מדינת ישראל
משרד החינוך

מועד מיוחד
موعد خاصّ

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: **מועד מיוחד**, קיץ תשפ"א, 2021
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: **موعد خاصّ**، صيف 2021
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبه: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך —
25x4 = 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات للممتحَن

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
عليك الإجابة عن أربعة أسئلة حسب اختيارك.
25x4 = 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخ السّؤال؛ اكتب رقمه فقط.
2. ابدأ كلّ سؤال في صفحة جديدة. اكتب في الدّفتر مراحل الحلّ، حتّى إذا أجريتَ حساباتك بواسطة حاسبة. فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب. عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

اكتب في دفتر الامتحان فقط. اكتب "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تستعملها مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

التّعليمات في هذا النّموذج مكتوبة بصيغة المذكّر وموجّهة للممتحَنات وللممتحَنين على حدّ سواء.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لك النّجاح!**

الأسئلة

انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجب عن أربعة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 25 درجة).
انتبه! إذا أجبتَ عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفترك.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. خرج أمجد يوم الأحد راكبًا على درّاجة هوائيّة من مدينة المطلّة باتّجاه مدينة طبريّا. في نفس الساعة بالضبط، خرجت راوية راكبةً على درّاجة هوائيّة من طبريّا باتّجاه المطلّة، وسافرت في نفس الطريق. سافر كلّ واحد من الراكبين بسرعة ثابتة.
بعد مرور ساعتين، التقى راكبا الدرّاجتين الهوائيّتين.
الزمن الذي احتاجه أمجد كي يقطع المسافة من المطلّة إلى طبريّا أكبر بـ 54 دقيقة من الزمن الذي احتاجته راوية كي تقطع هذه المسافة.

أ. جد النسبة بين سرعة سفر راوية وسرعة سفر أمجد.

ب. جد كم من الوقت احتاج كلّ واحد من الراكبين كي يقطع كلّ المسافة بين المطلّة وطبريّا.

يوم الإثنين، خرج راكبا الدرّاجتين الهوائيّتين معًا من طبريّا باتّجاه المطلّة في نفس الوقت. سافر الراكبان في نفس الطريق وبنفس السرعتين كما في يوم الأحد. وصلت راوية إلى المطلّة وفورًا استدارت وعادت باتّجاه طبريّا. التقت راوية مع أمجد بعد أن قطعت مسافة 7 كم عن المطلّة.

جـ. جد طول الطريق بين المطلّة وطبريّا.

د. جد السرعة التي سافر بها كلّ واحد من الراكبين.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية حسابيّة فيها $2n+1$ حدود (n هو عدد طبيعيّ) .
حدود المتوالية هي $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2n+1}$ وفرق المتوالية هو d .

أ. برهن أنّ الفرق بين مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة وبين مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة يساوي الحدّ الأوسط في المتوالية .

نرمز بِـ T إلى الفرق بين مجموع الحدود في n الأماكن الأخيرة وبين مجموع الحدود في n الأماكن الأولى .

ب. عبّر عن T بدلالة d وَ n .

معطى أنّ :

- مجموع كلّ حدود المتوالية يساوي مجموع الحدود في $2n$ الأماكن الأخيرة .
- مجموع الحدّين الأوّل والأخير هو 204 .
- $T = 3,468$.

جـ. جد كم حدًّا يوجد في المتوالية .

3. في دفيئة كبيرة للورود توجد فقط ورود بيضاء وورود بنفسجيّة .
احتمال اختيار وردتين بيضاوين بشكل عشوائيّ هو 2.25 ضعف احتمال اختيار وردتين بنفسجيّتين بشكل عشوائيّ .

أ. احسب النسبة المئويّة للورود البنفسجيّة في دفيئة الورود .

في هذه الدفيئة، توجد لبعض الورود البيضاء، وفقط لها، أوراق كبيرة . لباقي الورود توجد أوراق صغيرة .
اختارت يارا وردتين بشكل عشوائيّ . الاحتمال بأن تكون يارا قد اختارت وردة واحدة توجد لها أوراق صغيرة ووردة واحدة توجد لها أوراق كبيرة، هو 0.455 .

ب. **(1)** احسب النسبة المئويّة للورود في الدفيئة، التي توجد لها أوراق كبيرة .

(2) احسب الاحتمال بأن تكون يارا قد اختارت وردة بنفسجيّة، إذا عُلم أنّه فقط لإحدى الوردتين اللتين اختارتهما توجد أوراق كبيرة .

جـ. حضّرت كريمة باقة من 7 ورود بيضاء بالضبط، اختيرت بشكل عشوائيّ من الدفيئة .
احسب الاحتمال بأنّه توجد في الباقة وردة واحدة على الأقلّ توجد لها أوراق كبيرة ووردة واحدة على الأقلّ توجد لها أوراق صغيرة .

/ يتبع في صفحة 4 /

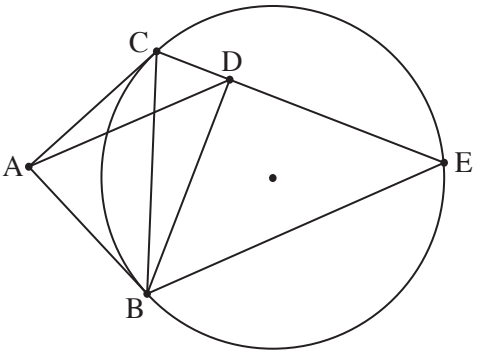
الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. يخرج من النقطة A مستقيمان يمسّان دائرة في النقطتين B وَ C (انظر الرسم).

معطى أنّ $\sphericalangle CAB = 90^o$.

BE وَ CE هما وتران في الدائرة.

الدائرة التي تحصر المثلّث ABC تقطع الوتر CE في النقطة D .



أ. برهن أنّ $BD = DE$.

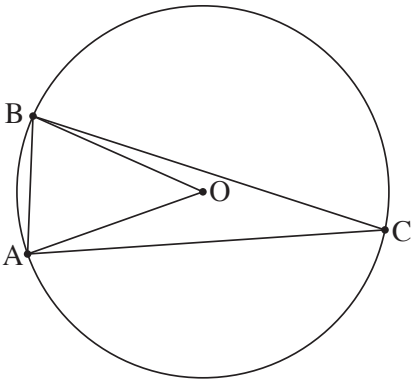
ب. برهن أنّ $\Delta ADB \sim \Delta CEB$.

جـ. برهن أنّ $S_{\Delta CEB} = 2 \cdot S_{\Delta ADB}$.

5. المثلّث ABC محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R .

معطى أنّ $\sphericalangle BAC = 80^o$.

نرمز إلى الزاوية AOB بِـ α ، وإلى الضلع AB بِـ k .



أ. برهن أنّ $\cos\alpha = 1 - \frac{k^2}{2R^2}$.

معطى أنّ $k = \frac{3}{4}R$.

ب. عبّر بدلالة R (فقط) عن مساحة المثلّث ABC .

نرمز بِـ r إلى نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث AOB .

جـ. احسب النسبة $\frac{R}{r}$.

في إِجابتك، أَبقِ رقمين بعد الفاصلة العشريّة.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{\sqrt{1-2x}}{x^2-x}$.

أ. **(1)** جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(3) جد معادلات خطوط التقارب العموديّة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ: $f(k)=1$ ، $t<k$ ، t هو پارامتر.

جـ. حدّد أيّ تعبير من التعبيرين اللذين أمامك هو أكبر. علّل تحديدك.

$$\int_t^k f(x)\,dx \qquad \text{أو} \qquad \int_t^k (f(x))^2\,dx$$

د. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $(f(x))^2$ والمحور x والمستقيمين $x=-8$ وَ $x=-1$.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=\cos(mx)+\cos(2x)$ ، المعرَّفة لكلّ x . m هو بارامتر لا يساوي صفرًا.

معطى أنّه في النقطة التي فيها $x=\frac{\pi}{4}$ ، ميل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ هو -2 .

أ. برهن أنّ m هو عدد صحيح يقسم على 4 بدون باقٍ.

عوِّض $m=4$ ، وأجب عن البنود "ب – د" التي أمامك.

أجب عن البند "ب" في المجال: $0\le x\le\pi$.

ب. **(1)** جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(2) جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط.

أجب عن البندين "جـ – د" في المجال $-\pi\le x\le\pi$.

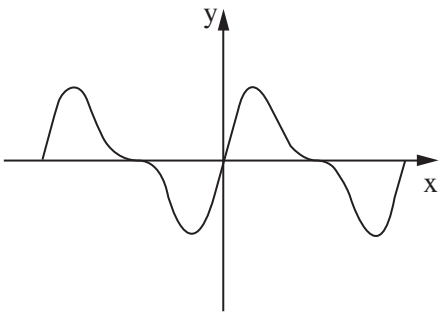
جـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$. فسّر اعتباراتك.

معطاة الدالّة $k(x)$ التي تحقّق: $k'(x)=f(x)$ ، $k(0)=0$.

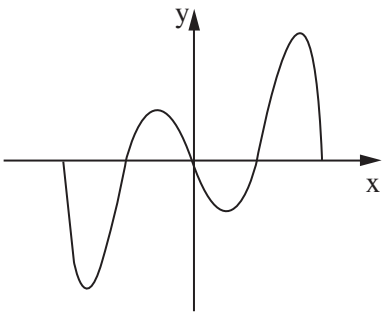
د. أحد الرسوم البيانيّة "أ – د" التي أمامك يصف الدالّة $k(x)$.

استعِن بإجابتك عن البند "جـ"، وحدِّد أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة التي أمامك يلائم الرسم البيانيّ للدالّة $k(x)$. علّل تحديدك.

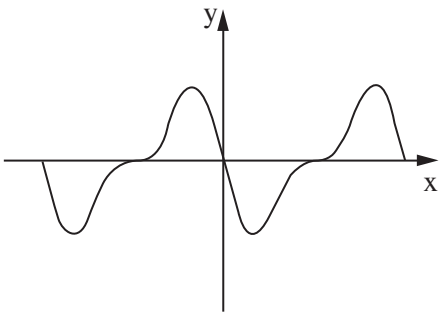
الرسم البيانيّ "أ"



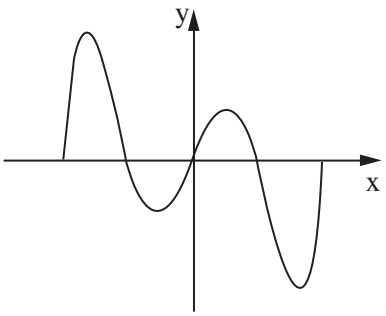
الرسم البيانيّ "ب"



الرسم البيانيّ "جـ"



الرسم البيانيّ "د"



/ يتبع في صفحة 7 /

8. معطاة الدالّتان: $f(x)=\frac{x-1}{x-3}$ ، $g(x)=\frac{x-3}{x-1}$.

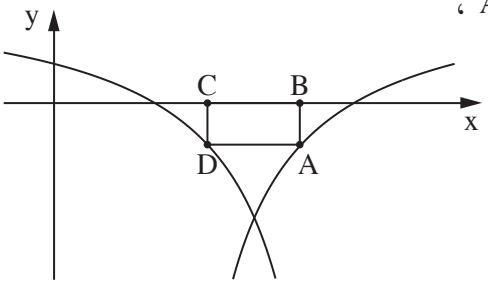
أجب عن البند "أ" بالنسبة لكلّ واحدة من الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

أ. (1) جد مجال تعريف الدالّة.

(2) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحورين.

الرسم الذي أمامك يصف جزءًا من الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وجزءًا من الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ ، ويصف مستطيلاً محصورًا بينهما وبين المحور x .

الضلع BC للمستطيل موضوع على المحور x ، والضلع المقابل، AD ، يَصِل بين نقطة على الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$ وبين نقطة على الرسم البيانيّ لِـ $g(x)$ ، كما هو موصوف في الرسم.



نرمز بِـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A.

ب. حدِّد ما هو المجال الممكن لقِيَم t.

جـ. (1) عبّر بدلالة t عن طول الضلع AB.

(2) برهن أنّ الإحداثيّ x للنقطة D هو $t-4$.

(3) عبّر بدلالة t عن مساحة المستطيل ABCD.

د. جد t الذي بالنسبة له مساحة المستطيل ABCD هي أكبر ما يمكن.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لك النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.