מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תש"ף, **מועד ב**
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

مدينة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2020، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון: אלגברה
והסתברות 20×2 — 40 נק'
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה
במישור 20×1 — 20 נק'
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות שורש,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
טריגונומטריות 20×2 — 40 נק'
סה"כ — 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:

في هذا النّموذج ثلاثة فصول.
الفصل الأوّل: الجبر
والاحتمال 20×2 – 40 درجة
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب
المثلّثات في المستوى 20×1 – 20 درجة
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل
للبولينومات ولدوالّ الجذر
وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ
المثلّثيّة 20×2 – 40 درجة
المجموع – 100 درجة

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة.
فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

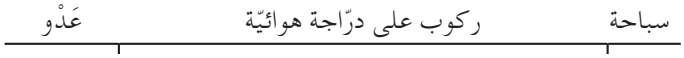
الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. رامي وأكرم هما رياضيّان يشاركان في سباق ترياثلون (سباق ثلاثيّ).
السباق مكوَّن من ثلاثة مسارات متتابعة: المسار الأوّل هو سباحة، والمسار الثاني هو ركوب على درّاجة هوائيّة وطوله 180 كيلومترًا، والمسار الثالث هو عَدْو (ركض) وطوله 42 كيلومترًا.
عند حلّ السؤال، افترِضْ أنّ سرعة سباحة وسرعة ركوب وسرعة عَدْو كلّ واحد من الرياضيَّيْن، رامي وأكرم، هي ثابتة على طول كلّ واحد من المسارات.



معطى أنّ: رامي بدأ مسار العَدْو في الساعة 13:30، وأكرم بدأ مسار العَدْو في الساعة 15:00.
وصل رامي إلى خطّ نهاية الترياثلون قبل أكرم بنصف ساعة.
سرعة عَدْو أكرم أكبر بـ 1 كم/الساعة من سرعة عَدْو رامي.

أ. في أيّة ساعة أنهى أكرم مسار العَدْو؟

في نفس ذلك اليوم، بدأ أكرم مسار السباحة في الساعة 6:00 وأنهاه قبل الساعة 10:00.

ب. أمامك قولان I-II. حدِّد بالنسبة لكلّ واحد منهما إذا كان ممكنًا أم ليس ممكنًا.
I) سرعة ركوب أكرم على الدرّاجة الهوائيّة هي 18 كم/الساعة.
II) سرعة ركوب أكرم على الدرّاجة الهوائيّة هي 25 كم/الساعة.

يتبع في صفحة 3 ◀

2. في المتوالية a_n معطى أنّه لكلّ n طبيعيّ، مجموع n الحدود الأولى في المتوالية هو $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$.

أ. **(1)** جد a_1 والحدّ العامّ للمتوالية a_n بالنسبة لِـ $n > 1$.

(2) بيّن أنّ a_n هي متوالية هندسيّة، وَجِد أساسها.

معطاة المتوالية $c_n = S_{n+1} - S_n$.

ب. **(1)** بيّن أنّ المتوالية c_n هي متوالية هندسيّة.

(2) بيّن أنّه لكلّ k طبيعيّ مجموع k الحدود الأولى في المتوالية c_n هو 3 أضعاف مجموع k الحدود الأولى في المتوالية a_n.

3. غايات رحلات شركة طيران معيّنة هي: القارّات أوروبّا وأمريكا وآسيا فقط (لا توجد رحلات بدون مسافرِين).
معطى أنّه من بين المسافرِين في الشركة، عدد المسافرِين إلى أمريكا هو $\frac{3}{5}$ عدد المسافرِين إلى أوروبّا.
يختارون بشكل عشوائيّ مسافرًا من بين المسافرِين في الشركة. نرمز بِـ P إلى الاحتمال بأنّ هذا المسافر يسافر إلى أوروبّا.

يختارون بشكل عشوائيّ مسافرَيْن من بين المسافرِين في الشركة.
معطى أنّ الاحتمال بأنّ المسافرَيْن اللذين اختيرا غير مسافرَيْن إلى نفس القارّة هو 0.62.
معطى أنّ: $P > 0.4$.

أ. جد P.

ب. يختارون بشكل عشوائيّ 5 مسافرِين من بين المسافرِين في الشركة.
ما هو الاحتمال بأنّ 2 على الأقلّ من المسافرِين الذين اختيروا مسافران إلى أمريكا وكذلك 2 منهم على الأقلّ غير مسافرَيْن إلى أمريكا؟

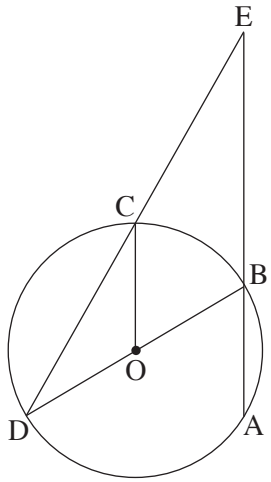
جـ. في باص إلى المطار كان 50 مسافرًا يسافرون في هذه الشركة.
توزيع غايات رحلات المسافرِين في هذا الباص مطابق لتوزيع غايات رحلات جميع المسافرِين في شركة الطيران.
اختاروا بشكل عشوائيّ مسافرَيْن من الباص الواحد تلو الآخر (بدون إعادة)، واتّضح أنّ كليهما مسافران إلى نفس القارّة.
ما هو الاحتمال بأنّ المسافرَيْن اللذين اختيرا مسافران إلى أمريكا؟

يتبع في صفحة 4 ◀

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى (20 درجة)

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.



4. AB هو وتر في دائرة مركزها O.

نصف القطر OC موازٍ للوتر AB، كما هو موصوف في الرسم.

BD هو قطر في الدائرة.

النقطة E هي ملتقى المستقيمين AB وَ DC (انظر الرسم).

أ. برهن أنّ: $\sphericalangle AED = \sphericalangle CDO$.

ب. برهن أنّ CO يُنصِّف الزاوية DCA.

معطى أنّ: $\frac{EB}{BA} = 2$.

جـ. برهن أنّ المثلّث ABO هو متساوي الأضلاع.

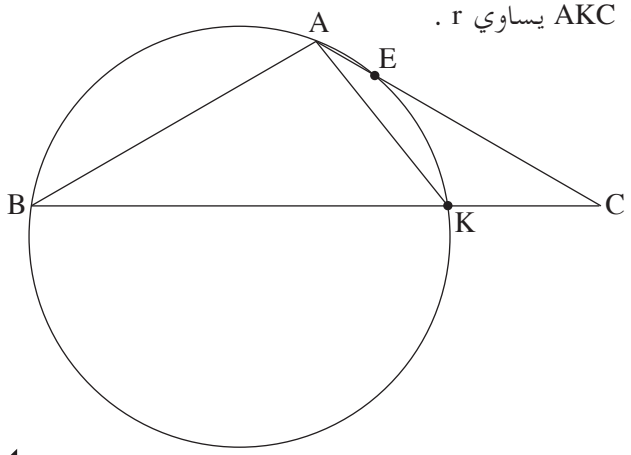
د. معطى أنّ: مساحة شبه المنحرف COBE هي 9.

جد مجموع مساحتَي المثلّثين COD وَ ABO $(S_{\Delta COD} + S_{\Delta ABO})$.

5. ABC هو مثلّث متساوي الساقين $(AB = AC)$، يقع اثنان من رؤوسه، A وَ B، على محيط دائرة نصف قطرها r، كما هو موصوف في الرسم.

الدائرة تقطع الضلعين AC وَ BC في النقطتين E وَ K بالتلاؤم.

نرمز: $\sphericalangle BAK = \alpha$ ، $\sphericalangle KAC = \beta$.



أ. **(1)** بيّن أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AKC يساوي r.

(2) برهن أنّ: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{BK}{KC}$.

معلوم أنّ: $\sphericalangle ABK > \beta$، معطى أنّ: $\alpha + \beta = 120^o$.

ب. بيّن أنّ α هي زاوية منفرجة.

معطى أنّ: $AK = 28$ ، $BK = 55$.

جـ. احسب α وطول القطعة BC.

يتبع في صفحة 5

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة) .

انتبه ! إذا أجبتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك .

6. معطاة الدالّة $f(x)=(x+3)^4(2-x)$ المعرَّفة لكلّ x .

أ. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط .

(3) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=\frac{1}{f(x-3)}$.

ب. **(1)** ما هو مجال تعريف الدالّة $g(x)$ ؟

(2) هل الدالّة $g(x)$ تقطع المحورين، وإذا كانت تقطع، في أيّة نقاط؟ علّل إجابتك .

(3) ما هي مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $g(x)$ ؟

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

جـ. **(1)** بيّن أنّ $f(x)\geq 48$ لكلّ $-1\leq x\leq 1$.

(2) فسّر لماذا $\int_2^4 g(x)\,dx\leq\frac{1}{24}$.

يتبع في صفحة 6

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-a}}{x^2}$. $a\neq 0$ هو پارامتر.

أجب عن البند "أ" . إذا دعت الحاجة، عبّر عن إجاباتك بدلالة a ، وميِّز بين $a>0$ وَ $a<0$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(3) بيّن أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة زوجيّة.

(4) جد معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه الخطوط).

(5) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $a>0$ ورسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ بالنسبة لِـ $a<0$. بالنسبة لكلّ رسم بيانيّ رسمتَه، اكتب المجال الملائم للپارامتر a .

جـ. جد بالنسبة لأيّة قيَم للپارامتر a ، الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المستقيم $y=1$ أو يمسّه.

8. المثلّث ABC محصور في دائرة.

معطى أنّ: $AB=1$ ، $AC=2$.

نرمز: $\sphericalangle BAC=x$.

أ. **(1)** بيّن أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC يساوي $\frac{\sqrt{5-4\cos x}}{2\sin x}$.

(2) جد قيمة x التي بالنسبة لها نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC هو أصغر ما يمكن.

ب. جد قطر الدائرة بالنسبة لقيمة x التي وجدتَها في البند الفرعيّ "أ(2)" .

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.