מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2018
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
3. לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة
المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.
3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان. استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. خرج راكبا درّاجتين هوائيّتين، أمير وموسى، في الساعة 6:00 الواحد باتّجاه الآخر.
سافر أمير بسرعة ثابتة من المدينة "أ" إلى المدينة "ب"، وسافر موسى بسرعة ثابتة من المدينة "ب" إلى المدينة "أ".
مرّ أمير وموسى أحدهما بالآخر وواصل كلّ واحد طريقه إلى غايته. وصل أمير إلى المدينة "ب" بعد ساعتين من مروره بموسى، بينما وصل موسى إلى المدينة "أ" بعد 8 ساعات من مروره بأمير.

أ. في أيّة ساعة مرّ أمير وموسى أحدهما بالآخر؟

نرمز إلى سرعة سفر أمير بالحرف V.
بالضبط عندما مرّ أمير وموسى أحدهما بالآخر، خرجت ياسمين، تركب على درّاجتها الناريّة، من المدينة "أ" إلى المدينة "ب"، بسرعة ثابتة.
معطى أنّ ياسمين وصلت إلى المدينة "ب" بعد أمير، لكن قبل أن وصل موسى إلى المدينة "أ".

ب. (1) عبّر بدلالة V عن البُعد بين المدينة "أ" والمدينة "ب".

(2) عبّر بدلالة V عن المجال الممكن لِسُرعات ياسمين.

يتبع في صفحة 3

2. a_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة متقاربة (מתכנסת) مجموعها سالب.

a_1 هو الحدّ الأوّل في المتوالية، وَ q هو أساس المتوالية.

أ. أمامك أربعة ادّعاءات (I-IV). واحد منها فقط صحيح بالضرورة. اذكر رقمه وعلّل.

I) $q < 0$

II) $a_1 < 0$ وكذلك $q < 0$

III) $a_1 < 0$

IV) $a_1 > 0$ أو $q < 0$

نرمز بِـ T إلى مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة في المتوالية a_n ،

ونرمز بِـ R إلى مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة في المتوالية a_n .

p هو پارامتر.

معطى أنّ: $T + p \cdot R = 0$.

ب. عبّر عن p بدلالة q .

b_n هي متوالية هندسيّة أساسها هو p .

جـ. هل b_n هي متوالية متقاربة؟ علّل.

د. معطى أنّ: p سالب. بيّن أنّه لكلّ n طبيعيّ $a_{n+1} > a_n$

(أي، بيّن أنّ المتوالية a_n هي متوالية تصاعديّة).

3. أُجري في مدينة كبيرة امتحان لجميع الطلّاب الثانويّين.

37% من الطلّاب الذين تَقَدَّموا للامتحان استعانوا بأصدقائهم للدراسة للامتحان. $\frac{35}{37}$ منهم نجحوا في الامتحان.

عدد الطلّاب الذين لم يستعينوا بأصدقائهم ولم ينجحوا في الامتحان هو $\frac{1}{5}$ عدد الطلّاب الذين استعانوا بأصدقائهم ونجحوا في الامتحان.

أ. اختاروا بشكل عشوائيّ طالبًا تَقَدَّمَ للامتحان، واتّضح أنّه لم ينجح في الامتحان. ما هو الاحتمال بأنّه قد استعان بأصدقائه؟

ب. تَقَدَّمَت يارا وأمل للامتحان. معلوم أنّ يارا استعانت بأصدقائها للدراسة للامتحان، وأنّ أمل لم تَسْتَعِنْ بأصدقائها للدراسة للامتحان. هل الاحتمال بأنّ يارا قد نجحت في الامتحان أعلى من الاحتمال بأنّ أمل قد نجحت في الامتحان؟ علّل.

جـ. اختاروا بشكل عشوائيّ 6 طلّاب تَقَدَّموا للامتحان.

ما هو الاحتمال بأنّ ثُلثهم بالضبط لم يستعينوا بأصدقائهم ونجحوا في الامتحان؟

د. اختاروا بشكل عشوائيّ طالبًا تَقَدَّمَ للامتحان. ما هو الاحتمال بأنّه يحقّق على الأقلّ أحد الادّعاءين I-II:

I) الطالب استعان بأصدقائه.

II) الطالب لم ينجح في الامتحان.

يتبع في صفحة 4 ◀

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

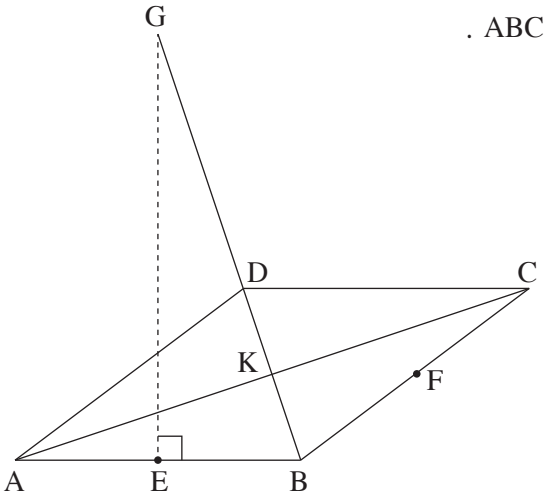
أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. ABCD هو معيَّن. E وَ F هما منتصفا الضلعين AB وَ BC بالتلاؤم.

النقطة K هي ملتقى قطرَي المعيَّن.

من النقطة E أقاموا عمودًا على AB، يقطع امتداد قطر المعيَّن، BD في النقطة G (انظر الرسم).



أ. برهن أنّ: النقطة G هي مركز الدائرة التي تحصر المثلّث ABC.

القطعة GF تقطع قطر المعيَّن، AC، في النقطة M،

التي هي مركز الدائرة التي تحصر المثلّث BDC.

ب. برهن أنّ المثلّثات MFC وَ BKC وَ BFG متشابهة.

نرمز بِـ R إلى نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC،

وَ بِـ r إلى نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث BDC.

جـ. **(1)** برهن أنّ $\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{CF}$، وأنّ $\frac{MF}{CF}=\frac{BK}{CK}$.

(2) بيّن أنّ النسبة بين قطرَي المعيَّن تساوي $\frac{r}{R}$.

5. ABC هو مثلّث قائم الزاوية ($\sphericalangle ABC=90^o$).

M هي نقطة على الوتر بحيث $AM:MC=\sqrt{3}:4$.

معطى أنّ: $\sphericalangle ABM=30^o$، $BM=8$.

أ. **(1)** ارمز: $MC=4x$، واحسب زوايا المثلّث ABC.

(2) احسب نصفَي قطرَي الدائرتين اللتين تحصران المثلّثين ABM وَ CMB.

ب. نرمز إلى مركزَي الدائرتين اللتين تحصران المثلّثين ABM وَ CBM بِـ O_1 وَ O_2 بالتلاؤم.

(1) فسّر لماذا الشكل الرباعيّ BO_1MO_2 هو دالتون.

(2) احسب طول القطعة O_1O_2.

يتبع في صفحة 5

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$. a هو بارامتر .

معطى أنّ: الدالّة f(x) معرَّفة لكلّ x .

أ. برهن أنّ: $a>1$.

أجب عن البند "ب" . إذا دعت الحاجة، عبّر بدلالة a .

ب. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحورين .

(2) اكتب معادلات خطوط التقارب الموازية للمحور x للدالّة f(x) .

(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه المجالات) .

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

معطى أنّ: $a=3$.

جـ. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والمحور x والمستقيمين $x=\frac{2}{3}$ وَ $x=2$.

د. g(x) هي دالّة متتابعة (רציפה) معرَّفة لكلّ x .

نرمز بِـ S إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والمحور x والمستقيمين $x=\frac{1}{3}$ وَ $x=b$ ($b>\frac{1}{3}$) .

معطى أنّ: المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والرسم البيانيّ للدالّة g(x) والمستقيمين $x=\frac{1}{3}$ وَ $x=b$ تساوي 2S بالنسبة لكلّ b .

عبّر عن g(x) بدلالة f(x) في المجال $x>\frac{1}{3}$ (اكتب الإمكانيّتين) . لا حاجة لبرهان إجابتك .

يتبع في صفحة 6 ◀

7. $f(x)$ هي دالّة قابلة للاشتقاق، معرَّفة لكلّ x ، بحيث $f(x) \neq 0$ لكلّ x .

أ. برهن أنّه إذا كانت الدالّة $f(x)$ تصاعديّة في قطعة معيّنة، عندها الدالّة $\frac{1}{f(x)}$ تنازليّة في نفس القطعة؛
وإذا كانت الدالّة $f(x)$ تنازليّة في قطعة معيّنة، عندها الدالّة $\frac{1}{f(x)}$ تصاعديّة في نفس القطعة.

معطاة الدالّة $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$ ، المعرَّفة لكلّ x .

ب. هل يوجد x بالنسبة له $g(x) = 0$ ؟ علّل.

جـ. **(1)** هل الدالّة $g(x)$ هي دالّة زوجيّة؟ علّل.

(2) بيّن أنّه يتحقّق لكلّ x : $g(x) = g(x + 2\pi)$.

(3) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ في المجال $0 \leq x \leq \pi$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$ في المجال $-\pi \leq x \leq 3\pi$.

معطاة الدالّة $h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2}$.

أجب عن البند "د". بإمكانك الاستعانة بإجاباتك عن البنود السابقة.

د. **(1)** ما هو مجال تعريف الدالّة $h(x)$ ؟ علّل.

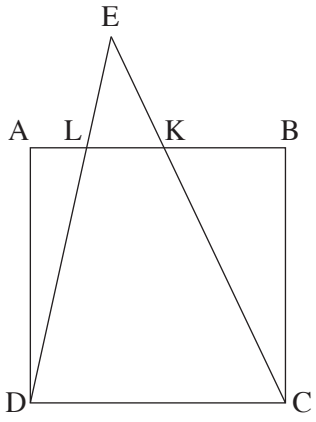
(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $h(x)$ في المجال $-\pi \leq x \leq \pi$ في نفس هيئة المحاور التي رسمتَ فيها الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$.

8. $ABCD$ هو مربّع طول ضلعه 6 سم.

K وَ L هما نقطتان على الضلع AB .

معطى أنّ المستقيمين CK وَ DL يتقاطعان في النقطة E ، التي تقع خارج المربّع $ABCD$ (انظر الرسم).

نرمز: $LK = x$.



أ. عبّر بدلالة x عن ارتفاع المثلّث KLE .

ب. بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x مجموع مساحات المثلّثات BCK وَ ADL وَ KLE هو أصغر ما يمكن؟ علّل.
بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

בהצלחה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.