א. x - מחיר קנייה של בקבוק שמן (שקלים).

(1) הסוחר קנה 20 בקבוקים, במחיר x שקלים לבקבוק, לכן התשלום הכולל הוא $20x$.

תשובה: התשלום עבור 20 בקבוקים בהזמנה הראשונה הוא $20x$.

(2) בהזמנה הבאה הסוחר קיבל הנחה של 20% לכל בקבוק.

מחיר כל בקבוק, לאחר ההנחה, הוא $\frac{100-20}{100}\cdot x = 0.8x$.

תשובה: מחיר בקבוק שמן אחד לאחר ההנחה הוא $0.8x$.

ב. בהזמנה השנייה הסוחר קנה 30 בקבוקי שמן, לכן התשלום הכולל היה: $30\cdot 0.8x = 24x$.

התשלום הכולל בהזמנה השנייה היה גבוה ב- 100 שקלים מהתשלום הכולל עבור ההזמנה הראשונה.

המשוואה המתאימה: $20x+100=24x$

נפתור את המשוואה:

$$20x+100=24x$$
$$-4x=-100 \quad /:(-4)$$
$$\boxed{x=25}$$

תשובה:המחיר של בקבוק שמן בהזמנה הראשונה היה 25 שקלים.

א. המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

שיפוע המשיק $y=\frac{1}{2}x$ **הוא** $\frac{1}{2}$,

ולכן על פי תנאי ניצבות $\frac{1}{2}m_{MA}=-1 \quad \rightarrow m_{MA}=\frac{-1}{\frac{1}{2}} \quad \rightarrow m_{MA}=-2$

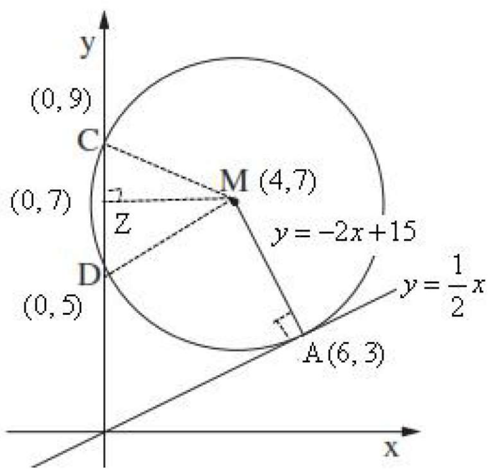
משוואת הרדיוס AM $\quad y-3=-2(x-6) \quad \rightarrow y-3=2x+12 \quad \rightarrow \boxed{y=-2x+15}$

תשובה:משוואת הישר שעליו מונח הרדיוס AM **היא** $y=-2x+15$.

ב. מרכז המעגל מונח על הישר $y=7$.

נציב $y=7$ **במשוואת הרדיוס** $y=-2x+15$ **, ונמצא את שיעורי מרכז המעגל.**

$$7=-2x+15$$
$$2x=8$$
$$x=4 \quad \rightarrow M(4,7)$$



נמצא את אורך רדיוס המעגל:

$$R=\sqrt{(4-6)^2+(7-3)^2}=\sqrt{20}.$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-4)^2+(y-7)^2=20$.

ג. (1) נמצא את אורך הקטע DC.

C **ו-** D **מונחים על ציר ה-** y **, ולכן מתקיים** $x=0$.

$$(0-4)^2+(y-7)^2=20 \quad \rightarrow 16+(y-7)(y-7)=20$$
$$16+y^2-7y-7y+49=20 \quad \rightarrow$$
$$y^2-14y+45=0 \quad \rightarrow y_{1,2}=\frac{14\pm 4}{2}$$
$$y_1=\frac{14+4}{2}=\frac{18}{2}=9 \quad \rightarrow C(0,9)$$
$$y_2=\frac{14-4}{2}=\frac{10}{2}=5 \quad \rightarrow D(0,5)$$

ובהתאם $DC=9-5=4$

תשובה: אורך הקטע DC **הוא** 4 **יחידות.**

(2) שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר MZ **הוא הגובה לצלע** DC.

$$MZ=x_M-x_Z=4-0=4$$

$$S_{\Delta CDM}=\frac{DC\cdot MZ}{2}=\frac{4\cdot 4}{2}=8 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta CDM}=8}$$

תשובה: שטח המשולש CDM **הוא** 8 **יח"ר.**

א. הנקודה E **היא אמצע הצלע** AB **, כאשר** $A(9,0)$ **,** $B(1,-4)$

$$\left.\begin{aligned} x_E &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{9+1}{2} = 5 \\ y_E &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+(-4)}{2} = -2 \end{aligned}\right\} E(5,-2)$$

נמצא את משוואת התיכון, היוצא מקדקוד $C(1,6)$ **לאמצע הצלע** AB **.**

שיפוע התיכון: $m_{CE} = \frac{6-(-2)}{1-5} = \frac{8}{-4} = -2$

משוואת התיכון: $y-6=-2(x-1) \rightarrow y-6=-2x+2 \rightarrow \boxed{y=-2x+8}$

תשובה: משוואת התיכון לצלע AB **היא** $y=-2x+8$ **.**

ב. הגובה מאונך לצלע AB **, ששיפועה הוא** $m_{AB} = \frac{0-(-4)}{9-1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ **.**

ולכן על פי תנאי ניצבות $\frac{1}{2}m_{GOVA} = -1 \rightarrow m_{GOVA} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} \rightarrow m_{GOVA} = -2$

קבלנו ששיפוע הגובה היוצא מקדקוד $C(1,6)$ **שווה לשיפוע התיכון,**

לכן משוואת הגובה תהייה זהה למשוואת התיכון.

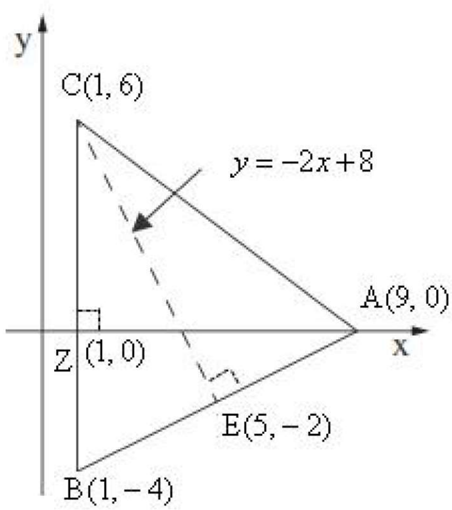
תשובה: משוואת הגובה לצלע AB **היא** $y=-2x+8$ **.**

ג. הראינו בסעיפים א-ב שמשוואת הגובה לצלע AB **זהה למשוואת התיכון לצלע זו.**

לכן התיכון מתלכד עם הגובה והמשולש הוא שווה שוקיים,

כאשר הצלע AB **היא הבסיס ו-** $BC=AC$ **השוקיים.**

תשובה: המשולש הוא שווה שוקיים כי התיכון מתלכד עם הגובה.



ד. הצלע BC **מקבילה לציר ה-** y **(כי** $x_B = x_C = 1$ **),**

והגובה אליה הוא הקטע AZ **, המונח על ציר ה-** x **.**

$$AZ = x_A - x_Z = 9-1 = 8$$
$$BC = y_C - y_B = 6-(-4) = 10$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AZ}{2} = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \rightarrow \boxed{S_{\Delta ABC} = 40}$$

תשובה: שטח המשולש ABC **הוא** 40 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=x-\frac{1}{x}}$.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **, כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=x-\frac{1}{x} \quad /\cdot x$$
$$0=x^2-1$$
$$1=x^2$$
$$x=\pm 1 \quad \rightarrow (1,0),(-1,0)$$

תשובה: $(1,0),(-1,0)$.

ג. (1) נראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.

$$\boxed{f'(x)=1+\frac{1}{x^2}}$$
$$0=1+\frac{1}{x^2} \quad \rightarrow 0=x^2+1$$
$$x^2=-1$$

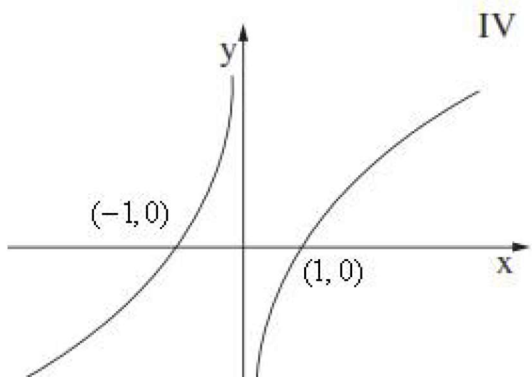
למשוואה אין פתרון, ולכן לפונקציה אין נקודות קיצון.

(2) נבנה טבלת תחומי עלייה וירידה

$$f'(1)=1+\frac{1}{1^2}=2>0, \quad f'(-1)=1+\frac{1}{(-1)^2}=2>0$$

x	1	0	-1
y'	+		+
מסקנה	↗		↗

תשובה: הפונקציה עולה בתחום $x>0$ **וגם בתחום** $x<0$.



ד. גרף IV **מתאים לפונקציה, על פי סעיפים א-ג.**

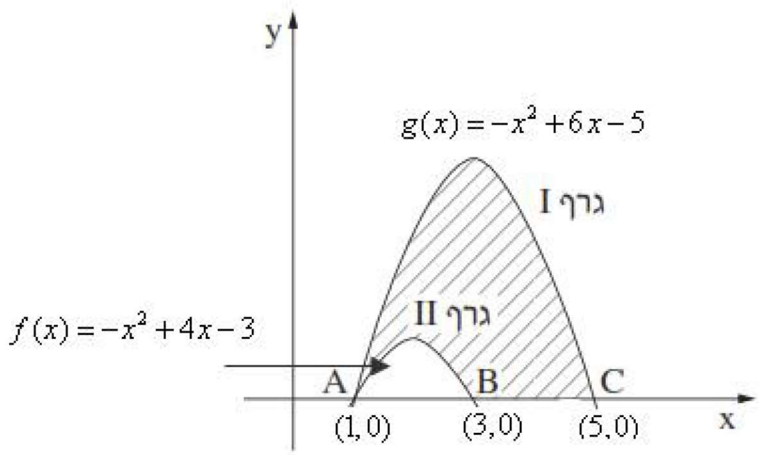
הגרף אינו חותך את ציר ה- y **, וחותך פעמיים את ציר ה-** x **,**

כאשר הפונקציה עולה בתחום $x>0$ **וגם בתחום** $x<0$.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x של שתי הפונקציות,
וכך גם נוכל לזהות איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה.

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$
$$0 = -x^2 + 4x - 3$$
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$
$$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \to (3,0)$$
$$x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \to (1,0)$$



$$g(x) = -x^2 + 6x - 5$$
$$0 = -x^2 + 6x - 5$$
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$
$$x_1 = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad \to (5,0)$$
$$x_2 = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \to (1,0)$$

תשובה: $A(1,0)$ **,** $B(3,0)$ **,** $C(5,0)$.

ב. $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ **חותכת את ציר ה-** x **בנקודות** $A(1,0)$ **,** $B(3,0)$ **ולכן גרף** II **מתאר אותה.**

$g(x) = -x^2 + 6x - 5$ **חותכת את ציר ה-** x **בנקודות** $A(1,0)$ **,** $C(5,0)$ **ולכן גרף** I **מתאר אותה.**

תשובה: גרף II **מתאר את** $f(x)$ **, וגרף** I **מתאר את** $g(x)$.

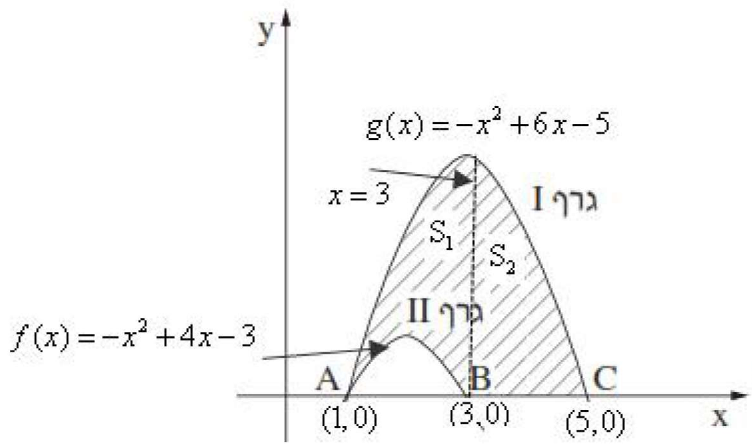
ג. נחלק את השטח לשני שטחים, ע"י העברת הישר $x=3$, מהנקודה $B(3,0)$, ומקביל לציר ה- y.

S_1 **- השטח השמאלי**

הפרש הפונקציות:

$$(-x^2+6x-5)-(-x^2+4x-3)=$$
$$-x^2+6x-5+x^2-4x+3=$$
$$2x-2$$

$$S_1=\int_1^3(2x-2)\,dx$$
$$S_1=\frac{2x^2}{2}-2x\Big]_1^3$$
$$S_1=(3^2-2\cdot3)-(1^2-2\cdot1)$$
$$S_1=3-(-1)$$
$$S_1=4$$



S_2 **- השטח הימני**

הפרש פונקציות $(-x^2+6x-5)-(0)=-x^2+6x-5$

$$S_2=\int_3^5(-x^2+6x-5)\,dx$$
$$S_2=-\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}-5x\Big]_3^5$$
$$S_2=(-\frac{5^3}{3}+3\cdot5^2-5\cdot5)-(-\frac{3^3}{3}+3\cdot3^2-5\cdot3)$$
$$S_2=8\frac{1}{3}-3$$
$$S_2=5\frac{1}{3}$$

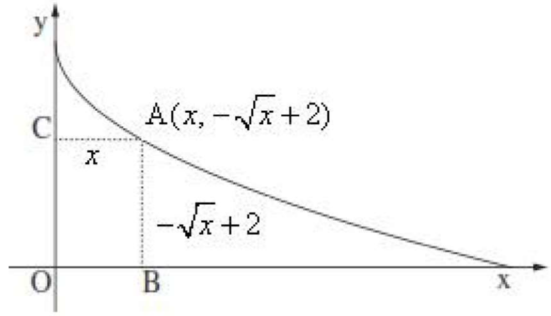
ולכן סכום השטחים הוא: $5\frac{1}{3}+4=9\frac{1}{3}$

תשובה: גודל השטח הוא $9\frac{1}{3}$ **יח"ר .**

א. הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=-\sqrt{x}+2$ **ושיעוריה** $A(x,-\sqrt{x}+2)$.

הצלע AB **מקבילה לציר ה-** y **ובהתאם אורכה** $-\sqrt{x}+2-0=-\sqrt{x}+2$.

הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x **ובהתאם אורכה** $x-0=x$.



היקף המלבן הוא $2x+2(-\sqrt{x}+2)=2x-2\sqrt{x}+4$

תשובה: היקף המלבן ABOC **הוא** $2x-2\sqrt{x}+4$.

ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *היקף המלבן* ABOC.

$$P(x)=2x-2\sqrt{x}+4$$

$$P'(x)=2-\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{x}}$$

$$\boxed{P'(x)=2-\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$0=2-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}=2 \qquad ()^2$$

$$\frac{1}{x}=4$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון: $P'(0.2)=2-\frac{1}{\sqrt{0.2}}=-0.24<0,\ P'(0.3)=2-\frac{1}{\sqrt{0.3}}=0.17>0$

x	0.3	0.25	0.2
$P'(x)$	+	0	-
מסקנה	↗	Min	↘

תשובה: עבור $x=0.25$ **היקף המלבן** ABOC **הוא מינימלי.**

(2) נציב $x=0.25$ **בפונקציית ההיקף:** $P(0.25)=2\cdot0.25-2\sqrt{0.25}+4=3.5$

תשובה: היקף המינימלי של המלבן ABOC **הוא** 3.5 **יחידות.**