מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשע"ט, 2019
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

مِتماتيكا
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2019
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة
المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ب ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. توجد في محلّ للحلويات آلتان لإنتاج الكعك: الآلة I والآلة II.
تُنتِج كلّ واحدة من الآلتين كعكًا بوتيرة ثابتة خاصّة بها.
زمن عمل الآلتين يوم الأحد كان متساويًا.
يوم الأحد، كان عدد الكعكات التي أنتجتها الآلة I أكبر بـ 80 من عدد الكعكات التي أنتجتها الآلة II.
يوم الإثنين، أنتجت الآلة II نفس عدد الكعكات التي أنتجتها الآلة I يوم الأحد، وأنتجت الآلة I نفس عدد الكعكات التي أنتجتها الآلة II يوم الأحد.
كان زمن عمل الآلة II يوم الإثنين $\frac{25}{9}$ أضعاف زمن عمل الآلة I في نفس هذا اليوم.

أ. احسب العدد الكلّيّ للكعكات التي أنتجتها الآلتان يوم الأحد.

نرمز: T_1 – الزمن الذي تحتاجه الآلة I لإنتاج كعكة واحدة،

T_2 – الزمن الذي تحتاجه الآلة II لإنتاج كعكة واحدة.

ب. احسب النسبة $\frac{T_1}{T_2}$. علّل.

جـ. **(1)** أنتجت الآلة I في مدّة زمنيّة معيّنة 47 كعكة بالضبط.
كم كعكة كاملة أنتجت الآلة II في هذه المدّة الزمنيّة؟ فسّر.

(2) معلوم أنّ الآلتين عَمِلَتا مدّة زمنيّة متساوية، وكلّ واحدة منهما أنتجت عددًا صحيحًا من الكعكات.
هل يمكن أن تكون الآلتان قد أنتجتا معًا 26 كعكة في هذه المدّة الزمنيّة؟ علّل.

/يتبع في صفحة 3/

2. a_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة أساسها هو q . $|q| \neq 1$.
معطى أنّ: $a_3 \cdot a_7 = 1$.

أ. احسب a_5 (جد الإمكانيّتين).

معطى أنّ: $a_5 > 0$.

ب. (1) عبّر عن a_1 بدلالة q .

(2) هل يوجد n طبيعيّ بالنسبة له $a_n = \frac{1}{a_1}$ ؟ إذا كانت إجابتك نعم – جِدْهُ، إذا كانت إجابتك لا – علّل.

(3) هل يوجد n طبيعيّ بالنسبة له $a_n = \frac{1}{a_{13}}$ ؟ إذا كانت إجابتك نعم – جِدْهُ، إذا كانت إجابتك لا – علّل.

جـ. (1) عبّر بدلالة q عن 7 الحدود الأولى في المتوالية a_n .

(2) معطى أنّ: $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_k = 1$ (k هو عدد طبيعيّ).
جد قيمة k ، وفسّر لماذا هذه هي القيمة الممكنة الوحيدة لِـ k .

3. تلعب سامية وعرين لعبة يمكن فيها تحديد عدد الجولات. في كلّ جولة إحداهما تَكْسَبُ والأخرى تخسر.
الفائزة في اللعبة كلّها هي التي تَكْسَبُ عددًا أكبر من الجولات من صديقتها.
إذا كَسَبَتْ كلتاهما عددًا متساويًا من الجولات، تكون نتيجة اللعبة كلّها التعادل.
معطى أنّ: احتمال كَسْب عرين في كلّ جولة هو $\frac{1}{3}$.

أ. لعبت سامية وعرين يوم الأحد 4 جولات في اللعبة.

(1) ما هو الاحتمال بأن تكون عرين قد فازت في اللعبة كلّها؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون التعادل نتيجة اللعبة كلّها؟

ب. لعبت سامية وعرين أيضًا يوم الإثنين 4 جولات في اللعبة. هذه المرّة قرّرتا مسبقًا أنّه إذا كان التعادل هو النتيجة في لعبة الجولات الـ 4 ، فسوف تلعبان 3 جولات أخرى لحسم نتيجة اللعبة، ومَن تَكْسَب عددًا أكبر من الجولات، تَفُزْ في اللعبة كلّها.
ما هو الاحتمال بأن تفوز عرين في اللعبة كلّها؟

جـ. معلوم أنّ عرين فازت في اللعبة كلّها، بالضبط في أحد اليومين: الأحد أو الإثنين.
ما هو الاحتمال بأنّها فازت في اللعبة كلّها يوم الإثنين؟

/يتبع في صفحة 4/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

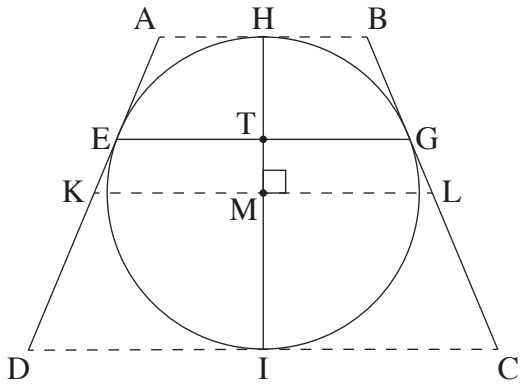
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. EG هو وتر في دائرة مركزها M ونصف قطرها r.

مرّروا عبر النقطتين E وَ G مماسّين للدائرة.

مرّروا عبر مركز الدائرة، M، مستقيمًا يوازي الوتر EG ويقطع المماسّين في النقطتين K وَ L، كما هو موصوف في الرسم.

مرّروا عبر مركز الدائرة، M، عمودًا على KL يقطع الوتر EG في النقطة T ويقطع الدائرة في النقطتين H وَ I، كما هو موصوف في الرسم.



نرمز: $TG = a$.

أ. (1) برهن أنّ: $TG \cdot ML = MG^2$.

(2) عبّر عن طول القطعة KL بدلالة a وَ r.

مرّروا عبر النقطتين H وَ I مماسّين للدائرة، بحيث تَكَوَّنَ شبه منحرف متساوي الساقين ABCD يحصر الدائرة، كما هو موصوف في الرسم.

ب. (1) برهن أنّ: $BC = KL$.

(2) عبّر عن محيط شبه المنحرف ABCD بدلالة a وَ r.

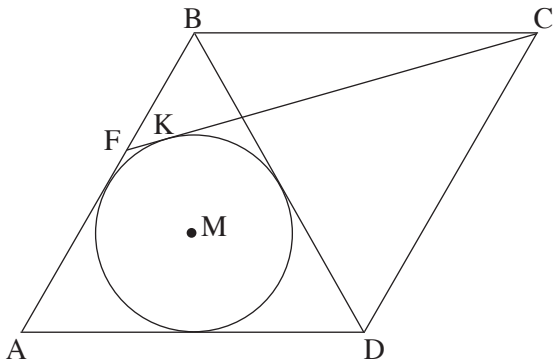
جـ. هل يمكن أن تكون النسبة بين محيط شبه المنحرف ABCD ومحيط الدائرة أصغر من $\frac{4}{\pi}$؟ علّل.

5. ABCD هو مُعيَّن طول ضلعه a.

معطى أنّ: $\sphericalangle BAD = 60^o$.

في المثلّث ABD محصورة دائرة مركزها M.

مرّروا من الرأس C مماسًّا للدائرة، امتدادُهُ يقطع الضلع AB في النقطة F، وهو يمسّ الدائرة في النقطة K (انظر الرسم).



أ. عبّر بدلالة a عن نصف قطر الدائرة.

ب. (1) فسّر لماذا النقطة M تقع على قطر المعيَّن AC.

(2) احسب مقدار الزاوية ACF.

جـ. عبّر بدلالة a عن مساحة المثلّث ACF.

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطاة عائلة الدوالّ : $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{2x-a}$. a هو بارامتر يحقّق $-4<a<2$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) فسّر لماذا لا يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب موازٍ للمحور y .

(3) جد معادلات خطوط التقارب الموازية للمحور x للدالّة $f(x)$.

(4) ما هي إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين؟

(5) جد مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالّة $f(x)$.

ب. **(1)** عبّر بدلالة a عن الإحداثيّات x التي بالنسبة لها $f'(x)=0$
(إذا وُجدت مثل هذه الإحداثيّات) .

(2) جد قيمة a التي بالنسبة لها $f'(x)\neq 0$ لكلّ x في مجال التعريف .

عوِّض $a=-1$ في معادلة الدالّة $f(x)$ ، وأجب عن البندين "جـ – د" .

جـ. **(1)** ما هي مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات)؟

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

د. احسب $\int_3^4 \frac{1}{f(x)}dx$. بإمكانك إبقاء جذر في إجابتك.

/يتبع في صفحة 6/

7. معطاة الدالّة $f(x) = x^3 \sin x$ المعرَّفة في المجال $-\pi \le x \le \pi$.

أ. **(1)** حدِّد هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة. علّل.

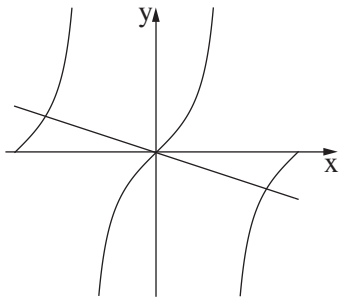
(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x في المجال المعطى.

(3) فسّر لماذا الدالّة $f(x)$ هي غير سالبة في المجال المعطى.

(4) حدِّد هل دالّة المشتقّة، $f'(x)$ ، هي زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة. علّل.

ب. **(1)** بيّن أنّ الإحداثيّات x التي بالنسبة لها $f'(x) = 0$ تُحقِّق $\tan x = -\frac{1}{3}x$.

(2) الرسم الذي أمامك يصف الرسمين البيانيّين للدالّتين $h(x) = -\frac{1}{3}x$ وَ $g(x) = \tan x$ في المجال $-\pi \le x \le \pi$.



استعن بالرسم، وحدِّد كم نقطة في المجال $-\pi \le x \le \pi$ تُحقِّق $f'(x) = 0$.

معطى أنّ: الإحداثيّ x لإحدى النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ هو 2.46 بالتقريب.

أجب عن البندين "جـ – د" بالنسبة للمجال $-\pi \le x \le \pi$.

جـ. **(1)** ما هي الإحداثيّات x لجميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ في المجال؟ علّل وحدِّد نوع هذه النقاط.

(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ في المجال.

د. **(1)** ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة، $f'(x)$ ، في المجال.

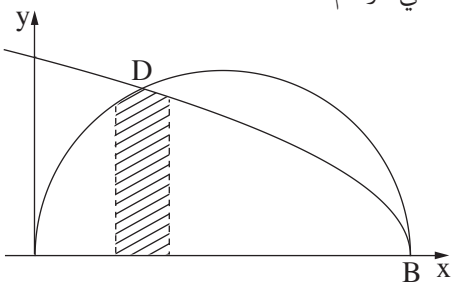
(2) كم نقطة التواء على الأقلّ توجد للدالّة $f(x)$ في المجال؟ علّل.

/يتبع في صفحة 7/

8. الرسم الذي أمامك يصف الرسمين البيانيّين للدالّتين $f(x)=\sqrt{-x^2+7x}$ وَ $g(x)=\sqrt{14-2x}$.

الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x في نقطة أصل المحاور وفي النقطة B ،

ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطتين B وَ D ، كما هو موصوف في الرسم.



أ. **(1)** جد مجالات تعريف الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

(2) جد الإحداثيّين x للنقطتين B وَ D .

a هو پارامتر يحقّق $1 \le a \le 2$.

المساحة المحصورة بين الرسمين البيانيّين للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$

والعمودين $x=a$ وَ $x=a+1$ والمحور x ، تدور حول المحور x .

ب. **(1)** احسب a الذي بالنسبة له حجم جسم الدوران الذي يَنتُج هو أكبر ما يمكن.

(2) جد a الذي بالنسبة له حجم جسم الدوران الذي يَنتُج هو أصغر ما يمكن.

إذا دعت الحاجة، أَبقِ في إجاباتك رقمين بعد الفاصلة العشريّة.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.