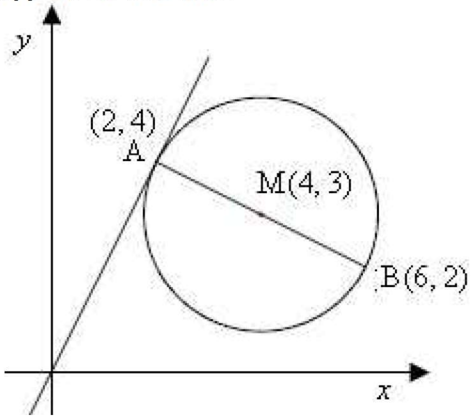


א. (1) הנקודה $M(4,3)$ **היא אמצע הקטע** AB **.**

$x_B = 6$ **נשתמש בנוסחת אמצע קטע.**

$$4 = \frac{6 + x_A}{2} \quad / \cdot 2$$
$$8 = 6 + x_A$$
$$\boxed{x_A = 2}$$

תשובה: $x_A = 2$

(2) נקודה A **נמצאת על ישר שמשוואתו** $y = 2x$

$$y_A = 2 \cdot 2 = 4 \quad \to A(2,4)$$

תשובה: $y_A = 4$ **.**

(3) נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$3 = \frac{4 + y_B}{2} \quad / \cdot 2$$
$$6 = 4 + x_A$$
$$\boxed{y_B = 2} \quad \to B(6,2)$$

תשובה: $y_B = 2$

ב. מרכז המעגל $M(4,3)$ **הוא אמצע הקוטר** AB

נמצא את אורך הרדיוס MA **, באמצעות נוסחת המרחק שבנוסחאון**

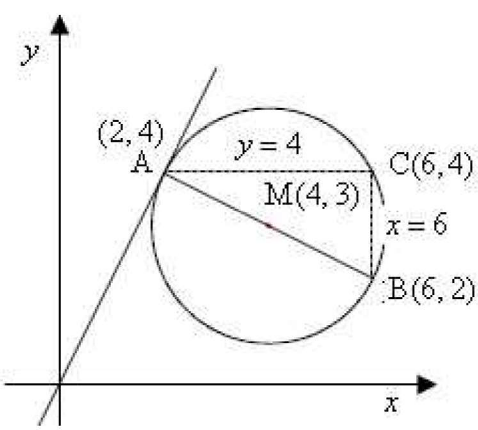
$$d_{MA} = \sqrt{(4-2)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5}$$

תשובה: משוואת המעגל $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$

ג. שיפוע הקוטר $m_{AB} = \frac{2-4}{6-2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

שיפוע הקוטר AB **הופכי ונגדי לשיפוע הישר** $y = 2x$ $(m = 2)$ **,**

לכן הם מאונכים זה לזה, ומכאן שהישר $y = 2x$ **, העובר בנקודה שעל המעגל הוא משיק.**



ד. נציב $x = 6$ **במשוואת המעגל** $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$

$$(6-4)^2 + (y-3)^2 = 5 \quad \to 4 + (y-3)(y-3) = 5$$
$$4 + y^2 - 3y - 3y + 9 = 5 \quad \to y^2 - 6y + 8 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$
$$y_1 = 4 \quad \to \boxed{C(6,4)} \qquad y_2 = 2 \quad \to B(6,2)$$

שיעורי ה- y **של** $A(2,4)$ **ו-** $C(6,4)$ **שווים ולכן משוואת** AC **היא** $y = 4$ **.**

תשובה: $y = 4$

הערה: ניתן גם להסביר כי $\angle C = 90°$ **(זווית היקפית הנשענת על קוטר)**

ובהתאם משוואת AC **היא** $y = 4$ **, כי מאונך לישר המקביל לציר ה-** y

א. נתון ישר שמשוואתו $y=3x-3$ **.**

נציב $x=0$ **במשוואת הישר ונקבל את שיעורי** $\boxed{\mathrm{B}(0,-3)}$ **.**

נציב $y=0$ **ונקבל** $\boxed{\mathrm{A}(1,0)} \leftarrow x=1 \leftarrow -3x=-3 \leftarrow 0=3x-3$

$$m_{\mathrm{BC}}=\frac{10-4}{3-6}=\frac{6}{-3}=-2$$

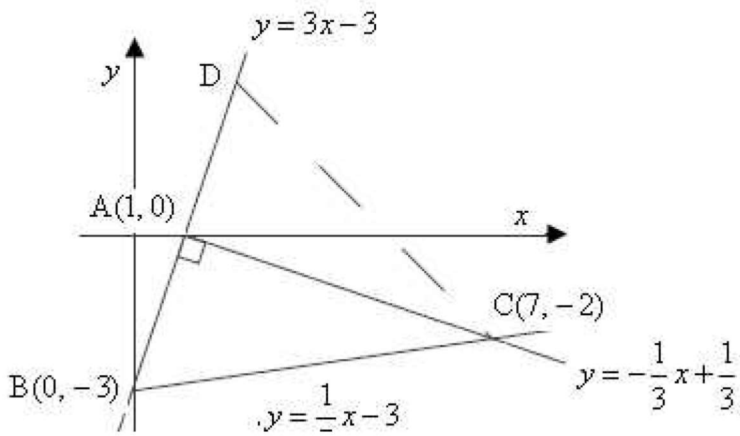
תשובה: $\mathrm{B}(0,-3)$ **,** $\mathrm{A}(1,0)$

ב. שיפוע האנך AC **הופכי לנגדי לשיפוע** $y=3x-3$ **שהוא** $m=3$

$$m_{\mathrm{AC}}=-\frac{1}{3} \ , \ \mathrm{A}(1,0)$$

$$\mathrm{AC}\equiv y-0=-\frac{1}{3}(x-1) \ \rightarrow \boxed{\mathrm{AC}\equiv y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}}$$

תשובה: משוואת האנך AC **היא** $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$



ב. השיפוע של BC **הוא** $\frac{1}{7}$**.**

$$m_{\mathrm{BC}}=-\frac{1}{7} \ , \ \mathrm{B}(0,-3)$$

$$\mathrm{BC}\equiv y-(-3)=\frac{1}{7}(x-0)\rightarrow \mathrm{BC}\equiv y+3=\frac{1}{7}x$$

$$\boxed{\mathrm{BC}\equiv y=\frac{1}{7}x-3}$$

נמצא את שיעורי C **, נקודת החיתוך בין הישרים: ו-** $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

$$-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}=\frac{1}{7}x-3 \ \rightarrow -\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}x=-3-\frac{1}{3}$$

$$-\frac{10}{21}x=-3\frac{1}{3} \quad /:(-\frac{10}{21}) \ \rightarrow x=7 \ \rightarrow y=\frac{1}{7}\cdot 7-3=-2\rightarrow \boxed{\mathrm{C}(7,-2)}$$

תשובה: $\mathrm{C}(7,-2)$

ד. המשולש BCD **הוא שווה שוקיים,** $\mathrm{BC}=\mathrm{DC}$ **, כלומר** AC **הוא גובה לבסיס ולכן גם תיכון.**

התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח, ולכן $S_{\Delta\mathrm{BCD}}=2S_{\Delta\mathrm{ABC}}$

$$d_{\mathrm{AB}}=\sqrt{(1-0)^2+(0-(-3))^2}=\sqrt{10}$$

$$d_{\mathrm{AC}}=\sqrt{(1-7)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{40}$$

$$S_{\Delta\mathrm{ABC}}=\frac{\sqrt{10}\sqrt{40}}{2}=10 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta\mathrm{BCD}}=20}$$

תשובה: $S_{\Delta\mathrm{BCD}}=20$ **.**

נסמן ב- x **(קמ"ש) את המרחק מעיר א' לעיר ב'.**

כאשר מגדילים מהירות x **ב-** P **אחוזים, המהירות החדשה** $\frac{100+P}{100}\cdot x$

נתון כי המרחק בכביש העוקף גדול ב- 25% **מהמרחק בכביש הסלול, לכן:** $P=25$

ובהתאם המרחק בכביש העוקף הוא: $\frac{100+25}{100}\cdot x=1.25x$

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

קטעי רכיבה	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
מעיר א' לעיר ב' בכביש הסלול	$\frac{x}{20}$	20	x
מעיר ב' לעיר א' בכביש העוקף	$\frac{1.25x}{15}$	15	$1.25x$

על פי הנתון: זמן הרכיבה של הרוכב בכביש העוקף היה ארוך ב- 2 **שעות מזמן הרכיבה שלו בכביש הרגיל**

לכן המשוואה המתאימה: $\frac{x}{20}+2=\frac{1.25x}{15}$

נפתור את המשוואה:

$$\frac{{}^{3/}x}{20}+2=\frac{{}^{4/}1.25x}{15}\quad /\cdot 60$$

$$3x+120=5x$$

$$-2x=-120\quad /:(-2)$$

$$\boxed{x=60}$$

תשובה: אורך הכביש הסלול שבין עיר א' לעיר ב' הוא 60 **ק"מ.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$

תחום ההגדרה $x\neq 0$ **(מכנה אינו יכול להתאפס)**

ב. אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x $x=0$ **(מאפס מכנה ולא מונה)**

ג. בנקודות קיצון מתקיים $y'=0$

$$\boxed{f'(x)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}}$$

$$0=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2} \quad /\cdot 4x^2$$

$$0=-x^2+16 \quad \to x^2=16 \quad \to x=\pm 4$$

$$x=4 \quad \to y=-\frac{4}{4}-\frac{4}{4}=-2 \quad \to (4,-2)$$

$$x=-4 \quad \to y=-\frac{-4}{4}-\frac{4}{-4}=2 \quad \to (-4,2)$$

נבדוק את סוג הקיצון, בעזרת טבלת התנהגות הפונקציה.

$$f'(-5)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{(-5)^2}=-0.09<0, \quad f'(-3)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{(-3)^2}=0.19<0$$

$$f'(3)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{3}=0.19>0, \quad f'(5)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{5^2}=-0.09<0$$

-5	-4	-3	0	3	4	5	x
-	0	+		+	0	-	y'
↘	**Min**	↗		↗	**Max**	↘	**מסקנה**

תשובה: $(-4,2)$ **מינימום ,** $(4,-2)$ **מקסימום**

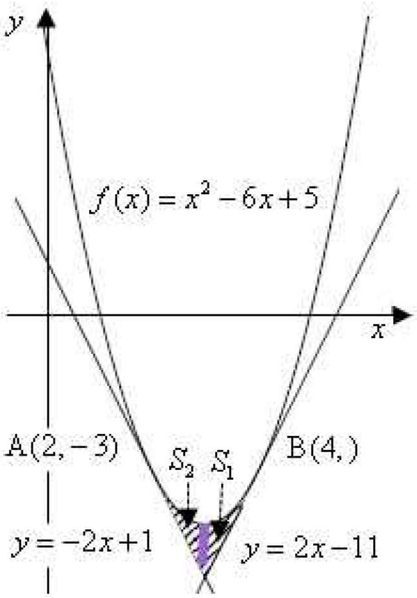
ד. בנקודות חיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=-\frac{x}{4}-\frac{4}{x} \quad /\cdot 4x$$

$$0=-x^2-16$$

כיוון ששני המחוברים הינם שליליים אין פתרון

תשובה: גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x



א. שיפוע המשיק $y=-2x+1$ **הוא** -2 .

שיפוע המשיק $y=2x-11$ **הוא** 2.

שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודת ההשקה.

$$f(x)=x^2-6x+5$$
$$f\,'(x)=2x-6$$

$-2=2x-6$	$2=2x-6$
$-2x=-4 \quad / :(-2)$	$-2x=-8 \quad / :(-2)$
$\boxed{x_A=2}$	$\boxed{x_B=4}$

תשובה: $x_B=4,\ x_A=2$.

ב. $\boxed{f(x)=x^2-6x+5}$

נחלק את השטח המקווקו לשני שטחים. נמצא את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך בין המשיקים**

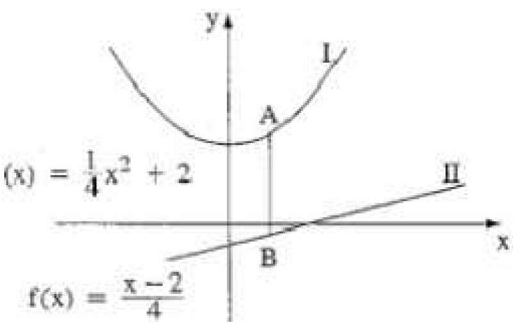
$$\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=2x-11 \end{cases}$$
$$-2x+1=2x-11 \quad \rightarrow -4x=-12 \quad / :(-4)$$
$$x=3$$

$$S_1=\int_3^4 (x^2-6x+5-(2x-11))\,dx$$
$$S_1=\int_4^4 (x^2-6x+5-2x+11)\,dx$$
$$S_1=\int_3^4 (x^2-8x+16)\,dx$$
$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}+16x\Big]_3^4$$
$$S_1=(\frac{4^3}{3}-4\cdot 4^2+16\cdot 4)-(\frac{3^3}{3}-4\cdot 3^2+16\cdot 3)$$
$$S_1=21\frac{1}{3}-21$$
$$\boxed{S_1=\frac{1}{3}}$$

$$S_2=\int_2^3 (x^2-6x+5-(-2x+1))\,dx$$
$$S_2=\int_2^3 (x^2-6x+5+2x-1)\,dx$$
$$S_2=\int_2^3 (x^2-4x+4)\,dx$$
$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\Big]_2^3$$
$$S_1=(\frac{3^3}{3}-2\cdot 3^2+4\cdot 3)-(\frac{2^3}{3}-2\cdot 2^2+4\cdot 2)$$
$$S_2=3-2\frac{2}{3}$$
$$\boxed{S_2=\frac{1}{3}}$$

והשטח המקווקו הוא : $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

תשובה: גודל השטח הוא $\frac{2}{3}$ **יח"ר.**



א. $f(x) = \frac{x-2}{4}$ **היא פונקציה ממעלה ראשונה**

$f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{2}{4}$ **ולכן מתאימה לישר העולה** II .

$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$ **גרף של פרבולה בעלת מינימום ("צוחקת")**

ומתאימה לגרף I.

תשובה: II - $f(x) = \frac{x-2}{4}$ **,** I - $g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2$

ב. הפונקציה שיש להביא למינימום היא אורך הקטע AB.

נסמן את שיעור ה- x **השווים (קטע** AB **מקביל לציר ה-** y **) של הנקודות** A **ו-** B **ב-** x.

בהתאם: $A(x, \frac{1}{4}x^2 + 2)$ **ו-** $B(x, \frac{1}{4}x - \frac{2}{4})$

$$AB = \frac{1}{4}x^2 + 2 - (\frac{1}{4}x - \frac{2}{4})$$

$$AB = \frac{1}{4}x^2 + 2 - \frac{1}{4}x + \frac{2}{4})$$

$$\boxed{AB = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + 2.5}$$

$$\boxed{(AB)' = \frac{2}{4}x - \frac{1}{4}}$$

$$0 = \frac{2}{4}x - \frac{1}{4} \quad / \cdot 4$$

$$0 = 2x - 1$$

$$-2x = -1 \quad / : (-2)$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$(AB)'(0.1) = \frac{2}{4} \cdot 0.1 - \frac{1}{4} = -0.2 < 0, \quad (AB)'(0.6) = \frac{2}{4} \cdot 0.6 - \frac{1}{4} = 0.05 > 0$$

x	0.6	$\frac{1}{2}$	0.1
y'	**+**	0	**-**
מסקנה	↗	**Min**	↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $x_A = x_B = \frac{1}{2}$.