א. x **(שקלים) תשלום לכל ק"מ בחברה א', y (שקלים) תשלום קבוע בחברה א'.**

דן שכר מכונית מחברה א', נסע 100 ק"מ ושילם 120 שקלים בסך הכול.

המשוואה המתאימה: $100x+y=120$ **.**

$\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$ **(שקלים) תשלום לכל ק"מ בחברה ב', $y+4$ (שקלים) תשלום קבוע בחברה ב'.**

אלון שכר מכונית מחברה ב', נסע 100 ק"מ ושילם 116 שקלים בסך הכול.

המשוואה המתאימה: $100\cdot 0.9x+y+4=116 \quad \to 90x+y=112$**.**

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases}100x+y=120\\ 90x+y=112 \quad \cdot(-1)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}100x+y=120\\ -90x-y=-112\end{cases}$$

$$10x=8 \quad /:10$$

$$\boxed{x=0.8}$$

$$100\cdot 0.8+y=120$$

$$80+y=120$$

$$\boxed{y=40}$$

תשובה: $x=0.8$ **,** $y=40$ **.**

ב. על פי הסעיף הקודם, התשלום לכל נסיעה בחברה ב' הוא 0.72 שקלים $=0.9\cdot 0.8$ **,**

והתשלום הקבוע הוא 44 שקלים $=40+4$ **.**

תשובה: התשלום לכל נסיעה בחברה ב' הוא 0.72 שקלים, והתשלום הקבוע הוא 44 שקלים.

ג. שלומית מבקשת לשכור מכונית ולנסוע 80 ק"מ.

בחברה א' שלומית תשלם 104 שקלים $=80\cdot 0.8+40$ **.**

בחברה ב' שלומית תשלם 101.6 שקלים $=80\cdot 0.72+44$ **.**

תשובה: לשלומית כדאי לשכור את המכונית בחברה ב', כי $101.6<104$ **.**

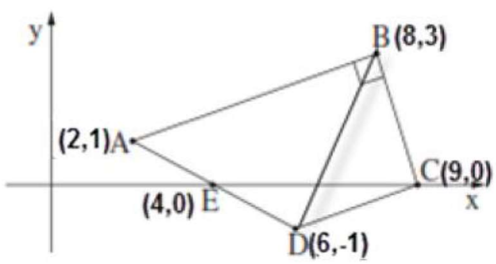
א. (1) נמצא את שיפוע הישר AB**:** $m_{AB} = \frac{3-1}{8-2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

תשובה: שיפוע הישר AB **הוא** $\frac{1}{3}$.

(2) AB **מאונך ל-** BC.

השיפוע BC **הופכי לנגדי:** $m_{BC} \cdot m_{AB} = -1 \rightarrow \cdot m_{BC} \cdot \frac{1}{3} = -1 \rightarrow m_{BC} = -3$

$$B(8,3), m_{BC} = -3$$
$$y-3 = -3(x-8)$$
$$y-3 = -3x+24$$
$$\boxed{y = -3x+27}$$



תשובה: משוואת הישר BC **היא** $y = -3x+27$.

ב. הקדקוד C **נמצא על ציר ה-** x**. לכן,** $y_C = 0$.

$$0 = -3x+27$$
$$3x = 27$$
$$x = 9 \rightarrow \boxed{C(9,0)}$$

תשובה: $C(9,0)$.

ג. הנקודה $E(4,0)$ **היא אמצע הקטע** AD **. נשתמש בנוסחת אמצע קטע.**

$$4 = \frac{2+x_D}{2} \quad / \cdot 2 \qquad\qquad 0 = \frac{1+y_D}{2} \quad / \cdot 2$$
$$8 = 2+x_D \qquad\qquad 0 = 1+y_D$$
$$x_D = 6 \qquad\qquad y_D = -1$$

תשובה: $D(6,-1)$.

ד. נבדוק האם ΔBCD **שוקיים .**

$$d_{BC} = \sqrt{(8-9)^2+(3-0)^2} = \sqrt{10}$$
$$d_{DC} = \sqrt{(6-9)^2+(-1-0)^2} = \sqrt{10}$$

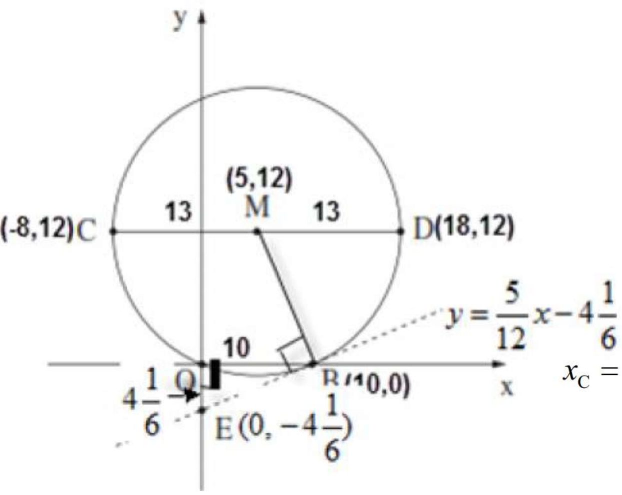
תשובה: ΔBCD **הוא שווה שוקיים כי הוא** $BC = DC$.

א. נתונה משוואת המעגל $(x-5)^2+(y-12)^2=R^2$ **, שמרכזו** $M(5,12)$ **ורדיוסו** R.

המעגל עובר בראשית הצירים $(0,0)$**. נציב את שיעורי הנקודה במשוואת המעגל.**

$$(0-5)^2+(0-12)^2=R^2$$
$$169=R^2$$
$$R=13$$

תשובה: רדיוס המעגל הוא 13.



ב. משוואת המעגל היא $(x-5)^2+(y-12)^2=169$

דרך מרכז המעגל $M(5,12)$ **העבירו קוטר המקביל לציר ה-** x.

לכן $y_D=y_C=12$ **ו:** $x_D=x_M+13=5+13=18$ **,** $x_C=x_M-13=5-13=-8$

תשובה: $D(18,12)$ **,** $C(-8,12)$.

ג. נמצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה $B(10,0)$.

שיפוע הרדיוס MD **הוא** $m_{MB}=\frac{12-0}{5-10}=\frac{12}{-5}=-\frac{12}{5}$.

הרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה.

השיפוע של המשיק הופכי לנגדי: $m_{mashik}\cdot m_{MB}=-1 \quad \rightarrow \cdot m_{mashik}\cdot(-\frac{12}{5})=-1 \quad \rightarrow m_{mashik}=\frac{5}{12}$.

$$B(10,0), m_{mashikC}=\frac{5}{12}$$
$$y-0=\frac{5}{12}(x-10)$$
$$\boxed{y=\frac{5}{12}x-4\frac{1}{6}}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=\frac{5}{12}x-4\frac{1}{6}$.

ד. המשיק $y=\frac{5}{12}x-4\frac{1}{6}$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** $E(0,-4\frac{1}{6})$.

$$S_{\Delta OEB}=\frac{BO\cdot OE}{2}=\frac{10\cdot 4\frac{1}{6}}{2}=20\frac{5}{6}$$

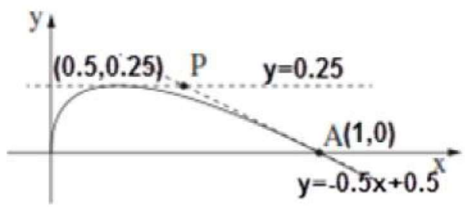
תשובה: שטח ΔOEB **הוא** $20\frac{5}{6}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x}-x$.

הביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.

תשובה: $x \ge 0$.

ב. נמצא את שיעורי נקודת המקסימום של הפונקציה.



$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1$$

$$0=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1 \quad / \cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=1-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=1$$

$$\sqrt{x}=0.5 \quad ()^2$$

$$\left.\begin{array}{l} x=0.25 \\ f(0.25)=\sqrt{0.25}-0.25=0.25 \end{array}\right\}(0.25,0.25)$$

תשובה: שיעורי נקודת המקסימום הם $(0.25,0.25)$.

ג. (1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A**, שבה** $x=1$ **ואת שיעורי נקודת ההשקה.**

$$f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}-1=-0.5 \quad \to m=-0.5$$

$$f(1)=\sqrt{1}-1=0 \quad \to \mathrm{A}(1,0)$$

נמצא את משוואת המשיק בנקודה A .

$$\mathrm{A}(1,0), m=-0.5$$

$$y-0=-0.5(x-1)$$

$$\boxed{y=-0.5x+0.5}$$

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A **היא** $y=-0.5x+0.5$.

(2) משוואת המשיק בנקודת המקסימום $(0.25,0.25)$ **היא של פונקציה קבועה.**

תשובה: משוואת המשיק בנקודת המקסימום היא $y=0.25$.

ד. נמצא את שיעורי הנקודה P **.**

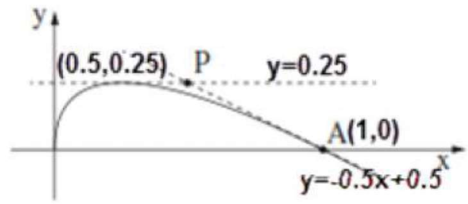
$$\begin{cases} y=-0.5x+0.5 \\ y=0.25 \end{cases}$$

$$-0.5x+0.5=0.25$$

$$-0.5x=-0.25 \quad /:(-0.5)$$

$$x=0.5 \quad \rightarrow \boxed{P(0.5,\ 0.25)}$$

תשובה: $P(0.5,\ 0.25)$.

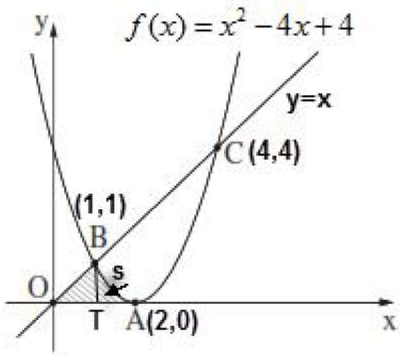


א. נמצא את שיעורי הנקודה A **, נקודת המינימום של** $f(x)=x^2-4x+4$ **.**

$$f'(x)=2x-4$$
$$0=2x-4$$
$$-2x=-4$$
$$\left.\begin{array}{l} x=2 \\ f(2)=2^2-4\cdot 2+4=0 \end{array}\right\} \boxed{A(2,0)}$$

תשובה: $A(2,0)$.

ב. נמצא את שיעורי הנקודות B **ו-** C**, נקודות החיתוך בין** $f(x)=x^2-4x+4$ **ובין** $y=x$.



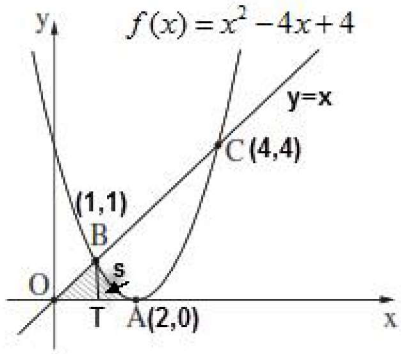
$$\begin{cases} y=x^2-4x+4 \\ y=x \end{cases}$$
$$x^2-4x+4=x$$
$$x^2-5x+4=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}$$
$$x_{1,2}=\frac{5\pm 3}{2}$$
$$x_1=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad \to y=4\to \boxed{C(4,4)}$$
$$x_2=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \to y=1\to \boxed{B(1,1)}$$

תשובה: $B(1,1)$ **,** $C(4,4)$**.**

ג. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

מצד שמאל, שטח משולש: $S_{\Delta OBT}=\dfrac{OT\cdot BT}{2}=\dfrac{1\cdot 1}{2}=\dfrac{1}{2}$

מצד ימין, על ידי חישוב אינטגרל



$$S=\int_1^2 (x^2-4x+4)\,dx$$

$$S=\frac{x^3}{3}-\frac{4\cdot x^2}{2}+4x\Big]_1^2$$

$$S=(\frac{2^3}{3}-\frac{4\cdot 2^2}{2}+4\cdot 2)-(\frac{1^3}{3}-\frac{4\cdot 1^2}{2}+4\cdot 1)$$

$$S=\frac{8}{3}-(\frac{7}{3})$$

$$\boxed{S=\frac{1}{3}}$$

וסך כל גודל השטח המקווקו הוא $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{6}$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $\dfrac{5}{6}$ **יח"ר .**

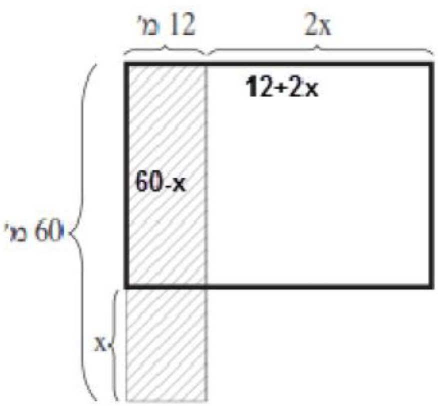
א. לרוחבו של המלבן המקווקו הוסיפו $2x$ **מטרים, ולכן האורך של המלבן החדש הוא** $(12+2x)$**.**

מאורכו של המלבן המקורי הורידו x **מטרים, ולכן הרוחב החדש הוא** $(60-x)$**.**

שטח המלבן החדש הוא: $(12+2x)(60-x)=720-12x+120x-2x^2=-2x^2+108x+720$

תשובה: שטח המלבן החדש הוא $-2x^2+108x+720$ **מ"ר .**

ב. הפונקציה שיש להביא ל*מקסימום* היא שטח המלבן החדש.



$$S(x)=-2x^2+108x+720$$
$$S'(x)=-4x+108$$
$$0=-4x+108$$
$$4x=108 \quad /:4$$
$$\boxed{x=27}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון :

$$(S)'(26)=-4\cdot 26+108>0, \quad (S)'(28)=-4\cdot 28+108<0$$

x	28	27	26
$(S)'$	-	0	+
מסקנה	↘	Max	↗

תשובה: $x=27$ **מטר, עבורו שטח המלבן החדש יהיה מקסימלי.**