א. (1) נתון כי מחיר ארוחה במסעדה הוא 80 שקלים לכל סועד.

למסעדה הגיעו יותר מ- 30 סועדים.

בעל המסעדה הבטיח כי במקרה שכזה, תהייה הנחה של 5%

$\frac{100-5}{100}\cdot 80 = 0.95\cdot 80 = 76$ **מחיר הארוחה לכל סועד (שקלים).**

תשובה: המחיר לכל סועד היה 76 שקלים.

(2) החברה שילמה בסך הכול $3,268$ שקלים עבור כלל הסועדים, במחיר של 76 שקלים לסועד.

$$3,268 : 76 = 43$$

תשובה: למסעדה הגיעו 43 סועדים.

ב. אילו הגיעו למסעדה 15 סועדים, הייתה החברה משלמת $1,344$ שקלים לכולם ביחד.

$1,344 : 15 = 89.6$ **, כלומר 9.6 יותר מהמחיר הבסיסי של 80 שקלים לכל סועד.**

$$\frac{9.6}{80}\cdot 100 = 12\%$$

תשובה: החברה התחייבה להוסיף 12% למחיר הארוחה.

א. נסמן ב- v **את מהירותה של רכבת** I **(קמ"ש).**

לכן $2v$ **מהירותה של רכבת** II **(קמ"ש).**

$s = vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נשלים את הנתונים בטבלה.

רכבות	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק- s ק"מ
I	3	v	$3v$
II	3	$2v$	$6v$

בהנחה שהכוונה שהרכבות הגיעו למרחק של 90 **ק"מ <u>לפני</u> שחלפו זו על פני זו.**

(ניסוח השאלה הותיר אפשרות של מרחק זה גם לאחר שחלפו זו על פני זו),

הרי שסכום המרחקים שעברו שתי הרכבות היה 810 **ק"מ** $= 900 - 90$.

לכן, המשוואה המתאימה: $3v + 6v = 810$

נפתור את המשוואה:

$$3v + 6v = 810$$
$$9v = 810 \quad /:9$$
$$\boxed{v = 90}$$

תשובה: $v = 90$.

ב. רכבת I **עברה** 900 **ק"מ, במהירות של** 90 **קמ"ש, בדרכה מתחנה** A **לתחנה** B .

לכן עשתה זאת במשך 10 **שעות** $= 900:90$.

את הדרך חזור לתחנה A **עשתה בזמן הארוך ב-** 20% **מזמנה הלוך.**

12 **שעות** $= \frac{100+20}{100} \cdot 10 = 1.2 \cdot 10$

לכן עשתה זאת המהירות 75 **קמ"ש** $= 900:12$.

תשובה: 75 **קמ"ש.**

- **הערה: כאשר המרחק קבוע,** 900 **ק"מ, במקרה זה,**
  הרי שאם הזמן גדל ב- 20% **הרי שהמהירות קטנה ב-** 20% **(זהו יחס הפוך),**
  כלומר 75 **קמ"ש** $= \frac{100-20}{100} \cdot 90 = 0.8 \cdot 10$.

א. הנקודה M **היא מרכז המעגל** $(x-7)^2+y^2=R^2$ **.**

נתון כי אורך הקטע AB **, שהוא קוטר המעגל, שווה ל-** 10 **ס"מ, לכן רדיוס המעגל הוא** $10:2=5$

ומכאן שמשוואת המעגל היא $(x-7)^2+y^2=25$ **.**

תשובה: $R=5$ **,** $(x-7)^2+y^2=25$

ב. שיעורי מרכז המעגל הם $\mathrm{M}(7,0)$ **ורדיוסו** 5**.**

כיוון שמרכז המעגל וכן נקודות A **ו-** B **מונחים על ציר ה-** x **,**

הרי ש- $\mathrm{A}(2,0)$ **ו-** $\mathrm{B}(12,0)$ **, בהתאם למרחקם,** 5 **יחידות, ממרכז המעגל.**

תשובה: $\mathrm{A}(2,0)$ **,** $\mathrm{B}(12,0)$ **.**

ג. הישר $y=\frac{4}{3}x-1$ **, ששיפועו** $\frac{4}{3}$ **, משיק למעגל בנקודה** C **, כאשר המשיק מאונך לרדיוס בנקודת השקה.**

(1) $\sphericalangle \mathrm{ACM}=90^\circ$ **ולכן על פי תנאי ניצבות** $m_{\mathrm{MC}}=-\frac{3}{4} \leftarrow m_{\mathrm{MC}}=\frac{-1}{\frac{4}{3}} \leftarrow \frac{4}{3}m_{\mathrm{MC}}=-1$

$$\frac{4}{3}m_{\mathrm{MC}}=-1 \quad \to m_{\mathrm{MC}}=\frac{-1}{\frac{4}{3}} \quad \to m_{\mathrm{MC}}=-\frac{3}{4}$$

משוואת הרדיוס $$y-0=-\frac{3}{4}(x-7) \quad \to \boxed{y=-\frac{3}{4}x+5.25}$$

תשובה: $y=-\frac{3}{4}x+5.25$ **.**

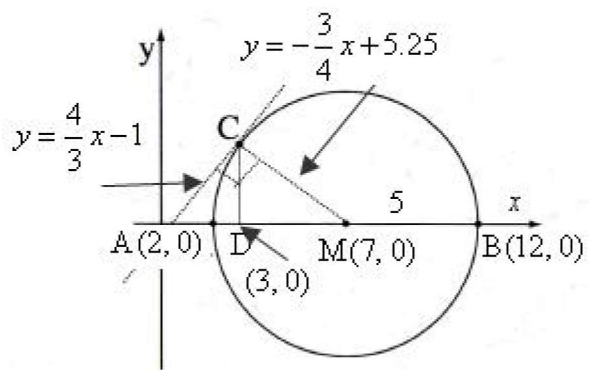
(2) הנקודה C **, נקודת ההשקה, נמצאת על המשיק ועל הרדיוס**

$$\begin{cases} y=\frac{4}{3}x-1 \\ y=-\frac{3}{4}x+5.25 \end{cases}$$

$$\frac{4}{3}x-1=-\frac{3}{4}x+5.25$$

$$2\frac{1}{12}x=6.25$$

$$x=3 \quad \to y=\frac{4}{3}\cdot 3-1=3 \quad \to \boxed{\mathrm{C}(3,3)}$$



תשובה: $\mathrm{C}(3,3)$ **.**

ד. BD **מונחת על ציר ה-** x **ובהתאם** $\mathrm{BD}=x_{\mathrm{B}}-x_{\mathrm{D}}=12-3=9$ **.**

CD **הגובה לצלע** BD **מקביל לציר ה-** y **ובהתאם** $\mathrm{CD}=y_{\mathrm{C}}-y_{\mathrm{D}}=3-0=3$ **.**

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

$$S_{\Delta\mathrm{CDB}}=\frac{\mathrm{BD}\cdot\mathrm{CD}}{2}=\frac{9\cdot 3}{2}=13.5 \quad \to \boxed{S_{\Delta\mathrm{CDB}}=13.5}$$

תשובה: שטח המשולש CDB **הוא** 13.5 **יח"ר.**

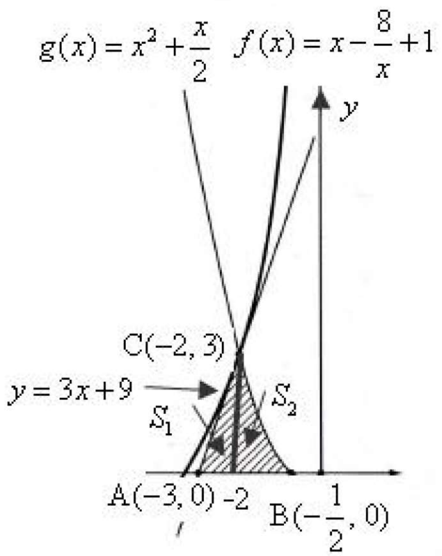
א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)=x-\frac{8}{x}+1$ **ברביע השני, כאשר** $f'(x_C)=3$ **, כי זה שיפוע המשיק בנקודה.**

$$f'(x)=1+\frac{8}{x^2}$$

$$3=1+\frac{8}{x^2}$$

$$2=\frac{8}{x^2} \quad \to 2x^2=8 \quad \to x^2=4 \quad \to x=-2 \quad \leftarrow x<0$$

$$f(-2)=-2-\frac{8}{-2}+1=3 \quad \to \boxed{C(-2,3)}$$



תשובה: $C(-2,3)$

(2) $C(-2,3)$ **,** $m=3$

$$y-3=3(x-(-2))$$
$$y-3=3x+6$$
$$\boxed{y=3x+9}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=3x+9$.

(3) A **היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-** x **, בה מתקיים** $y=0$

$$0=3x+9 \quad \to -3x=9 \quad \to x=-3$$
$$\boxed{A(-3,0)}$$

תשובה: $A(-3,0)$.

ב. נחלק את השטח לשני שטחים.

$$S_1=\frac{1\cdot 3}{2}=1.5 \quad \to \boxed{S_1=1.5}$$

$B(-\frac{1}{2},0)$ **היא נקודת החיתוך של** $g(x)=x^2+\frac{x}{2}$ **עם ציר ה-** x .

	S_2
פונקציה עליונה	$g(x)=x^2+\frac{x}{2}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=-\frac{1}{2}$
x **קטן**	$x=-2$

$$S_2=\int_{-2}^{-0.5}(x^2+\frac{x}{2}-0)\,dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{4}\Big]_{-2}^{-0.5}=(\frac{(-0.5)^3}{3}+\frac{(-0.5)^2}{4})-(\frac{(-2)^3}{3}+\frac{(-2)^2}{4})$$

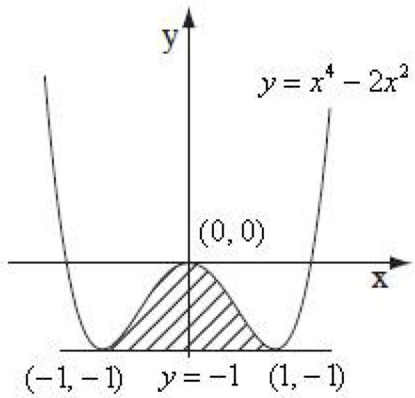
$$S_2=\frac{1}{48}-(-1\frac{2}{3}) \quad \to \boxed{S_2=1\frac{11}{16}}$$

גודל השטח המקווקו: $S=S_1+S_2=1.5+1\frac{11}{16}=3\frac{3}{16}$

תשובה: $3\frac{3}{16}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{y = x^4 - 2x^2}$

על פי הציור הנתון יש נקודת מקסימום אחת ושתי נקודות מינימום, נמצא אותן.



$$\boxed{y' = 4x^3 - 4x}$$
$$0 = 4x^3 - 4x$$
$$0 = 4x(x^2 - 1)$$
$$4x = 0 \quad \to x = 0 \quad \to y = 0^4 - 2 \cdot 0^2 = 0 \quad \to (0,0)$$
$$x^2 - 1 = 0 \quad \to x^2 = 1 \quad \to x = \pm 1$$
$$y = 1^4 - 2 \cdot 1^2 = -1 \quad \to (1,-1)$$
$$y = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^2 = -1 \quad \to (-1,-1)$$
$$\boxed{y'' = 12x^2 - 4}$$
$$y''(0) = 12 \cdot 0^2 - 4 < 0 \quad \to \boxed{(0,0),\ Max}$$
$$y''(1) = 12 \cdot 1^2 - 4 > 0 \quad \to \boxed{(1,-1),\ Min}$$
$$y''(-1) = 12 \cdot (-1)^2 - 4 > 0 \quad \to \boxed{(-1,-1),\ Min}$$

תשובה: $(0,0),\ Max$, $(1,-1),\ Min$, $(-1,-1),\ Min$

ב. (1) הישר שעובר דרך שתי נקודות המינימום מקביל לציר ה- x**, כי שיעורי ה-** y **שווים,**

ולכן משוואת הישר היא של פונקציה קבועה, $y = -1$.

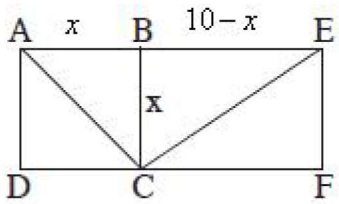
תשובה: $y = -1$

(2) נחשב את השטח המבוקש.

	S
פונקציה עליונה	$y = x^4 - 2x^2$
פונקציה תחתונה	$y = -1$
x גדול	$x = 1$
x קטן	$x = -1$

$$S = \int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^2 - (-1))\,dx$$
$$S = \int_{-1}^{1} (x^4 - 2x^2 + 1)\,dx$$
$$S = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + x \Big]_{-1}^{1} = \left(\frac{1^5}{5} - \frac{2 \cdot 1^3}{3} + 1\right) - \left(\frac{(-1)^5}{5} - \frac{2 \cdot (-1)^3}{3} + 1\right)$$
$$S = \frac{8}{15} - \left(-\frac{8}{15}\right) \quad \to \boxed{S_2 = 1\frac{1}{15}}$$

תשובה: $1\frac{1}{15}$ **יח"ר.**



א. x **- אורך צלע הריבוע** BC **,**

וכיוון ש- ABCD **ריבוע, גם** $AB = x$

(1) נתון כי 10 **ס"מ** $= AE$ **.**

ולכן: $BE = 10 - x$

תשובה: $BE = 10 - x$ **.**

(2) נשתמש במשפט פיתגורוס:

$\underline{\Delta CEB}$

$$(CE)^2 = (BE)^2 + (BC)^2 \quad \to (CE)^2 = (10-x)^2 + x^2$$

$$(CE)^2 = (10-x)(10-x) + x^2 \quad \to (CE)^2 = 100 - 10x - 10x + x^2 + x^2$$

$$\boxed{(CE)^2 = 2x^2 - 20x + 100}$$

תשובה: $(CE)^2 = 2x^2 - 20x + 100$ **.**

ב.הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא הסכום $(AC)^2 + (CE)^2$ **:**

$\underline{\Delta CAB}$

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \quad \to (AC)^2 = (x)^2 + (x)^2$$

$$(AC)^2 = 2x^2$$

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 100 + 2x^2$$

$$\boxed{f(x) = 4x^2 - 20x + 100}$$

נמצא את נקודת הקיצון:

$$\boxed{f'(x) = 8x - 20}$$

$$0 = 8x - 20$$

$$-8x = -20 \quad / : (-8)$$

$$\boxed{x = 2.5}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון . $f'(3) = 8 \cdot 3 - 20 > 0 \quad f'(2) = 8 \cdot 2 - 20 < 0,$

x	3	2.5	2
$P'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

ב- $x = 2.5$ **עוברת הפונקציה מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: 2.5 **ס"מ** $BC =$ **, עבורו הסכום של** $(AC)^2 + (CE)^2$ **הוא מינימלי.**

ג. $f(2.5) = 4 \cdot 2.5^2 - 20 \cdot 2.5 + 100 = 75$

תשובה : הערך המינימלי של הסכום $(AC)^2 + (CE)^2$ **הוא** 75 **סמ"ר.**