מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי"ס על־יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ג, **מועד ב**
מספר השאלון: **035806, 316**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל

תרגום לערבית (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות $33\frac{1}{3}$ נק' — $16\frac{2}{3}\times 2$
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור $33\frac{1}{3}$ נק' — $16\frac{2}{3}\times 2$
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי
ואינטגרלי $33\frac{1}{3}$ נק' — $16\frac{2}{3}\times 2$
סה"כ 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

התלמידות והתלמידים הנבחנים בבחינה זו מתבקשים לכתוב בה בלשון נקבה או בלשון זכר, על־פי בחירתם.

בהצלחה!

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: أ. بجروت للمدارس الثّانويّة
ب. بجروت للممتحَنين الخارجيّين
موعد الامتحان: 2013، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: **035806، 316**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة

ترجمة إلى العربيّة (2)

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال $33\frac{1}{3}$ – $16\frac{2}{3}\times 2$ درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى $33\frac{1}{3}$ – $16\frac{2}{3}\times 2$ درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل
والتّكامل $33\frac{1}{3}$ – $16\frac{2}{3}\times 2$ درجة
المجموع – 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان أو الأوراق التي حصلتَ عليها من المراقبين. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

ملاحظة: رابط لاقتراح إجابات لهذا النّموذج سيُنشر في الصّفحة الرّئيسيّة لموقع وزارة التّربية والتّعليم.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

نتمنّى لك النّجاح!

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال ($33\frac{1}{3}$ درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – $16\frac{2}{3}$ درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. يحفر رائد وشادي معًا قناة واحدة في 12 ساعة.
إذا حفر رائد بمفرده $\frac{1}{3}$ القناة، وبعد أن يُنهي حصّته في الحفر يحفر شادي بمفرده ما تبقّى من القناة، ينتهي الحفر بعد مرور $23\frac{1}{3}$ ساعة.
كم قناة كاملة على الأكثر يحفر رائد بمفرده في أقلّ من 100 ساعة؟ القنوات مطابقة للقناة المعطاة.
قدرتا عمل شادي ورائد لا تتغيّران.

2. معطاة متوالية a_n: $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots , a_n , \ldots$
ومعطاة متوالية المجاميع S_n: $S_1 , S_2 , S_3 , \ldots , S_n , \ldots$
S_n هو مجموع n الحدود الأولى في المتوالية a_n.
متوالية المجاميع S_n تحقّق لكلّ n طبيعيّ: $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$ ، $S_1 = 3$ ، $b \neq 0$

أ. برهن أنّ المتوالية a_n هي متوالية هندسيّة أساسها هو b.

ب. معطى أنّ $|b| < 1$.

نبني من المتوالية a_n متواليتين هندسيّتين، I وَ II:

I. $a_3 , a_7 , a_{11} , a_{15} , \ldots$

II. $a_1 , -a_3 , a_5 , -a_7 , \ldots$

T هو مجموع الحدود التي عددها لانهائيّ في المتوالية I،
M هو مجموع الحدود التي عددها لانهائيّ في المتوالية II.
عبّر بدلالة b عن النسبة $\frac{M}{T}$. بسِّط التعبير قدر الإمكان.

/ يتبع في صفحة 3 /

3. من بين جميع طلّاب الثواني عشر في مدينة معيّنة، يبحثون عن طلّاب يلائمون لدورة خاصّة.
تلائم الدورة الطلّاب الذين لديهم قدرات تقنيّة.
تشخّص الممتحِنات 80% من بين الطلّاب الذين بالفعل لديهم قدرات تقنيّة على أنّ لديهم قدرات تقنيّة، ويشخّصنَ 10% من بين الطلّاب الذين ليس لديهم قدرات تقنيّة على أنّ لديهم قدرات تقنيّة.
من بين الطلّاب الذين تمّ تشخيصهم بأنّ لديهم قدرات تقنيّة، النسبة المئويّة للطلّاب الذين بالفعل لديهم قدرات تقنيّة هي 4 أضعاف النسبة المئويّة للطلّاب (في هذه المجموعة) الذين ليس لديهم قدرات تقنيّة.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون بالفعل لطالب ثاني عشر في هذه المدينة قدرات تقنيّة؟

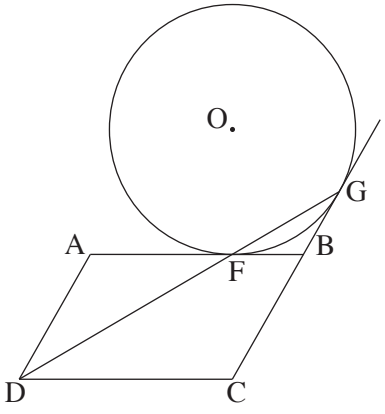
ب. في نفس المدينة، جميع أولئك الذين تمّ تشخيصهم بأنّ لديهم قدرات تقنيّة شاركوا هم فقط في الدورة.
في هذه المدينة يوجد 600 طالب ثاني عشر.
من بين المشاركين في الدورة، ما هو عدد الطلّاب الذين ليس لديهم قدرات تقنيّة؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (33$\frac{1}{3}$ درجة)

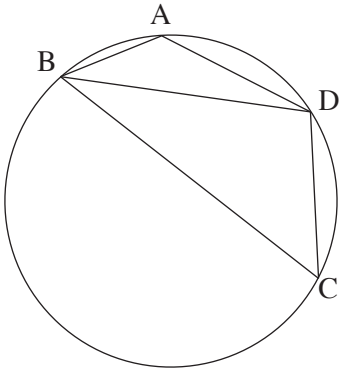
أجب عن اثنين من الأسئلة 4-6 (لكلّ سؤال – 16$\frac{2}{3}$ درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

4. معطى متوازي الأضلاع ABCD.
الضلع AB يمسّ في النقطة F دائرة مركزها O.
امتداد الضلع CB يمسّ الدائرة في النقطة G
(انظر الرسم).
معطى أنّ: $AF = AD$.



أ. برهن أنّ النقطة F تقع على المستقيم DG.
ب. معطى أيضًا أنّ: $BO = BC$ ، $FC \perp DC$.
(1) برهن أنّ $OF = FC$.
(2) برهن أنّ $FB = \frac{1}{2}BO$.

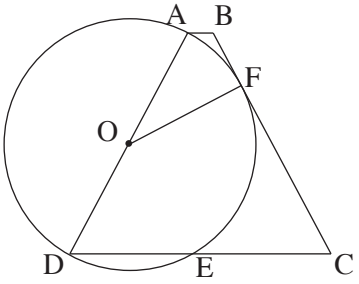
5. الشكل الرباعيّ ABCD محصور داخل دائرة.
الوتر BD ينصّف الزاوية ABC (انظر الرسم).
معطى أنّ: $AB = \sqrt{3}$ ، $BC = 3\sqrt{3}$ ،
$\sphericalangle ADC = 120^o$.



أ. (1) جد مقدار الزاوية ABD.
(2) جد طول الوتر BD.
ب. النقطة K تقع على الوتر BD
بحيث $\Delta ABK \sim \Delta DBA$ بالتلاؤم.
جد مساحة المثلّث ABK.

/ يتبع في صفحة 5 /

6. معطى شبه منحرف متساوي الساقين ABCD (AD = BC) .



الساق AD هو قطر في دائرة مركزها O .

الساق BC يمسّ الدائرة في النقطة F .

الدائرة تقطع القاعدة DC في النقطة E (انظر الرسم).

معطى أنّ: $\sphericalangle BCD = \alpha$.

أ. عبّر بدلالة α عن مقدار الزاوية FOD .

ب. (1) عبّر بدلالة α عن مقدار الزاوية ODF .

(2) عبّر بدلالة α عن النسبة $\frac{DE}{DC}$.

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة ($33\frac{1}{3}$ درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 7-9 (لكلّ سؤال – $16\frac{2}{3}$ درجة).

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

7. معطاة الدالّة $f(x) = x^2 - \cos\frac{x}{2}$ في المجال $2\pi \le x \le 5\pi$.

أ. (1) جد مجالات تصاعد وتنازل دالّة المشتقّة $f'(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات) في المجال المعطى.

(2) بيّن أنّ دالّة المشتقّة $f'(x)$ موجبة في المجال المعطى.

(3) فقط حسب الإجابتين عن البندين الفرعيّين (1) وَ (2)، ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال المعطى.

(4) كم حلًّا يوجد للمعادلة $f'(x) = 40$ في المجال المعطى؟ علّل.

ب. (1) اكتب القيمة القصوى لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$ في المجال المعطى.

(2) هل المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$ في المجال المعطى، تساوي قيمة التكامل المحدود $\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x))\,dx$ ؟ علّل.

/ يتبع في صفحة 6 /

8. معطاة الدالّة $f(x)$ المعرَّفة لكلّ x ، ومعطاة الدالّة $g(x)$.

معطى أنّ: $g(x) = k + 2x$ ، $\int_0^1 g(x)dx = 0$. k هو بارامتر.

أ. جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحورين.

ب. معطى أيضًا أنّه في المجال $x \geq 0$ يتحقّق: $f(x) \geq g(x)$ ، $f''(x) > 0$ ، $f(0) = k$.
ارسم في نفس هيئة المحاور رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$ ورسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ ، في المجال $x \geq 0$. علّل.

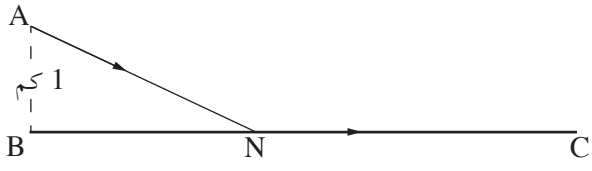
جـ. في المجال $x \geq 0$ ، أيّة مساحة أكبر: المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحورين أم المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x والمستقيم $x = 1$ ؟ علّل.

د. معطى أيضًا أنّ: $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + f(0)$ ، a هو بارامتر،
الرسم البيانيّ لِـ$g(x)$ يمسّ الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ في نقطة موجودة في المجال $x \geq 0$.

جد الدالّة $f(x)$.

/ يتبع في صفحة 7 /

9. خرج داني من النقطة A ، التي تقع في حقل على بُعد 1 كم عن الشارع BC .



سار داني في الحقل بخطّ مائل بسرعة ثابتة v ، ووصل إلى الشارع BC في نقطة ما N (انظر الرسم).

سار داني على الشارع بسرعة هي $\frac{13}{12}$ ضعف السرعة التي سار بها في الحقل، ووصل إلى النقطة C في الشارع.

المسافة بين B وَ C هي 6 كم.

ما هو طول المسار ANC إذا عُلِم أنّ داني قَطَعَهُ في أقصر وقت ممكن؟

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.