א. נסמן ב- x **(שקל) מחיר של בקבוק מיץ מנגו, ולכן** $\frac{100-20}{100}\cdot x = 0.8x$ **מחיר של בקבוק מיץ תפוזים,**
שזול ב- 20% **ממחיר בקבוק מיץ מנגו.**

נסמן ב- y **את מספר בקבוקי מיץ המנגו שקנה דני, ולכן** $y+3$ **מספר בקבוקי מיץ התפוזים שקנה דני,**
הגדול ב- 3 **ממספר בקבוקי מיץ המנגו שקנה.**

דני שילם עבור בקבוקי מיץ המנגו 135 **שקל, והמשוואה המתאימה:** $xy=135$ **.**
דני שילם עבור בקבוקי מיץ התפוזים 129.6 **שקל, והמשוואה המתאימה:** $0.8x(y+3)=129.6$ **.**
נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} xy=135 \quad \to y=\frac{135}{x} \\ 0.8x(\frac{135}{x}+3)=129.6 \end{cases}$$

$$108+2.4x=129.6 \quad /-108$$

$$2.4x=21.6 \quad /:2.4$$

$$\boxed{x=9}$$

תשובה: מחיר בקבוק מיץ מנגו 9 **שקלים.**

ב. מחיר בקבוק מיץ תפוזים 7.2 **שקל** $=0.8\cdot 9$ **.**
מחיר בקבוק מיץ מנגו גדול ב- 1.8 **שקלים** $=9-7.2$ **.**
תשובה: מחיר בקבוק מיץ מנגו גדול ב- 1.8 **שקלים מן המחיר של בקבוק מיץ תפוזים.**

א. נמצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים.

האלכסונים במעוין חוצים זה את זה, ולכן הנקודה M **היא אמצע האלכסון** AC.

$$\left.\begin{aligned} x_{\mathrm{M}} &= \frac{x_{\mathrm{C}}+x_{\mathrm{A}}}{2}=\frac{-2+6}{2}=\frac{4}{2}=2 \\ y_{\mathrm{M}} &= \frac{y_{\mathrm{C}}+y_{\mathrm{A}}}{2}=\frac{1+5}{2}=\frac{6}{2}=3 \end{aligned}\right\}\boxed{\mathrm{M}(2,3)}$$

תשובה: $\mathrm{M}(2,3)$.

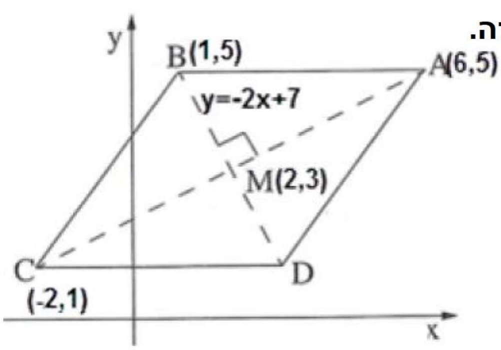
ב. האלכסונים במעוין מאונכים זה לזה. $m_{\mathrm{AC}}=\frac{5-1}{6-(-2)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

השיפוע של האלכסון BD **הופכי לנגדי:** $\boxed{m_{\mathrm{BD}}=-2} \leftarrow \frac{1}{2}\cdot m_{\mathrm{BD}}=-1 \leftarrow m_{\mathrm{AC}}\cdot m_{\mathrm{BD}}=-1$.

נמצא את משוואת האלכסון BD**, לפי:** $m_{\mathrm{BD}}=-2$, $\mathrm{M}(2,3)$.

$$y-3=-2(x-2)$$
$$y-3=-2x+4$$
$$\boxed{y=-2x+7}$$

תשובה: משוואת האלכסון BD **היא** $y=-2x+7$.



ג. נתון כי הצלע AB **מקבילה לציר ה-** x**, כלומר שיעורי ה-** y **שעליה שווים זה לזה.**

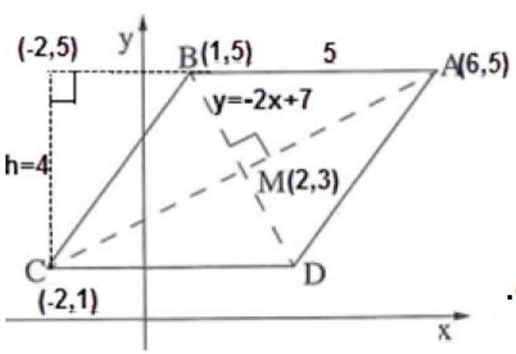
(1) $y_{\mathrm{B}}=y_{\mathrm{A}}=5$.

תשובה: $y_{\mathrm{B}}=5$.

(2) נציב $y_{\mathrm{B}}=5$ **במשוואת האלכסון** BD.

$$5=-2x+7$$
$$2x=2 \quad /:2$$
$$\boxed{x=1}$$

תשובה: $x_{\mathrm{B}}=1$.



(3) נמצא את שטח המשולש ABC.

h **גובה חיצוני להמשך הצלע** AB.

$$\mathrm{AB}=6-1=5$$
$$h=5-1=4$$

$S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{AB}\cdot h}{2}=\frac{5\cdot 4}{2}=10$ **(ניתן גם על ידי** $S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BM}}{2}$**).**

תשובה: שטח המשולש ABC **הוא** 10 **יח"ר.**

(4) שטח המעוין הוא $S_{\mathrm{ABCD}}=\mathrm{AB}\cdot h=5\cdot 4=20$ **. (ניתן גם לכפול את שטח משולש** ABC **פי שניים.)**

תשובה: שטח המעוין הוא 20 **יח"ר.**

א. נתונה משוואת המעגל $(x-4)^2+(y+2)^2=R^2$ **(שמרכזו** $\mathrm{M}(4,-2)$ **ורדיוסו** R **).**

נציב את שיעורי הנקודה $\mathrm{B}(2,-6)$ **, שנמצאת על המעגל, במשוואת המעגל.**

$$(2-4)^2+(-6+2)^2=R^2$$
$$4+16=R^2$$
$$\boxed{R^2=20}$$

תשובה: $R^2=20$ **, משוואת המעגל היא** $(x-4)^2+(y+2)^2=20$ **.**

ב. שיפוע הישר BM **הוא** $m_{\mathrm{BM}}=\dfrac{-6-(-2)}{2-4}=\dfrac{-4}{-2}=2$ **.**

נמצא את משוואת הישר BM **, לפי:** $m_{\mathrm{BM}}=2$ **,** $\mathrm{M}(4,2)$ **.**

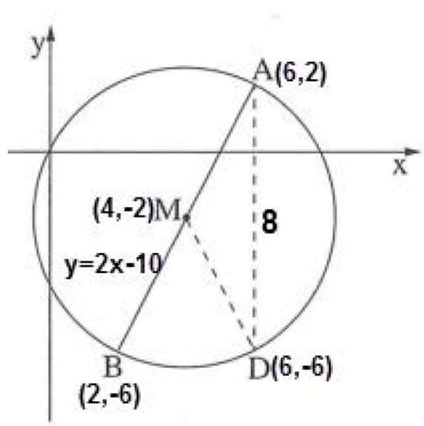
$$y-(-2)=2(x-4)$$
$$y+2=2x-8 \quad /-2$$
$$\boxed{y=2x-10}$$

תשובה: משוואת הישר BM **היא** $y=2x-10$ **.**

ג. AB **הוא קוטר במעגל ולכן מרכז המעגל** $\mathrm{M}(4,2)$ **הוא אמצע הקוטר** AB **.**

$$\left.\begin{aligned} 4=\frac{2+x_{\mathrm{A}}}{2} \quad &\to 8=2+x_{\mathrm{A}} \quad \to 6=x_{\mathrm{A}} \\ -2=\frac{-6+y_{\mathrm{A}}}{2} \quad &\to -4=-6+y_{\mathrm{A}} \quad \to 2=y_{\mathrm{A}} \end{aligned}\right\} \boxed{\mathrm{A}(6,2)}$$

תשובה: $\mathrm{A}(6,2)$ **.**



ד. (1) AD **מקביל לציר ה-** y **, לכן** $x_{\mathrm{D}}=x_{\mathrm{A}}=6$ **.**

נציב $x=6$ **במשוואת המעגל.**

$$(6-4)^2+(y+2)^2=20 \quad \to 4+(y+2)(y+2)=20$$
$$4+y^2+2y+2y+4=20 \quad \to y^2+4y-12=0$$
$$y_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot1\cdot(-12)}}{2\cdot1}$$
$$y_{1,2}=\frac{-4\pm8}{2}$$
$$y_1=\frac{-4+8}{2}=\frac{4}{2}=2=y_{\mathrm{A}}$$
$$y_2=\frac{-4-8}{2}=\frac{-12}{2}=-6 \quad \to \boxed{\mathrm{D}(6,-6)}$$

תשובה: $\mathrm{D}(6,-6)$ **.**

(2) $\mathrm{AD}=y_{\mathrm{A}}-y_{\mathrm{D}}=2-(-6)=8$ **.**

תשובה: $\mathrm{AD}=8$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x-\frac{4}{x}$

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה $x\neq 0$.

(2) עבור $x=0$ **המכנה מתאפס, לכן הישר** $x=0$ **הוא אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=0$.

ב. נמצא את נקודות הקיצון, כאשר את סוגן נקבע על פי הגרף:

$$f'(x)=-1+\frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+4}{x^2}}$$

$$0=\frac{-x^2+4}{x^2}$$

$$0=-x^2+4$$

$$x^2=4 \quad \to x=\pm 2$$

$$x=2 \quad \to y=-2-\frac{4}{2} \quad \to y=-4 \quad \to \boxed{(2,-4)}$$

$$x=-2 \quad \to y=-(-2)-\frac{4}{-2} \quad \to y=4 \quad \to \boxed{(-2,4)}$$

תשובה: $(2,-4)$ **מקסימום ,** $(-2,4)$ **מינימום.**

ג. (1) העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה A **שבה** $x=-1$.

שיפוע המשיק בנקודה זו הוא $m=f'(-1)=-1+\frac{4}{(-1)^2}=-1+4=3$

תשובה: שיפוע המשיק הוא 3.

(2) נמצא את נקודת השקה: $y=-(-1)-\frac{4}{-1}=1+4=5$ **, ולכן נקודת ההשקה היא** $A(-1,5)$.

נמצא את משוואת המשיק, לפי $A(-1,5)$ **,** $m=3$ **:**

$$y-5=3(x-(-1))$$

$$y-5=3(x+1)$$

$$y-5=3x+3$$

$$\boxed{y=3x+8}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=3x+8$.

א. נמצא את שיעורי הנקודה P **, בה הישר** $y=-x+2.5$ **משיק לפרבולה** $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2$ **.**

בנקודת ההשקה שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת.

שיפוע המשיק $y=-x+2.5$ **הוא** -1**.**

$f'(x)=-x$ **, ולכן** $-1=-x$ **ו-** $x=1$ **הוא שיעור ה-** x **בנקודת ההשקה** P**.**

$y_{\mathrm{P}}=-1+2.5=1.5$ **, ומתקבל שנקודת ההשקה היא** $\mathrm{P}(1,1.5)$**.**

תשובה: $\mathrm{P}(1,1.5)$**.**

ב. הפרבולה חותכת את ציר ה- x **בנקודה** C **בה מתקיים** $y=0$**.**

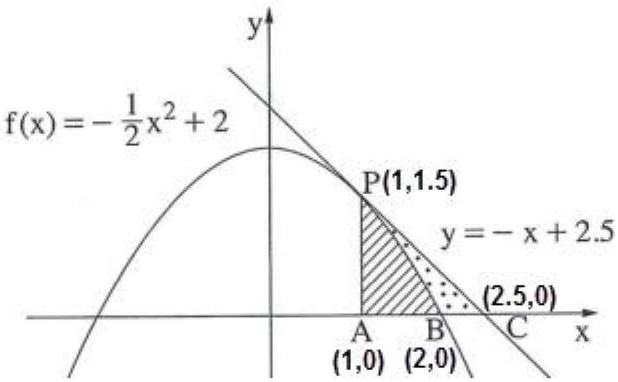
$$0=-\frac{\cancel{1}^{1/}}{\cancel{2}}x^2+\cancel{2}^{2/}\quad /\cdot 2$$
$$0=-x^2+4$$
$$x^2=4\ \ \rightarrow x\pm 2\ \ \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(2,0)}\ \ \leftarrow x_{\mathrm{B}}>0$$

המשיק חותך את ציר ה- x **, בחלקו החיובי, בנקודה** B **בה מתקיים** $y=0$**.**

$$0=-x+2.5\ \ \rightarrow x=2.5\ \ \rightarrow \boxed{\mathrm{C}(2.5,0)}$$

תשובה: $\mathrm{B}(2,0)$, $\mathrm{C}(2.5,0)$**.**

ג. (1) נחשב את השטח המקווקו



$$\mathrm{S}=\int_1^2\left(-\frac{1}{2}x^2+2-0\right)dx$$
$$\mathrm{S}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+2x\Big]_1^2$$
$$\mathrm{S}=\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{2^3}{3}+2\cdot 2\right)-\left(-\frac{1}{2}\cdot\frac{1^3}{3}+2\cdot 1\right)$$
$$\mathrm{S}=\frac{8}{3}-\left(\frac{11}{6}\right)$$
$$\boxed{\mathrm{S}=\frac{5}{6}}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $\frac{5}{6}$ **יח"ר .**

ב. $S_{\Delta\mathrm{PAC}}=\frac{\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AP}}{2}=\frac{(2.5-1)\cdot(1.5-0)}{2}=\frac{1.5\cdot 1.5}{2}=1.125$

תשובה: שטח המשולש PAC **הוא** 1.125 **יח"ר.**

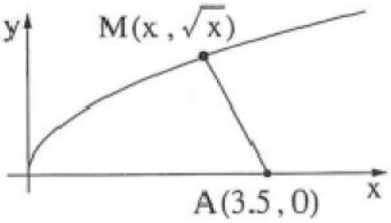
ג. השטח המנוקד יתקבל על ידי הפרש שטחים: $1.125-\frac{5}{6}=\frac{7}{24}$

תשובה: השטח המנוקד PAC **הוא** $\frac{7}{24}$ **יח"ר.**

א. שיעורי הנקודה M **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=\sqrt{x}$ **הם** $\mathrm{M}(x,\sqrt{x})$**.**

נמצא את ריבוע האורך של הקטע MA**, כלומר את** $(\mathrm{MA})^2$**.**

נמצא את $(\mathrm{MA})^2$ **באמצעות נוסחת המרחק בין שתי נקודות שבנוסחאון:**



$$\mathrm{MA}=\sqrt{(x-3.5)^2+(\sqrt{x}-0)^2}$$
$$(\mathrm{MA})^2=(x-3.5)^2+(\sqrt{x})^2$$
$$(\mathrm{MA})^2=(x-3.5)(x-3.5)+x$$
$$(\mathrm{MA})^2=x^2-3.5x-3.5x+12.25+x$$
$$\boxed{(\mathrm{MA})^2=x^2-6x+12.25}$$

תשובה: $(\mathrm{MA})^2=x^2-6x+12.25$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא $(\mathrm{MA})^2=x^2-6x+12.25$ **.**

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{((\mathrm{MA})^2)'=2x-6}$$
$$0=2x-6$$
$$-2x=-6 \quad /:(-2)$$
$$\boxed{x=3}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון :

$$((\mathrm{MA})^2)'(2)=2\cdot2-6<0, \quad ((\mathrm{MA})^2)'(4)=2\cdot4-6>0$$

x	4	3	2	0
$((\mathrm{MA})^2)'$	+	0	-	
מסקנה	↗	Min	↘	

תשובה: עבור $x=3$ $(\mathrm{MA})^2$ **הוא מינימלי.**