א. נסמן: x (שקלים) – מחיר של מנת פלאפל אחת, y (שקלים) – מחיר של בקבוק שתייה אחד.

ביום הראשון קנה אמיר מנת פלאפל אחת ובקבוק שתייה אחד, ושילם בעבורם 27 שקלים.

המשוואה המתאימה: $x+y=27$.

ביום שני מנת פלאפל נמכרה בהנחה של 25% ולכן מחירה, ביום שני, היה $\frac{100-25}{100}\cdot x=0.75x$.

אמיר קנה 3 מנות פלאפל, ובקבוק שתייה אחד ביום שני.

נרכז את הנתונים בטבלה מתאימה.

	מחיר (שקלים)	כמות	סך הכול (שקלים)
מנות פלאפל	$0.75x$	3	$3\cdot 0.75x=2.25x$
בקבוקי שתייה	y	1	y

אמיר שילם 49.5 שקלים בעבור הקנייה ביום שני, והמשוואה המתאימה היא: $2.25x+y=49.5$.

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x+y=27 & \rightarrow \boxed{y=27-x} \\ 2.25x+y=49.5 \end{cases}$$

$$2.25x+27-x=49.5$$

$$1.25x=22.5 \quad / :(1.25)$$

$$\boxed{x=18}$$

$$y=27-18 \quad \rightarrow \boxed{y=9}$$

תשובה: מחיר מנת פלאפל לפני ההנחה הוא 18 שקלים, ומחיר בקבוק שתייה הוא 9 שקלים.

ב. קרן קנתה, ביום ראשון (ללא הנחה) 9 מנות פלאפל ו- 9 בקבוקי שתייה.

סך הכול שילמה קרן, ביום ראשון, 243 שקלים $=9\cdot 18+9\cdot 9$ בעבור מנות הפלאפל ובקבוקי השתייה.

קרן עשתה קנייה דומה גם ביום שני, אולם אז מחיר מנת פלפל, לאחר ההנחה, היה 13.5 שקלים $=0.75\cdot 18$.

סך הכול שילמה קרן, ביום שני, 202.5 שקלים $=9\cdot 13.5+9\cdot 9$ בעבור מנות הפלאפל ובקבוקי השתייה.

סכום זה נמוך ב- 40.5 שקלים $=243-202.5$ מן הסכום ששילמה ביום ראשון,

ובאחוזים: $\frac{40.5}{243}\cdot 100\%=16.67\%$.

תשובה: הסכום ששילמה קרן ביום שני נמוך ב- 16.67% מן הסכום ששילמה ביום ראשון.

א. הנקודה B **מונחת על ציר ה-** x **,ועל הישר** $BD: \quad y=3x-18$ **ולכן** $y_B=0$ **. נציב** $y_B=0$ **במשוואת הישר** BD**:**

$$0=3x-18$$
$$-3x=-18 \quad /:(-3)$$
$$x=6 \quad \rightarrow \boxed{B(6,0)}$$

הנקודה C **מונחת על ציר ה-** x **,ועל הישר** $DC: \quad y=-x+14$ **ולכן** $y_C=0$ **. נציב** $y=0$ **במשוואת הישר** DC**:**

$$0=-x+14$$
$$x=14 \quad \rightarrow \boxed{C(14,0)}$$

תשובה: $B(6,0)$ **,** $C(14,0)$**.**

ב. D **היא נקודת החיתוך של הישר של** $BD: \quad y=3x-18$ **ו-** $DC: \quad y=-x+14$**.**

$$D\begin{cases} y=3x-18 \\ y=-x+14 \end{cases}$$
$$3x-18=-x+14$$
$$4x=32 \quad /:4$$
$$x=8 \quad \rightarrow y=-8+14=6 \quad \rightarrow \boxed{D(8,6)}$$

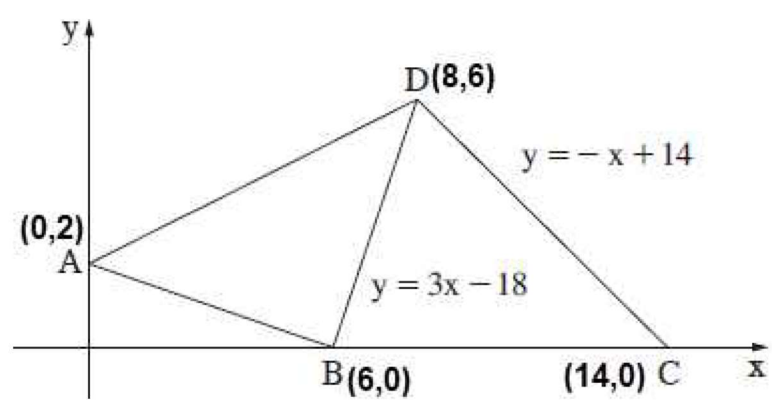
תשובה: $D(8,6)$**.**

ג. נמצא את שיפוע הישר AB **:** $m_{AB}=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\dfrac{0-2}{6-0}=\dfrac{-2}{6}=-\dfrac{1}{3}$

שיפוע הישר $BD: \quad y=3x-18$ **הוא** 3 **.**

$m_{AB}\cdot m_{BD}=-\dfrac{1}{3}\cdot 3=-1$ **, ולכן הישרים מאונכים (שיפוע הופכי לנגדי).**

תשובה: הוכחנו שהישר AB **מאונך לישר** BD **.**



ד. (1) כיוון שהצלע AB מאונכת לצלע BD, הרי שניתן לחשב את שטח המשולש בעזרת צלעות אלו.

$$\left.\begin{array}{l} d_{BD}=\sqrt{(8-6)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40} \\ d_{AB}=\sqrt{(0-6)^2+(2-0)^2}=\sqrt{40} \end{array}\right\} S_{ABD}=\frac{BD\cdot AD}{2}=\frac{\sqrt{40}\cdot\sqrt{40}}{2}=20$$

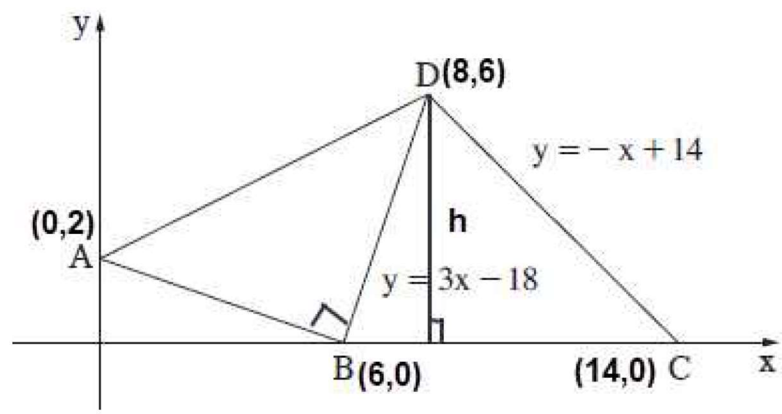
תשובה: שטח ΔABD הוא 20 יח"ר.

(2) נחשב את שטח ΔBDC, ולאחר מכן נחבר את התוצאה לשטח ΔABD ונקבל את שטח המרובע $ABCD$.

$$S_{BDC}=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{(14-6)\cdot(6-0)}{2}=\frac{8\cdot 6}{2}=24$$

שטח המרובע הוא $20+24=44$.

תשובה: שטח המרובע $ABCD$ הוא 44.



א. הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

(1) מרכז המעגל M הוא אמצע הקוטר.

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0+8}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+0}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{aligned}\right\} \boxed{M(4,1)}$$

תשובה: $M(4,1)$.

(2) נמצא את רדיוס המעגל.

$$R = d_{MA} = \sqrt{(4-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{17}$$

נכתוב את משוואת המעגל, שמרכזו $M(4,1)$**, ורדיוסו** $\sqrt{17}$.

תשובה: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 17$.

ב. נמצא את שיפוע הישר AB.

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{xA - x_B} = \frac{2-0}{0-8} = \frac{2}{-8} = -\frac{1}{4}$$

תשובה: שיפוע הישר AB **הוא** $-\frac{1}{4}$.

ג. דרך הנקודה $B(8,0)$ **העבירו משיק למעגל.**

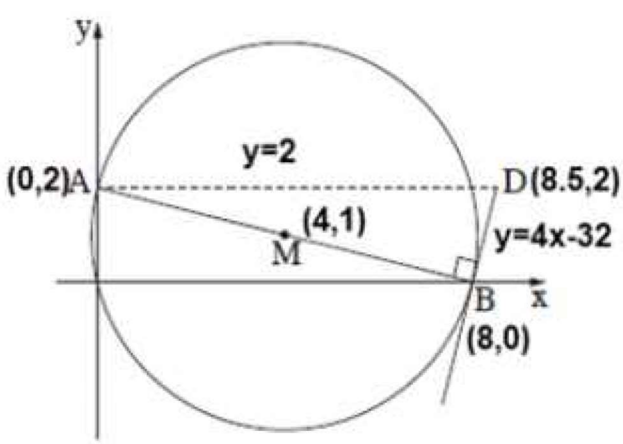
נמצא את שיפוע המשיק BD**, המאונך לרדיוס -** BM**, ולכן על פי תנאי ניצבות:** $m_{mashik} \cdot m_{BM} = -1$,

שיפוע הקוטר AB **הוא** $-\frac{1}{4}$**, ולכן ושיפוע המשיק (הופכי לנגדי) הוא** 4.

נמצא את משוואת המשיק , העובר בנקודה $B(8,0)$**, ששיפועו** 4.

$$y - 0 = 4(x-8)$$
$$\boxed{y = 4x - 32}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 4x - 32$.



ד. (1) AD **מקביל לציר ה-** x**, ולכן** $y_D = y_A = 2$.

נציב $y_D = 2$ **במשוואת המשיק.**

$$2 = 4x - 32$$
$$-4x = -34 \quad / :(-4)$$
$$x = 8.5 \quad \to \boxed{D(8.5, 2)}$$

תשובה: $D(8.5, 2)$.

(2) נחשב את היקף ΔABD **.**

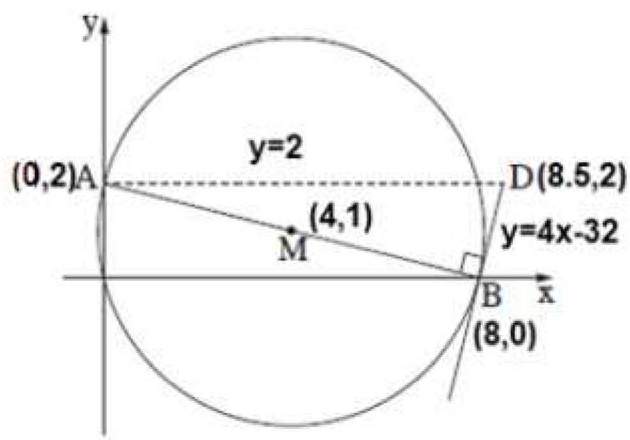
$$AD = x_D - x_A = 8.5 - 0 = 8.5$$

$$AB = 2R = 2\sqrt{17} = 8.246$$

$$d_{BD} = \sqrt{(8.5-8)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{4.25} = 2.062$$

וההיקף הוא $8.5 + 2\sqrt{17} + \sqrt{4.25} = 18.81$ **.**

תשובה: היקף ΔABD **הוא** 18.81**.**



א. נתונה הפונקציה $f(x)=0.25x+\frac{9}{x}$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$ **.**

ב. נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן.

$$f(x)=0.25x+\frac{9}{x}$$

$$\boxed{y'=0.25-\frac{9}{x^2}}$$

$$0=0.25-\frac{9}{x^2}\qquad\to 0=0.25x^2-9$$

$$-0.25x^2=-9\quad /:(-0.25)$$

$$x^2=36\qquad\to x=\pm 6$$

$$f(6)=0.25\cdot 6+\frac{9}{6}=3\quad\to(6,3),\quad f(-6)=0.25\cdot(-6)+\frac{9}{-6}=-3\quad\to(-6,-3)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

$$f'(-7)=0.25-\frac{9}{(-7)^2}=0.07>0,\quad f'(-5)=0.25-\frac{9}{(-5)^2}=-0.11<0$$

$$f'(5)=0.25-\frac{9}{5^2}=-0.11<0,\quad f'(7)=0.25-\frac{9}{7^2}=0.07>0$$

x	7	6	5	0	-5	-6	-7
$f'(x)$	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: $(6,3)$ **מינימום ,** $(-6,-3)$ **מקסימום.**

ג. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה בסעיף הקודם.

תשובה: עלייה: $x>6$ **או** $x<-6$ **.**

ד. על פי סוגי נקודות הקיצון ומיקומן, אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x (ראה גם סקיצה בסעיף ה).

<u>פתרון חלופי</u>

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$.

$$0=0.25x+\frac{9}{x} \quad /\cdot x$$
$$0=0.25x^2+9$$
$$-0.25x^2=9 \;/:(-0.25)$$
$$x^2=-36$$

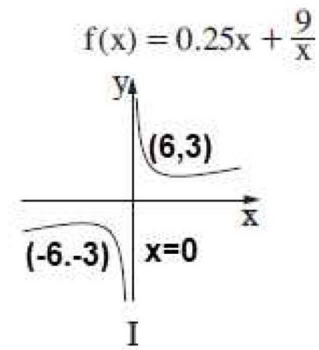
אין פתרון ואין נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

תשובה: לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

ה. סקיצה של גרף הפונקציה, מתאימה לגרף I .

נימוקים: סוגי נקודות הקיצון, תחומי עלייה וירידה,

היעדר נקודות חיתוך עם ציר ה- x , ואסימפטוטה אנכית $x=0$.



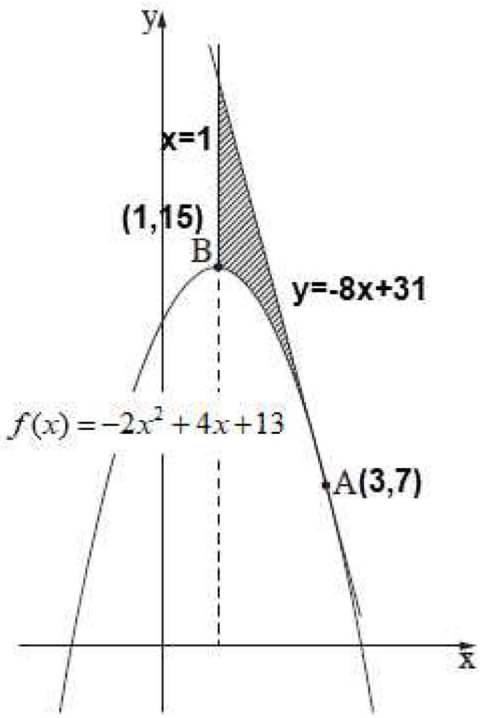
תשובה: גרף I .

א. נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)=-2x^2+4x+13$ **היא** B.

בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x)=0$.

$$f'(x)=-4x+4$$
$$-4x+4=0$$
$$-4x=-4 \quad /:(-4)$$
$$x=1 \quad \to y=-2\cdot 1^2+4\cdot 1+13=15 \quad \to \boxed{B(1,15)}$$

תשובה: $B(1,15)$.



ב. נמצא את שיפוע המשיק ואת משוואת המשיק.

(1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A **, שבה** $x=3$.

$$\boxed{f'(x)=-4x+4}$$

$$m(3)=f'(3)=-4\cdot 3+4=-8$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא -8.

(2) נמצא את משוואת המשיק, ששיפועו -8 **בנקודה** A.

$f(3)=-2\cdot 3^2+4\cdot 3+13=7$ **ונקודת ההשקה היא** $A(3,7)$.

$$y-7=-8(x-3)$$
$$y-7=-8x+24$$
$$\boxed{y=-8x+31}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-8x+31$.

ב. נחשב את השטח המקווקו, כאשר הישר המקביל לציר ה- y **, העובר בנקודת הקיצון, הוא** $x=1$.

הפרש פונקציות:

$$-8x+31-(-2x^2+4x+13)=-8x+31+2x^2-4x-13=2x^2-12x+18$$

$$S=\int_1^3 (2x^2-12x+18)\,dx$$

$$S=\frac{2x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}+18x\Big]_1^3$$

$$S=(\frac{2\cdot 3^3}{3}-\frac{12\cdot 3^2}{2}+18\cdot 3)-(\frac{2\cdot 1^3}{3}-\frac{12\cdot 1^2}{2}+18\cdot 1)$$

$$S=18-\frac{38}{3}$$

$$\boxed{S=5\frac{1}{3}}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $5\frac{1}{3}$ **יח"ר .**

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *סכום שני המספרים* $\sqrt{x}$ ו- $(-x)$:

$$f(x)=\sqrt{x}+(-x)$$

$$\boxed{f(x)=\sqrt{x}-x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1}$$

$$0=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1 \rightarrow 0=1-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=1 \rightarrow \sqrt{x}=0.5 \qquad ()^2$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $x \geq 0$):

$$f'(0.2)=\frac{1}{2\sqrt{0.2}}-1=0.12>0,\ \ f'(0.3)=\frac{1}{2\sqrt{0.3}}-1=-0.09<0$$

0	0.2	0.25	0.3	**01** x
	+	0	**-**	$f'(x)$
	↗	**Max**	↘	**מסקנה**

תשובה: עבור $x=0.25$ **סכום המספרים** $\sqrt{x}$ **ו-** $(-x)$ **הוא מקסימלי.**

ב. נציב $x=0.25$ **בפונקציית סכום המספרים:** $f(0.25)=\sqrt{0.25}-0.25=0.25$ **.**

תשובה: הסכום הוא 0.25 **(הסכום המקסימלי) .**