מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תש"ף, 2020
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2020
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة
المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. تتدرّب سلمى على ركوب الدرّاجة الهوائيّة، وتتدرّب رنا على المشي والعَدْو.

خرجت كلتاهما في نفس الوقت من النقطة A باتّجاه النقطة B .

سافرت سلمى على درّاجتها الهوائيّة بسرعة ثابتة، ومشت رنا بسرعة ثابتة.

وصلت سلمى إلى النقطة B عندما وصلت رنا إلى النقطة C ، التي تقع بين النقطة A والنقطة B بحيث $\frac{AC}{AB}=\frac{3}{8}$.

أ. ما هي النسبة بين سرعة مشي رنا وسرعة سفر سلمى؟ علّل.

مباشرةً بعد ذلك، واصلت رنا مشيها من النقطة C باتّجاه النقطة B بسرعتها الابتدائيّة، بينما عادت سلمى على درّاجتها الهوائيّة من النقطة B باتّجاه النقطة A بسرعة أكبر بِـ 3 كم/الساعة من سرعتها الابتدائيّة.

التقت سلمى ورنا في النقطة D، التي تقع بين النقطة C والنقطة B (انظر الرسم التوضيحيّ).

معطى أنّ: $\frac{CD}{DB}=\frac{6}{19}$.

ب. احسب سرعة سلمى الابتدائيّة، وسرعة رنا الابتدائيّة.

مباشرةً بعد أن التقت سلمى ورنا في النقطة D ، خرجتا باتّجاه النقطة A : سلمى واصلت سفرها على درّاجتها الهوائيّة بنفس السرعة التي سافرت بها باتّجاه النقطة A، بينما زادت رنا سرعتها بِـ k كم/الساعة (k هو عدد موجب).

وصلت سلمى إلى النقطة A قبل أن تمكّنت رنا من قَطْع نصف المسافة من D إلى A .

جـ. ما هو مجال القيَم الممكنة لِـ k ؟ علّل.

/يتبع في صفحة 3/

2. a_n هي متوالية هندسيّة تحوي n حدود وأساسها هو q .
جميع الحدود في المتوالية a_n هي أعداد طبيعيّة.
معطى أنّ: مجموع $n-4$ الحدود الأولى في المتوالية هو أصغر بِـ 16 ضعفًا من مجموع حدود المتوالية ابتداءً من الحدّ الخامس (بما فيها الحدّ الخامس).

أ. **(1)** عبّر عن مجموع حدود المتوالية a_n ابتداءً من الحدّ الخامس (بما في ذلك الحدّ الخامس) بدلالة a_5 وَ q .

(2) جد أساس المتوالية.

نُعرِّف متوالية جديدة، b_k، تحوي $n-2$ حدود، ويتحقّق فيها: $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2}$ لكلّ $k \le n-2$.

ب. **(1)** برهن أنّ المتوالية b_k هي متوالية هندسيّة.

(2) برهن أنّ كلّ واحد من حدود المتوالية b_k يقسم على 7 بدون باقٍ.

جـ. c_n هي متوالية هندسيّة لانهائيّة فيها $c_1 = \frac{1}{b_1}$ وَ $c_2 = \frac{1}{b_2}$.
مجموع المتوالية c_n يساوي $\frac{1}{91}$.
احسب a_1 .

/يتبع في صفحة 4/

3. يوجد في جرّة 11 كرة مرقَّمة بترتيب تصاعديّ، من 1 حتّى 11.
يُخرِجون عشوائيًّا كرة من الجرّة ويسجّلون العدد الذي على الكرة.
إذا كان العدد الذي على الكرة فرديًّا، يُعيدونها إلى الجرّة، وإذا كان زوجيًّا، لا يُعيدونها.
بعد ذلك، يُخرِجون مرّة أخرى عشوائيًّا كرة من الجرّة ويسجّلون العدد الذي عليها.

أ. ما هو الاحتمال بأن يكون قد سُجِّل عددان حاصل ضربهما زوجيّ؟

ب. معلوم أنّ حاصل ضرب العددين اللذين سُجِّلا هو زوجيّ.
جد الاحتمال بأن يكون العدد المسجَّل على الكرة الأولى التي أخرجوها فرديًّا.

يوجد في جرّة أخرى عدد زوجيّ من الكرات مرقَّمة بترتيب تصاعديّ (1، 2، 3 ...).
يُخرِجون عشوائيًّا كرة من الجرّة، ويسجّلون العدد الذي على الكرة، ويُعيدونها إلى الجرّة،
وبعد ذلك يُخرِجون مرّة ثانية عشوائيًّا كرة من الجرّة ويسجّلون العدد الذي عليها.

جـ. (1) جد الاحتمال بأن يكون حاصل ضرب العددين اللذين سُجِّلا زوجيًّا.

(2) يُخرِجون من الجرّة k كرات. في كلّ مرّة يُخرِجون فيها كرة، يُسجِّلون العدد الذي عليها ويُعيدونها إلى الجرّة.
عبّر بدلالة k عن الاحتمال بأن يكون حاصل ضرب جميع الأعداد التي سجِّلت زوجيًّا.

/يتبع في صفحة 5/

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

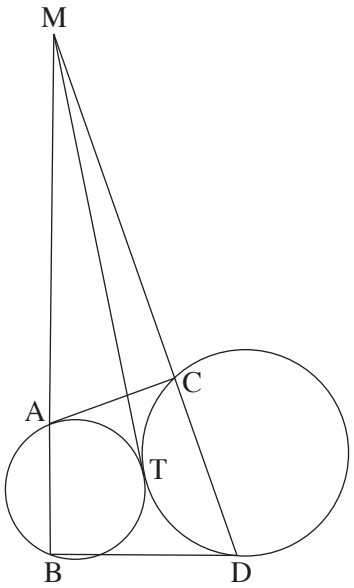
أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. معطاة دائرتان تمسّ إحداهما الأخرى من الخارج في النقطة T.

مرّروا عبر النقطة T مماسًّا مشتركًا للدائرتين.

من النقطة M التي على المماسّ مرّروا مستقيمين يقطعان الدائرتين في النقاط A وَ B وَ C وَ D، كما هو موصوف في الرسم.



أ. **(1)** برهن أنّ: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$.

(2) برهن أنّ الشكل الرباعيّ ABDC قابل للحصر في دائرة.

معطى أنّ: مساحة المثلّث MAC تساوي مساحة الشكل الرباعيّ ABDC.

ب. جد النسبة $\frac{BD}{AC}$.

معطى أنّ: قطرَي الشكل الرباعيّ ABDC يعامد أحدهما الآخر،

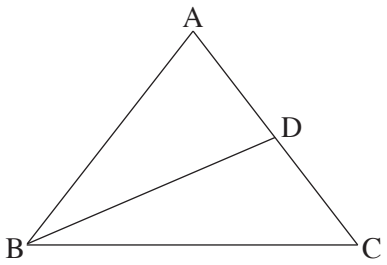
AD هو قطر في الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ ABDC.

جـ. برهن أنّ المثلّث ABC هو مثلّث متساوي الساقين.

5. ABC هو مثلّث متساوي الساقين فيه $AB = AC = a$ (انظر الرسم).

BD هو مستقيم متوسّط في المثلّث ABC. معطى أنّ: $BD = a$.

النقطة M هي ملتقى المستقيمات المتوسّطة في المثلّث ABC.



أ. عبّر عن BC بدلالة a.

ب. احسب زوايا المثلّث BMC.

جـ. معطى أنّ: $AM = 6$.

احسب مساحة المثلّث ABC.

/يتبع في صفحة 6/

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$. $a>2$ هو بارامتر.

أجب عن البند "أ" . عبّر بدلالة a إذا دعت الحاجة.

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ؟

(2) ما هي إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين؟

(3) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ: $f(a+2)=-f(2-a)$.

ب. جد a .

عوِّض $a=5$ ، وأجب عن البندين "جـ–د" .

جـ. (1) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات) .

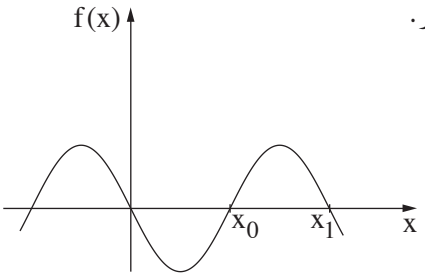
(2) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x+2)$.

/يتبع في صفحة 7/

7. أمامك جزء من الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمرّ في نقطة أصل المحاور، ويقطع المحور x أيضًا في النقطتين اللتين فيهما $x = x_0$ وَ $x = x_1$ ، كما هو موصوف في الرسم.



إحدى المعادلات التي أمامك (I-IV) تصف الدالّة $f(x)$. $a \neq 0$ هو بارامتر.

I. $y = a^2 \sin x$

II. $y = a \sin 2x$

III. $y = a^2 \cos x$

IV. $y = a \cos 2x$

أ. **(1)** حدِّد أيّة معادلة من المعادلات I-IV هي معادلة الدالّة $f(x)$. علّل.

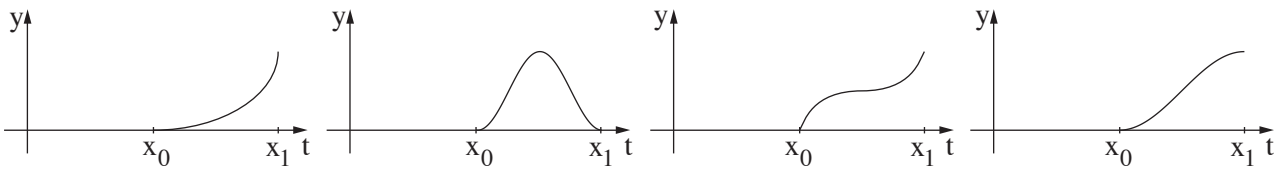
(2) حدِّد ما هو مجال القيَم الممكنة للبارامتر a . علّل.

(3) ما هي قيمتا x_0 وَ x_1 ؟

ب. عبّر بدلالة a عن المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x في المجال $x_0 \leq x \leq x_1$.

نرمز: $S(t) = \int_{x_0}^{t} f(x)\,dx$. معطى أنّ: $x_0 \leq t \leq x_1$.

جـ. أمامك أربعة رسوم بيانيّة (I-IV). أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I-IV يصف الدالّة $S(t)$ ؟ علّل.



I II III IV

/يتبع في صفحة 8/

8. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x^4+2x^3-21x^2-22x+40}{x+2}$.

أ. **(1)** ما هو مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ؟

(2) هل يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب عموديّ؟ علّل.

معطاة الدالّة $g(x)=x^3-21x+20$.

ب. **(1)** بالنسبة لأيّة قيَم لِـ x ، $f(x)=g(x)$ ؟ علّل.

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط.

نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x هي $(4,0)$ وَ $(1,0)$ وَ $(-5,0)$.

جـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

د. $t>0$ هو پارامتر.

بالنسبة لأيّة قيمة لِـ t ، يحصل التعبير $\int_0^t f(x)dx$ على أصغر قيمة ممكنة؟ علّل.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.