א. נרכז את הנתונים בטבלה מתאימה.

x **- מחיר שולחן בקניית הסוחר (שקלים).**

$\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$ **המחיר לאחר הפסד של** 10%.

$\frac{100+20}{100}\cdot x=1.2x$ **המחיר לאחר רווח של** 20%.

סך הכול של התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות	מחיר ליחידה ₪	סך הכול ₪
קנייה	$\frac{2,400}{x}$	x	$2,400$
מכירה בהפסד	5	$0.9x$	$5\cdot 0.9x=4.5x$
מכירה ברווח	$\frac{2,400}{x}-5$	$1.2x$	$(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x$

הסוחר קיבל עבור המכירה סכום כולל של $2,700$ **שקל**

והמשוואה המתאימה: $4.5x+(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x=2,700$

נפתור את המשוואה:

$$4.5x+(\frac{2,400}{x}-5)\cdot 1.2x=2,700$$
$$4.5x+2,880-6x=2,700$$
$$-1.5x=-180 \quad /:(-1.5)$$
$$\boxed{x=120}$$

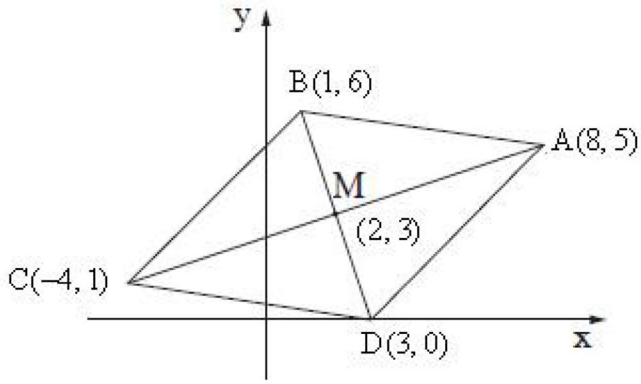
תשובה: הסוחר שילם 120 **שקלים עבור כל שולחן.**

ב. הסוחר שילם $2,400$ **עבור כלל השולחנות, לכן כמות השולחנות שקנה הייתה** $2,400:120=20$.

תשובה: הסוחר קנה 20 **שולחנות.**

א. אלכסוני המעוין חוצים זה את זה, כאשר נתונים שני הקדקודים $A(8,5)$, $C(-4,1)$.

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{8+(-4)}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_M &= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}\right\} \boxed{M(2,3)}$$



תשובה: $M(2,3)$.

ב. האלכסונים מאונכים זה לזה. נמצא את שיפוע האלכסון AC
ובאמצעותו את שיפוע האלכסון BD **,**
על ידי תנאי לישרים מאונכים $m_1 \cdot m_2 = -1$

$$m_{AC} = \frac{5-1}{8-(-4)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$m_{AC} \cdot m_{BD} = -1 \quad \to \frac{1}{3} \cdot m_{BD} = -1 \quad \to m_{BD} = -3$$

נמצא את משוואת האלכסון BD **, בהתאם לשיעור הנקודה** $M(2,3)$ **והשיפוע** $m_{BD} = -3$.

$$y-3 = -3(x-2)$$
$$y-3 = -3x+6$$
$$\boxed{y = -3x+9}$$

תשובה: משוואת האלכסון BD **היא** $y = -3x+9$.

ג. הקדקוד D **נמצא על ציר ה-** x **ולכן** $y_D = 0$.

$$0 = -3x+9$$
$$3x = 9 \quad /:9$$
$$x = 3 \quad \to \boxed{D(3,0)}$$

אלכסוני המעוין חוצים זה את זה, כאשר $M(2,3)$ **נקודת האמצע.**

$$\left.\begin{aligned} 2 &= \frac{3+x_B}{2} \quad \to 4 = 3+x_B \quad \to x_B = 1 \\ 3 &= \frac{0+y_B}{2} \quad \to 6 = y_B \end{aligned}\right\} \boxed{B(1,6)}$$

תשובה: $D(3,0)$, $B(1,6)$.

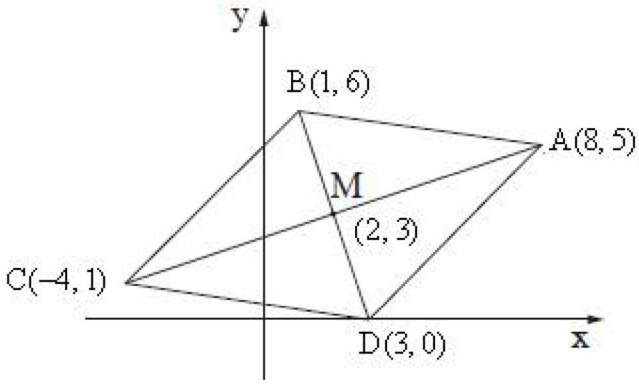
ד. שטח המעוין הוא מחצית מכפלת האלכסונים.

$$d_{AC}=\sqrt{(8-(-4))^2+(5-1)^2}=\sqrt{160}$$

$$d_{BD}=\sqrt{(1-3)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40}$$

$$S_{ABCD}=\frac{\sqrt{160}\cdot\sqrt{40}}{2}=40$$

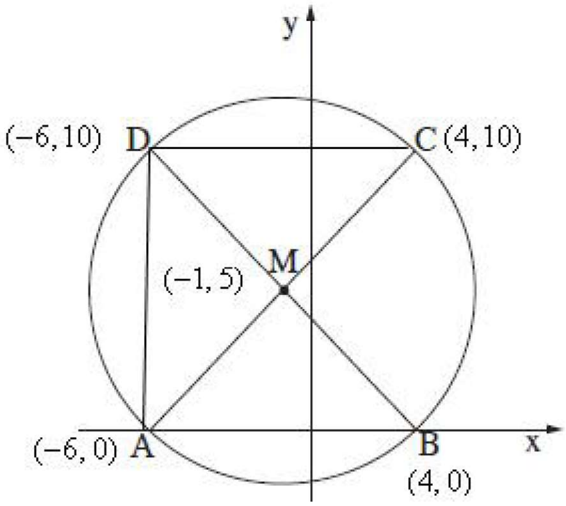
תשובה: שטח המעוין ABCD **הוא** 40 **יח"ר.**



א. (1) הנקודה M **היא מרכז המעגל** $(x+1)^2+(y-5)^2=50$ **.**

שיעורי מרכז המעגל הם $M(-1,5)$ **ורדיוסו** $\sqrt{50}$**.**

A **ו-** B **מונחים על ציר ה-** x **, ולכן מתקיים** $y=0$ **.**



$$(x+1)^2+(0-5)^2=50$$
$$(x+1)(x+1)+25=50$$
$$x^2+x+x+1-25=0$$
$$x^2+2x-24=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 10}{2}$$
$$x_1=\frac{-2+10}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad \to \boxed{B(4,0)}$$
$$x_2=\frac{-2-10}{2}=\frac{-12}{2}=-6 \quad \to \boxed{A(-6,0)}$$

תשובה: $A(-6,0)$ **,** $B(4,0)$ **,** $M(-1,5)$ **.**

(2) מרכז המעגל $M(-1,5)$ **הוא אמצע כל אחד מהקטרים.**

$$\left.\begin{array}{l} -1=\dfrac{4+x_D}{2} \quad \to -2=4+x_D \quad \to x_D=-6 \\ 5=\dfrac{0+y_D}{2} \quad \to 10=y_D \end{array}\right\} \boxed{D(-6,10)}$$

$$\left.\begin{array}{l} -1=\dfrac{-6+x_C}{2} \quad \to -2=-6+x_C \quad \to x_C=4 \\ 5=\dfrac{0+y_C}{2} \quad \to 10=y_C \end{array}\right\} \boxed{C(4,10)}$$

תשובה: $C(4,10)$ **,** $D(-6,10)$.

ב. (1) כיוון ש- $M(-1,5)$ **הוא אמצע הצלע/ הקוטר** AC **הרי ש-** DM **הוא התיכון.**

$$m_{DC}=\frac{10-5}{-6-(-1)}=\frac{5}{-5}=-1$$

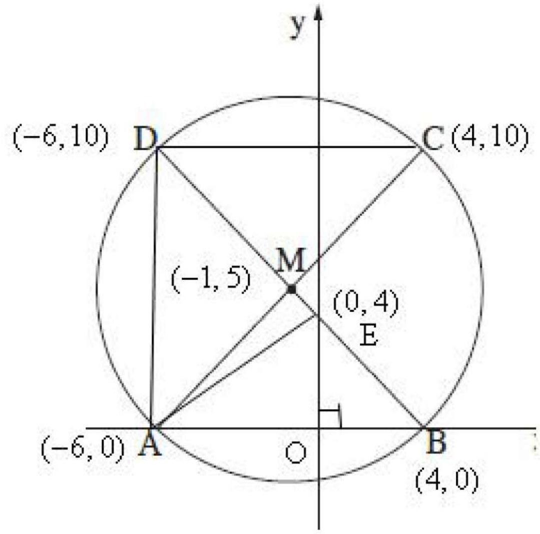
נמצא את משוואת התיכון DM **, בהתאם לשיעור הנקודה** $M(-1,5)$ **והשיפוע** $m_{DC}=-1$ **.**

$$y-5=-1(x-(-1))$$
$$y-5=-x-1$$
$$\boxed{y=-x+4}$$

תשובה: משוואת התיכון לצלע AC **היא** $y=-x+4$ **.**

(2) הנקודה E **היא נקודת החיתוך של הישר** $y=-x+4$

עם ציר ה- y **לכן שיעוריה** $(0,4)$



שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר EO **הוא הגובה לצלע** AB **, כי הצירים מאונכים זה לזה.**

$$\mathrm{AB}=x_{\mathrm{B}}-x_{\mathrm{A}}=4-(-6)=10$$

$$\mathrm{EO}=y_{\mathrm{E}}-y_{\mathrm{O}}=4-0=4$$

$$S_{\Delta\mathrm{AEB}}=\frac{\mathrm{AB}\cdot\mathrm{OE}}{2}=\frac{10\cdot 4}{2}=20 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta\mathrm{AEB}}=20}$$

תשובה: שטח המשולש AEB **הוא** 20 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $y=\frac{16}{x}+x-2$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$ **.**

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\frac{16}{x}+x-2 \quad /\cdot x$$
$$0=16+x^2-2x$$
$$0=x^2-2x+16$$
$$x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{-60}}{2}$$

אין פתרון ואין נקודות חיתוך עם ציר ה- x **. אין חיתוך עם ציר ה-** y **, כי תחום ההגדרה הוא** $x\neq 0$ **.**

תשובה: לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם הצירים.

ג. נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן.

$$\boxed{y=\frac{16}{x}+x-2}$$
$$\boxed{y'=-\frac{16}{x^2}+1}$$
$$0=-\frac{16}{x^2}+1 \quad \to 0=-16+x^2$$
$$x^2=16 \quad \to x=\pm 4$$
$$y(4)=\frac{16}{4}+4-2 \quad \to (4,6), \quad y(-4)=\frac{16}{-4}-4-2 \quad \to (-4,-10)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה

$$y'(-5)=\frac{-16}{(-5)^2}+1=0.36>0, \quad y'(-3)=\frac{-16}{(-3)^2}+1=-0.78<0$$
$$y'(3)=\frac{-16}{3^2}+1=-0.78<0, \quad y'(5)=\frac{-16}{5^2}+1=0.36>0$$

x	5	4	3	0	-3	-4	-5
y'	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: $(-4,-10)$ **מקסימום ,** $(4,6)$ **מינימום.**

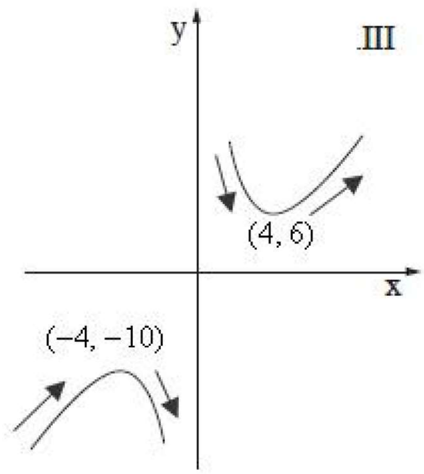
ד. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה בסעיף הקודם.

תשובה: עלייה: $x > 4$ **או** $x < -4$ **, ירידה:** $0 < x < 4$ **או** $-4 < x < 0$ **.**

ה. גרף III **מתאר את הפונקציה הנתונה** $y = \frac{16}{x} + x - 2$ **, על פי סעיפים א-ד,**

כי הפונקציה אינה חותכת את הצירים, נקודות הקיצון מתאימות $(-4, -10)$ **מקסימום ,** $(4, 6)$ **מינימום,**

ובהתאם הפונקציה עולה עבור $x > 4$ **או** $x < -4$**, יורדת** $0 < x < 4$ **או** $-4 < x < 0$ **.**



תשובה: גרף III **.**

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=x^3+4$.

נמצא את משוואת המשיק בנקודה שבה $x=2$.

נקודת ההשקה: $f(2)=2^3+4$ **ולכן שיעוריה** $(2,12)$.

שיפוע: $f'(x)=3x^2$, $f'(2)=3\cdot 2^2=12$ **, והשיפוע** $m=12$

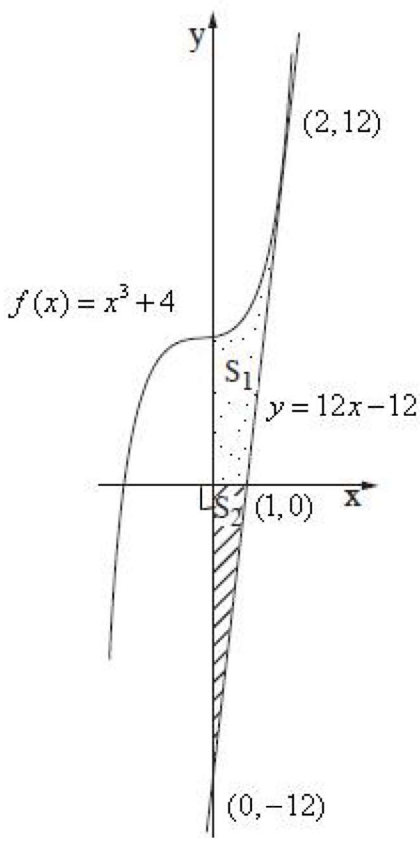
$$y-12=12(x-2)$$
$$y-12=12x-24$$
$$\boxed{y=12x-12}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=12x-12$.

(2) בנקודה שעל ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $0=12x-12$

$12=12x \rightarrow x=1 \rightarrow \boxed{(1,0)}$.

תשובה: שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x **הם** $(1,0)$.



ב. נחשב תחילה את השטח S_1 **שהוא שטח משולש ישר זווית.**

שיעור נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- y **הם** $(0,-12)$

$S_1=\frac{1\cdot 12}{2}=$ 6 **יח"ר**

נחשב את השטח המשותף S_1+S_2.

הפרש הפונקציות הוא :

$$x^3+4-(12x-12)=x^3+4-12x+12=x^3-12x+16$$

$$S_1+S_2=\int_0^2 (x^3-12x+16)\,dx$$

$$S_1+S_2=\frac{x^4}{4}-\frac{12x^2}{2}+16x\Big]_0^2$$

$$S_1+S_2=(\frac{2^4}{4}-6\cdot 2^2+16\cdot 2)-(\frac{0^4}{4}-6\cdot 0^2+16\cdot 0)$$

$$\boxed{S_1+S_2=12}$$

	S_1+S_2
פונקציה עליונה	$y=x^3+4$
פונקציה תחתונה	$y=12x-12$
x **גדול**	$x=2$
x **קטן**	$x=0$

ולכן $S_1=12-6=$ 6 **יח"ר**

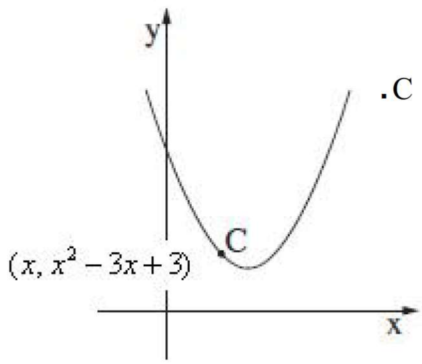
תשובה: 6 **יח"ר** $S_1=S_2=$.

א. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 3x + 3$.

א. נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** C **ב-** x.

לכן שיעורי הנקודה C **הנמצאת על גרף הפונקציה**

$y = x^2 - 3x + 3$ **הם** $C(x, x^2 - 3x + 3)$.



הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום שיעורי הנקודה* C.

$$f(x) = x + x^2 - 3x + 3$$

$$\boxed{f(x) = x^2 - 2x + 3}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{f'(x) = 2x - 2}$$

$$0 = 2x - 2$$

$$-2x = 2 \quad / : (-2)$$

$$x = 1$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$f'(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1 < 0, \quad f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3 > 0$$

x	2	1	0
$f'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

עבור $x = 1$ **הפונקציה** f **עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $x_C = 1$ **, עבורו סכום שיעורי הנקודה** C **הוא מינימלי.**

ב. עבור $x = 1$ **נקבל:** $f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 2$.

או $y(1) = 1^2 - 3 \cdot 1 + 3 = 1$ **, לכן שיעורי הנקודה** $C(1,1)$ **וסכום שיעוריה** $1 + 1 = 2$.

תשובה: הסכום המינימלי של שיעורי הנקודה C **הוא** 2.