א. נסמן: x (שקלים) - מחירו של כיסא, לפני ההוזלה.

$2x$ (שקלים) - מחירו של שולחן, לפני ההוזלה.

לאחר הוזלה של 15%, מחיר השולחן הוא $\frac{100-15}{100}\cdot 2x = 0.85\cdot 2x = 1.7x$.

לאחר הוזלה של 25%, מחיר כיסא אחד הוא $\frac{100-25}{100}\cdot x = 0.75x$.

	מחיר לרהיט (שקלים)	מספר רהיטים	סך הכול (שקלים)
שולחן אחד	$1.7x$	1	$1.7x$
שלושה כיסאות	$0.85x$	3	$3\cdot 0.75x = 2.25x$

אלי שילם $1,343$ שקלים סך הכול.

$$1.7x + 2.25x = 1343$$
$$3.95x = 1343 \quad /:3.95$$
$$\boxed{x = 340} \quad \rightarrow \boxed{2x = 680}$$

תשובה: המחיר של כיסא לפני המבצע היה 340 שקלים, והמחיר של שולחן היה 680 שקלים.

ב. מחיר הרהיטים, ללא הנחת המבצע, הוא $1,700$ שקלים $= 1\cdot 680 + 3\cdot 340$.

אלי חסך 357 שקלים $= 1700 - 1343$, כך שנותר לו די כסף לקניית עוד כיסא.

(מחיר של כיסא, בזכות המבצע, הוא 255 שקלים $= 0.75\cdot 340$.)

תשובה: סכום הכסף שחסך אלי, בזכות המבצע, יספיק לקניית עוד כיסא.

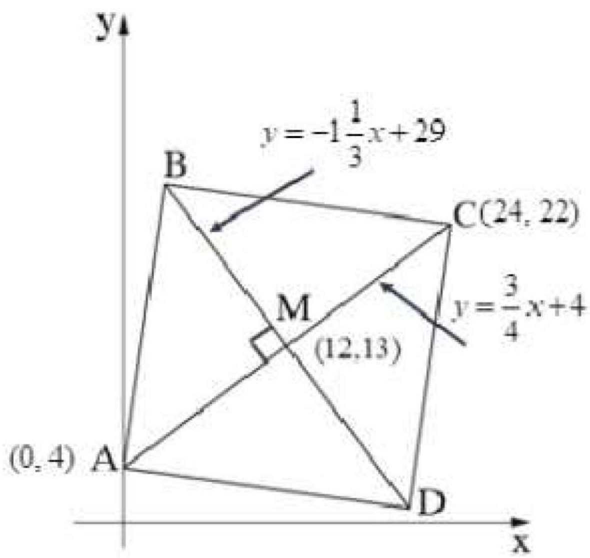
א. משוואת האלכסון AC **של הריבוע** ABCD **היא** $y=\frac{3}{4}x+4$ **.**

(1) נציב $x_{\mathrm{A}}=0$ **:** $y=\frac{3}{4}\cdot 0+4=4$ **, ולכן** $\mathrm{A}(0,4)$ **.**

תשובה: $\mathrm{A}(0,4)$ **.**

(1) נציב $x_{\mathrm{C}}=24$ **:** $y=\frac{3}{4}\cdot 24+4=22$ **, ולכן** $\mathrm{C}(24,22)$ **.**

תשובה: $y_{\mathrm{C}}=22$ **.**



ב. (1) שיפוע האלכסון AC **הוא** $\frac{3}{4}$ **.**

האלכסונים בריבוע מאונכים זה לזה.

לכן, על פי תנאי ניצבות: $m_{\mathrm{AC}}\cdot m_{\mathrm{BD}}=-1$ **,**

ושיפוע האלכסון BD **(הופכי לנגדי) הוא** $(-\frac{4}{3}) \leftarrow \quad m_{\mathrm{BD}}\cdot\frac{3}{4}=-1$ **.**

תשובה שיפוע האלכסון BD **הוא** $-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$ **.**

(2) נמצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים, על פי נוסחת אמצע קטע.

$$\mathrm{M}(\frac{0+24}{2},\frac{4+22}{2}) \quad \rightarrow \mathrm{M}(12,13)$$

נמצא את משוואת האלכסון BD **על פי הנקודה** $\mathrm{M}(12,13)$ **, והשיפוע** $(-\frac{4}{3})=-1\frac{1}{3}$ **.**

$$y-13=-1\frac{1}{3}(x-12)$$

$$y-13=-1\frac{1}{3}x-16$$

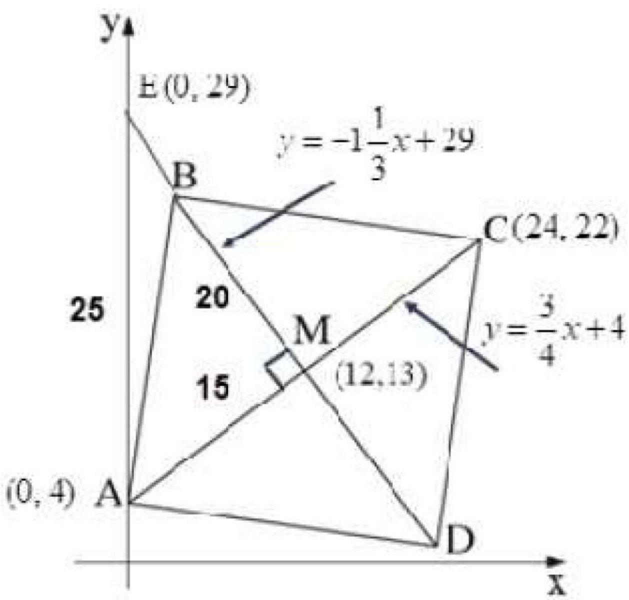
$$\boxed{y=-1\frac{1}{3}x+29}$$

תשובה: משוואת האלכסון BD **היא** $y=-1\frac{1}{3}x+29$ **.**

ג. הישר $y=-1\frac{1}{3}x+29$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** E **.**

נציב $x_E=0$ **:** $y=-1\frac{1}{3}\cdot 0+29=29$ **, ולכן** $E(0,29)$ **.**

נמצא את היקף המשולש AME **.**

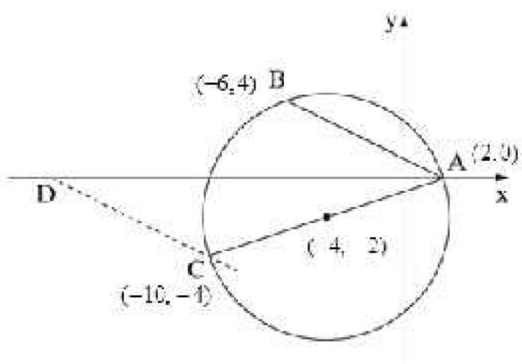


$$EA=29-4=25$$
$$d_{EM}=\sqrt{(0-12)^2+(29-13)^2}=\sqrt{400}=20$$
$$d_{AM}=\sqrt{(0-12)^2+(4-13)^2}=\sqrt{225}=15$$
$$P_{\Delta AME}=25+20+15=60$$

תשובה: היקף המשולש AME **הוא** 60 **יח'.**

א. משוואת המעגל היא $(x+4)^2+(y+2)^2=40$ **, ולכן מרכז המעגל הוא** $(-4,-2)$ **והרדיוס שלו** $\sqrt{40}$ **.**

נציב $y=0$ **במשוואת המעגל.**



$$(x+4)^2+(0+2)^2=40$$
$$(x+4)^2=36$$
$$x+4=6 \quad \rightarrow x=2 \quad \rightarrow \boxed{A(2,0)}$$
$$x+4=-6 \quad \rightarrow \cancel{x=-10} \quad \leftarrow x_A>0$$

תשובה: $A(2,0)$ **.**

ב. נתון $B(-6,4)$ **. נציב את שיעורי הנקודה במשוואת המעגל.**

$$(-6+4)^2+(4+2)^2=40$$
$$40=40$$

תשובה: $B(-6,4)$ **נמצאת על המעגל, כי היא מקיימת את משוואת המעגל.**

ג. מרכז המעגל $(-4,-2)$ **הוא אמצע הקוטר** AC **.**

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$-4=\frac{2+x_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$-8=2+x_C$$
$$x_C=-10$$

$$-2=\frac{0+y_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$y_C=-4$$

תשובה: $C(-10,-4)$ **.**

ד. נמצא את שיפוע המיתר AB **על-פי הנקודות** $A(2,0)$ **ו-** $B(-6,4)$ **.**

$$m_{AB}=\frac{4-0}{-6-2}=\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2}$$

לישרים מקבילים שיפועים שווים. לכן, $m_{CD}=m_{AB}=-\frac{1}{2}$ **.**

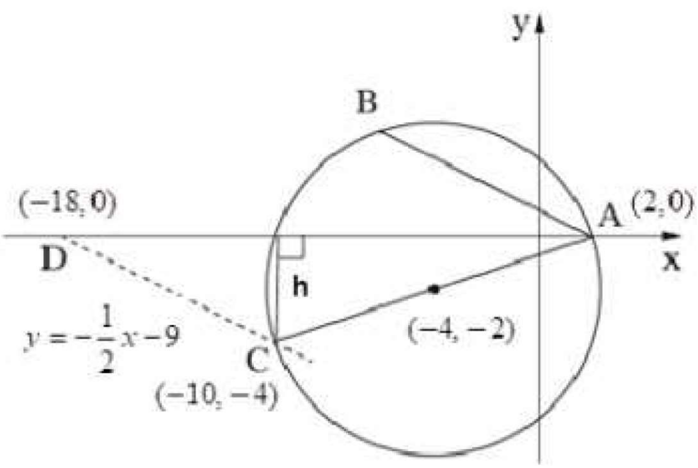
נמצא את משוואת הישר CD **על פי** $C(-10,-4)$**, ששיפועו** $(-\frac{1}{2})$ **.**

$$y-(-4)=-\frac{1}{2}(x-(-10))$$

$$y+4=-\frac{1}{2}(x+10)$$

$$y+4=-\frac{1}{2}x-5$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x-9}$$



תשובה: משוואת הישר היא $y=-\frac{1}{2}x-9$ **.**

ד. נציב $y=0$ **במשוואת הישר** $y=-\frac{1}{2}x-9$ **.**

$$0=-\frac{1}{2}x-9$$

$$\frac{1}{2}x=-9 \quad /:(\frac{1}{2})$$

$$x=-18 \quad \rightarrow D(-18,0)$$

נמצא את שטח המשולש ADC **.**

$$AD=2-(-18)=20$$

$$h=0-(-4)=4$$

$$S_{\Delta ADC}=\frac{AD\cdot h}{2}=\frac{20\cdot 4}{2}=40$$

תשובה: שטח המשולש ADC **הוא** 40 **יח"ר .**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=4x+\frac{16}{x}$ **.**

מכנה אינו מתאפס בתחום ההגדרה.

תחום ההגדרה $x\neq 0$ **.**

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן בהסתמך על הגרף.

$$\boxed{f'(x)=4-\frac{16}{x^2}}$$

$$0=4-\frac{16}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$0=4x^2-16$$

$$16=4x^2 \quad /:4$$

$$4=x^2$$

$$x=2 \quad \rightarrow y=4\cdot 2+\frac{16}{2}=16 \quad \rightarrow (2,16)Min$$

$$x=-2 \quad \rightarrow y=4\cdot(-2)+\frac{16}{-2}=-16 \quad \rightarrow (-2,-16)Max$$

תשובה: $(2,16)$ **מינימום,** $(-2,-16)$ **מקסימום.**

ג. (1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה שבה $x=4$ **.**

$$f'(4)=4-\frac{16}{4^2}=3$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא 3 **.**

(2) נמצא את שיעורי נקודת ההשקה .

$$f(4)=4\cdot 4+\frac{16}{4}=20 \quad \rightarrow (4,20)$$

נמצא את משוואת המשיק בנקודה $(4,20)$ **.**

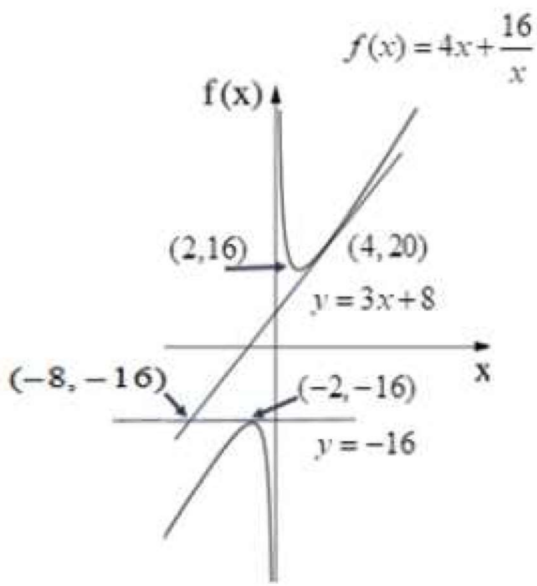
$$(4,20), m=3$$

$$y-20=3(x-4)$$

$$y-20=3x-12$$

$$\boxed{y=3x+8}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=3x+8$ **.**



ד. (1) משוואת המשיק בנקודת המקסימום היא של פונקציה קבועה, $y=-16$.

תשובה: $y=-16$.

(2) נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של שני המשיקים .

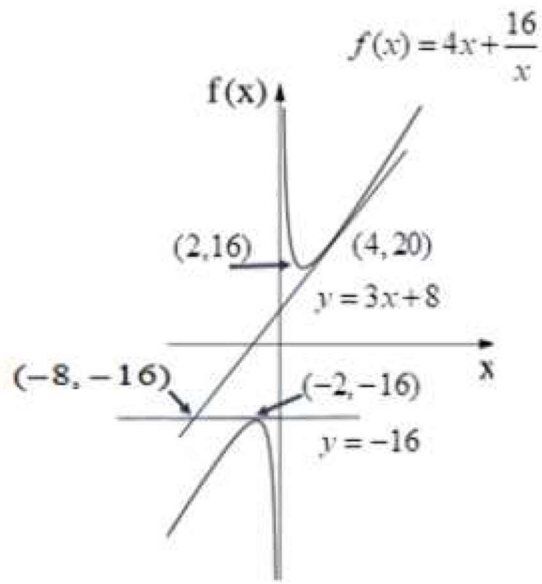
$$\begin{cases} y=3x+8 \\ y=-16 \end{cases}$$

$$3x+8=-16$$

$$3x=-24 \quad /:3$$

$$x=-8 \quad \rightarrow \boxed{(-8,-16)}$$

תשובה: $(-8,-16)$ **.**



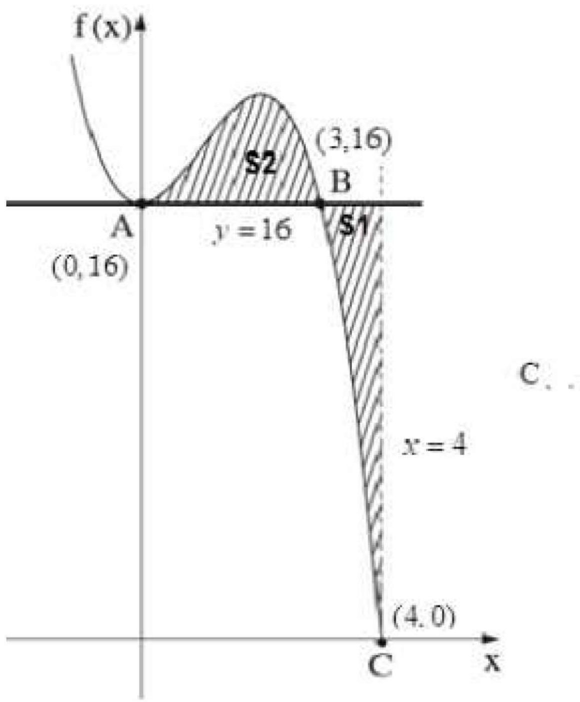
א. נציב $x=0$ **בפונקציה** $f(x)=-x^3+3x^2+16$.

$f(0)=-0^3+3\cdot 0^2+16=16 \quad \rightarrow A(0,16)$.

תשובה: $A(0,16)$.

ב. ישר המקביל לציר ה- x **הוא פונקציה קבועה.**

תשובה: משוואת הישר העובר ב- $A(0,16)$ **היא** $y=16$.



ג. $y_B=y_A=16$.

נציב $y=16$ **בפונקציה** $f(x)=-x^3+3x^2+16$.

$$16=-x^3+3x^2+16$$
$$x^3-3x^2=0$$
$$x^2(x-3)=0$$
$$x=0 \quad \rightarrow A(0,16)$$
$$x=3 \quad \rightarrow B(3,16)$$

תשובה: $B(3,16)$.

ד. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

<u>שטח ימני</u> - S_1

הפרש פונקציות:

$$16-(-x^3+3x^2+16)=16+x^3-3x^2-16=x^3-3x^2$$

$$S_1=\int_3^4 (x^3-3x^2)\,dx$$
$$S_1=\left.\frac{x^4}{4}-\frac{3x^3}{3}\right]_3^4$$
$$S_1=\left(\frac{4^4}{4}-\frac{3\cdot 4^3}{3}\right)-\left(\frac{3^4}{4}-\frac{3\cdot 3^3}{3}\right)$$
$$S_1=0-(-6.75)$$
$$\boxed{S_1=6.75}$$

<u>שטח שמאלי</u> - S_2

הפרש פונקציות:

$$-x^3+3x^2+16-16=-x^3+3x^2$$

$$S_2=\int_0^3(-x^3+3x^2)\,dx$$

$$S_2=-\frac{x^4}{4}+\frac{3x^3}{3}\Big]_0^3$$

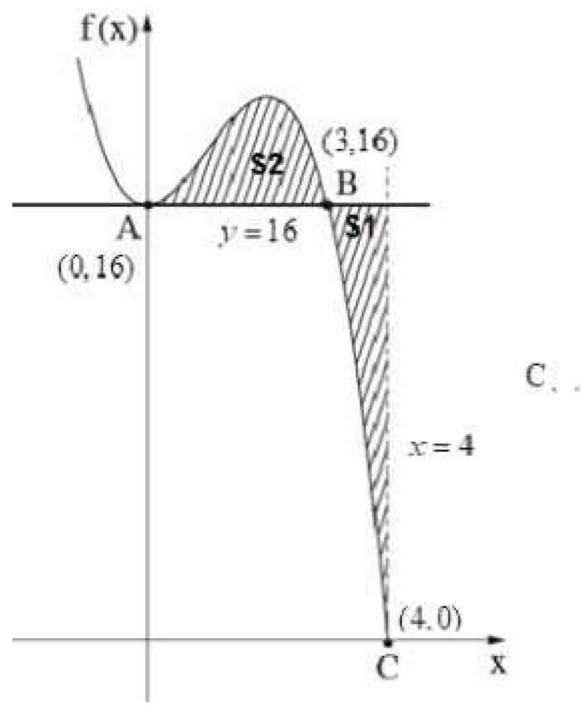
$$S_2=(-\frac{3^4}{4}+\frac{3\cdot 3^3}{3})-(-\frac{0^4}{4}+\frac{3\cdot 0^3}{3})$$

$$S_2=6.75-0$$

$$\boxed{S_2=6.75}$$

וסך כל גודל השטח האפור הוא $6.75+6.75=13.5$**.**

תשובה: השטח המקווקו הוא 13.5 **יח"ר.**

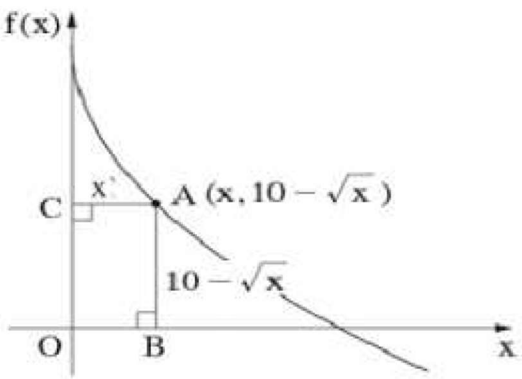


א. הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=10-\sqrt{x}$ **ושיעוריה** $A(x,10-\sqrt{x})$.

הפונקציה שיש להביא למינימום היא היקף המלבן $ABOC$.

הצלע AB **מקבילה לציר ה-** y **ובהתאם אורכה** $10-\sqrt{x}-0=10-\sqrt{x}$.

הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x **ובהתאם אורכה** $x-0=x$.



$$P(x)=2x+2(10-\sqrt{x})$$

$$\boxed{P(x)=2x+20-2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{P'(x)=2-\frac{2}{2\sqrt{x}}}$$

$$0=2-\frac{2}{2\sqrt{x}} \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=4\sqrt{x}-2$$

$$2=4\sqrt{x} \quad /:4$$

$$0.5=\sqrt{x} \qquad ()^2$$

$$0.25=x$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$P'(0.2)=2-\frac{2}{2\sqrt{0.2}}=-0.24<0,\ P'(0.3)=2-\frac{2}{2\sqrt{0.3}}=0.17>0$$

x	0.3	0.25	0.2	0
$P'(x)$	+	0	-	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

$$y_A=10-\sqrt{0.25}=9.5$$

תשובה: עבור $A(0.25,9.5)$ **היקף המלבן** $ABOC$ **הוא מינימלי.**

ב. $P(0.25)=2\cdot 0.25+20-2\sqrt{0.25}=19.5$ **ושיעוריה** $A(x,10-\sqrt{x})$.

תשובה: ההיקף המינימלי של $ABOC$ **הוא** 19.5.