



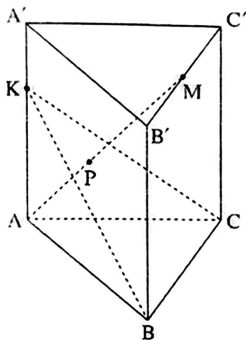
### الأسئلة

انتبه! فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.  
عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

الفصل الأول: الهندسة التحليلية، المتجهات، حساب المثلثات في الفراغ،  
الأعداد المركبة ( $66\frac{2}{3}$  درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال -  $33\frac{1}{3}$  درجة).  
انتبه! إذا أجبت عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

1. OMG هو مثلث. النقطة O هي نقطة أصل المحاور.  
أنزلوا من النقطة  $M(2, 6)$  ارتفاعاً على الضلع OG.  
معطى أن طول الارتفاع الذي أنزلوه هو 6.  
أ. بين أن المحل الهندسي لجميع النقاط G التي تنتج بهذه الطريقة موجود على مستقيمين،  
وجد معادلتَي المستقيمين.  
ب. دائرة مركزها في النقطة M تمسّ المستقيمين اللذين وجدتهما في البند "أ" في النقطتين P و Q.  
ب. (1) اكتب معادلة الدائرة.  
(2) جد إحداثيات النقطتين P و Q.  
ج. هل الشكل الرباعي OPMQ قابل للحصر في دائرة؟ علّل.  
إذا كان قابلاً للحصر، جد معادلة الدائرة التي تحصره.



2. معطى منشور قائم ثلاثي  $ABCA'B'C'$ .  
 معطى أن: النقطة  $M$  هي منتصف القطعة  $B'C'$ .  
 النقطة  $K$  تقع على القطعة  $AA'$  وتُحقق  $AK = 2KA'$ .

نرمز:  $\vec{AA'} = \underline{w}$ ،  $\vec{KC} = \underline{v}$ ،  $\vec{KB} = \underline{u}$ .

أ. عتبر  $\vec{AM}$  بدلالة  $\underline{u}$  و  $\underline{v}$  و  $\underline{w}$ .

ب.  $\vec{KP} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$ : هي نقطة على  $AM$  تُحقق:  $\alpha$  و  $\beta$  هما عدداً قياسيَّان (سكالاران).

ب. جد  $\alpha$  و  $\beta$ .

معطى أن:  $\underline{v} = (10, -5, 0)$ ،  $\underline{u} = (5, 5, -5)$ ،  $P(0, 4, 6)$ .

ج. (1) فسر لماذا تقع النقطة  $P$  على المستوى  $KBC$ .

(2) جد معادلة المستوى  $KBC$ .

(3) جد إحداثيات النقطة  $K$ .

3.  $z_1$  و  $z_2$  هما عدداً مركبان مختلفان.

معطى أن:  $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ،  $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$ ،

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ،

$\frac{z_1}{z_2}$  هو عدد حقيقي.

أ. (1) جد  $\alpha$  و  $\frac{z_1}{z_2}$ .

(2) بين أن  $z_1 \cdot z_2$  هو عدد وهمي (خيالي).

معطى أن:  $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$

ب. جد جميع حلول المعادلة  $z^3 = w^6$ .

ج. (1) هل يمكن للحلول التي وجدتها في البند "ب" أن تلائم رؤوس مسدس منتظم في مستوى جانوس؟

إذا كانت تلائم، جد إحداثيات بقتية رؤوس المسدس.

(2) أعط مثلاً لعدد طبيعي  $n > 6$  تشكّل بالنسبة له الحلول التي وجدتها في البند "ب" رؤوساً

لمضلع منتظم له  $n$  رؤوس.

الفصل الثاني: التزايد والتضاؤل، دوال القوى، الدوال الأسية  
واللوغاريتمية (  $33\frac{1}{3}$  درجة )

أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبت عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. معطاة الدالة:  $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$  .  $b$  هو پارامتر.

أجب عن البند "أ". إذا دعت الحاجة، عبّر عن إجاباتك بدلالة  $b$ .

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالة  $f(x)$ ؟

(2) علّل لماذا  $f(x) \geq 0$  في كلّ مجال تعريف الدالة  $f(x)$ .

(3) جد معادلة خطّ التقارب الأفقيّ للدالة  $f(x)$ .

(4) حدّد بالنسبة لأيّة قيمٍ لـ  $b$ ، توجد للدالة  $f(x)$  نقطة قصوى،

وإذا كان للدالة نقطة قصوى كهذه، جد إحداثياتها، وبيّن أنّها نقطة نهاية صغرى.

(5) ارسم رسمًا بيانيًا تقريبياً للدالة  $f(x)$  بالنسبة لـ  $b = 2$ .

ب. جد جميع قيم  $b$  التي بالنسبة لها يكون المستقيم  $y = \ln 5$  خطّ تقارب للدالة  $f(x)$ . علّل.

ج. معطى أنّه بالنسبة لإحدى قيم  $b$  التي وجدتها في البند "ب"، لا توجد للدالة  $f(x)$  نقاط قصوى.

بالنسبة لهذه القيمة لـ  $b$ ، حدّد إذا كانت الدالة  $f(x)$  تصاعديّة أم تنازليّة. علّل.

5. معطاة الدالة:  $f(x) = e^x(x - 5)$ ، المعرّفة لكل  $x$ .
- أ. بين أن  $f'(x) = e^x(x - 4)$  وأن  $f''(x) = e^x(x - 3)$ .
- ب.  $f^{(n)}(x)$  هي المشتقة من الرتبة  $n$  لـ  $f(x)$  (مثلاً  $f^{(3)}(x) = f'''(x)$ ).  
معطاة القانونيّة:  $f^{(n)}(x) = e^x(x - 5 + n)$  بالنسبة لكل  $n$  طبيعيّ.  
ب. جد  $f'''(x)$ ، وبيّن أنّ القانونيّة المعطاة تتحقّق بالنسبة لها.  
أجب عن البند "ج". إذا دعت الحاجة، عبّر عن إجاباتك بدلالة  $n$ .
- ج. (1) جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة  $f^{(n)}(x)$  مع المحورين.  
(2) جد معادلة خطّ التقارب الأفقيّ للدالة  $f^{(n)}(x)$ .  
(3) جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة  $f^{(n)}(x)$  (إذا وجدت مثل هذه النقاط)، وحدّد نوع هذه النقاط.  
(4) بيّن أنّ الرسمين البيانيين للدالتين  $f^{(m)}(x)$  و  $f^{(k)}(x)$  لا يتقاطعان بالنسبة لعدددين طبيعيين مختلفين  $m$  و  $k$ .
- (5) ارسم في هيئة محاور واحدة رسوماً بيانيّة تقريبيّة للدوال  $f(x)$  و  $f'(x)$  و  $f''(x)$ ، واكتب أيّاً من الرسوم البيانيّة يلائم كلّ واحدة من الدوال.
- د. اعتمد على القانونيّة المعطاة، وجد دالةً أصليّة،  $F(x)$  للدالة  $f(x)$ ،  
إذا كان معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالة  $F(x)$  يمرّ في نقطة أصل المحاور.  
أثبت صحّة إجابتك بواسطة الاشتقاق.

### בהצלחה!

נשמתי לך הנجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق النسخ محفوظة لدولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.