphericalangle GBC$.

ب. برهن أنّ $\Delta GBC \sim \Delta GAD$.

معطى أنّ $\frac{S_{DBCA}}{S_{GAD}} = 15$.

جـ. عبِّر بدلالة R عن طول الضلع AC .

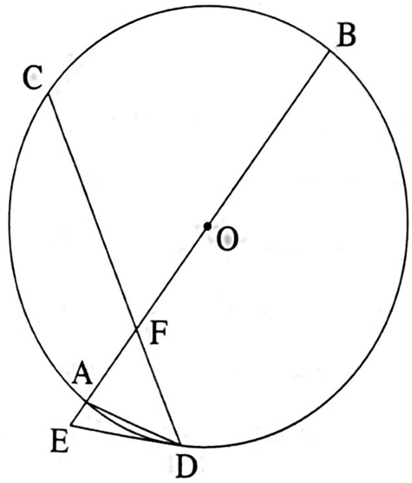
مرّروا عبر النقطة C مماسًّا للدائرة، يقطع امتداد القطعة BA في النقطة E .

د. احسب بِكَم ضعفًا مساحة المثلّث CBE أكبر من مساحة المثلّث ABC .

5. AB هو قطر في دائرة نصف قطرها R ومركزها O. الوتر CD يقطع القطر AB في النقطة F .

المماسّ للدائرة في النقطة D يقطع امتداد القطر AB في النقطة E (انظر الرسم).

نرمز: $\sphericalangle ADE = \alpha$.



أ. بيِّن أنّ $\sphericalangle BAD = 90^o - \alpha$.

معطى أنّ $ED = FD$.

ب. عبِّر بدلالة α عن مقدار $\sphericalangle CDA$.

جـ. عبِّر بدلالة R وَ α عن مساحة المثلّث AFD .

د. **(1)** عبِّر بدلالة α عن النسبة بين المساحتَيْن $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}}$.

(2) معطى أنّ $\frac{S_{AFD}}{S_{AED}} = 1 + \sqrt{3}$.

جد α .

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x^2}{(x^3-m)^2}$ ، m هو بارامتر موجب .

أ. عبِّر عن إجاباتك بدلالة m ، إذا دعت الحاجة .

(1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

معلوم أنّه توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى في النقطة التي فيها $x=(-1)$.

ب. جد قيمة m .

عوِّض في الدالّة $f(x)$ قيمة m التي وجدتَها، وأجب عن البنود "جـ-هـ"

جـ. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدِّد نوع هذه النقاط.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. معطاة الدالّة $g(x)=k\cdot f(x)$ ، k هو بارامتر سالب .

(1) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا للدالّة $g(x)$.

(2) عَبْرَ النقطة القصوى اليسرى لِـ $g(x)$، يمرّرون عمودًا على المحور x .
معطى أنّ المساحة المحصورة بين العمود والرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x ، هي 1 (المساحة التي عن يمين العمود) .
جد قيمة k .

/يتبع في صفحة 6/

.7 معطاة الدالّة $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد مجال تعريف دالّة المشتقّة $f'(x)$.

(3) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

(4) جد إحداثيّات نقطة تقاطع الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ مع المحور x .

في إجابتك دقّق حتّى رقمين بعد الفاصلة العشريّة .

(5) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ ، إذا عُلم أنّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ لا توجد نقاط قصوى .

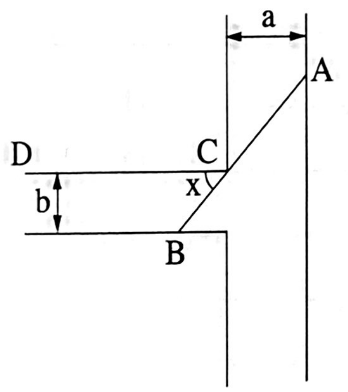
ب. (1) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط .

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

جـ. هل يمكن أن يمسّ مستقيم معادلته $y = 4x + c$ (c پارامتر) الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ؟ علّل .

.8 قناة مائيّة رئيسيّة عرضها ثابت a موصولة بالتعامد بقناة مائيّة فرعيّة عرضها ثابت b .

النقطة C هي نقطة الالتقاء بين جدار القناة الرئيسيّة وجدار القناة الفرعيّة
(انظر الرسم) .



تُخطِّط إحدى المهندِسات سدًّا مستقيمًا، يخرج من النقطة A التي في جدار القناة الرئيسيّة ويمرّ عبر النقطة C ويصل حتّى النقطة B التي في جدار القناة الفرعيّة .

يُكوِّن السدّ زاوية مقدارها x مع الجدار CD للقناة الفرعيّة، كما هو موصوف في الرسم .

أ. عبِّر بدلالة a وَ b وَ x عن طول السدّ AB .

معطى أنّ $a = 2b$.

ب. جد x الذي بالنسبة له يكون طول السدّ AB أصغر ما يمكن .

جـ. معلوم أنّ أصغر طول ممكن للسدّ هو 8 . جد b .

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.