א. נסמן ב- x - מחיר צעצוע מסוג ב, ולכן $x+20$ הוא מחיר צעצוע מסוג א (היקר ב- 20 שקלים מצעצוע מסוג ב).

לאחר העלאת המחירים: מחיר של צעצוע מסוג א הוא $x+20+10=x+30$, ושל סוג ב הוא $x+3$.

אחרי עליית המחירים, המחיר של צעצוע מסוג ב הוא 55% מן המחיר של צעצוע מסוג א.

המשוואה המתאימה: $x+3=55\%(x+30)$, כלומר: $x+3=0.55(x+30)$

נפתור את המשוואה:

$$x+3=0.55(x+30)$$
$$\text{x}+3=0.55\,\text{x}+16.5 \quad /-0.55x-3$$
$$0.45x=13.5 \quad /:0.45$$
$$\boxed{x=30} \quad \rightarrow \boxed{x+20=30+20=50}$$

תשובה: לפני עליית המחירים היה מחיר צעצוע מסוג א 50 שקלים ומחיר צעצוע מסוג ב 30 שקלים.

ב. מחירו של צעצוע מסוג ב עלה ב- 3 שקלים מתוך המחיר המקורי של 30 שקלים.

החלק של העלייה הוא $\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$ המהווה עלייה של $\frac{1}{10}\cdot 100\%=10\%$.

תשובה: מחירו של צעצוע מסוג ב עלה ב- 10%.

א. נמצא את שיעורי הנקודה B **.**

$$\text{B}\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 \\ y=-2x+17 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x+2=-2x+17 \quad /+2x-2$$,

$$2\frac{1}{2}x=15 \quad /:2\frac{1}{2}$$

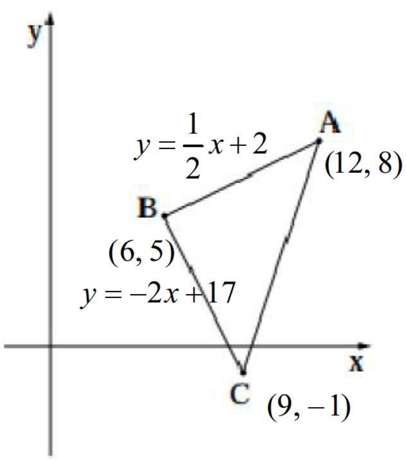
$$x=6 \quad \to y=-2\cdot 6+17=5 \quad \to \boxed{\text{B}(6,5)}$$

תשובה: $\text{B}(6,5)$.

ב. נציב $x_{\text{A}}=12$ **במשוואת הישר** $\text{AB}: y=\frac{1}{2}x+2$ **.**

$y_{\text{A}}=\frac{1}{2}\cdot 12+2=8 \quad \to \boxed{y_{\text{A}}=8}, \text{A}(12,8)$ **.**

תשובה: $y_{\text{A}}=8$.



ג. נתון כי שיעורי הנקודה C **הם** $\text{C}(9,-1)$ **.**

נראה כי המשולש הוא ישר-זווית:

$m_{\text{AB}}\cdot m_{\text{BC}}=\frac{1}{2}\cdot(-2)=-1$ **, לכן הצלעות מאונכות זו לזו,** $\sphericalangle\text{B}=90^\circ$ **.**

נראה כי המשולש הוא שווה שוקיים:

$$d_{\text{AB}}=\sqrt{(12-6)^2+(8-5)^2}=\sqrt{45}$$
$$d_{\text{BC}}=\sqrt{(9-6)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{45}$$
, לכן המשולש שווה שוקיים.

תשובה: הוכח.

ד. נחשב את שטח ΔABC **.**

$S_{\Delta\text{ABC}}=\frac{\text{AB}\cdot\text{BC}}{2}=\frac{\sqrt{45}\cdot\sqrt{45}}{2}=22.5$ **.**

תשובה: שטח ΔABC **הוא** 22.5 **.**

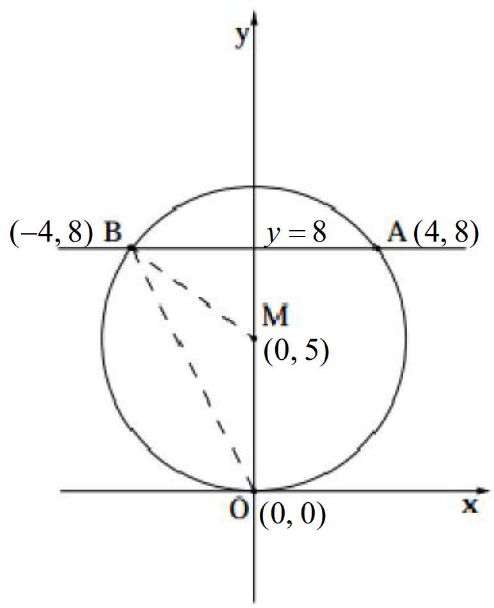
א. נתונה משוואת המעגל $x^2+(y-5)^2=R^2$ (שמרכזו $M(0,5)$ ורדיוסו R), והנקודה $A(4,8)$ הנמצאת על המעגל.

למציאת רדיוס המעגל, נמצא את אורכו של הרדיוס MA :

$$R=\sqrt{(4-0)^2+(8-5)^2}=5$$

ובהתאם משוואת המעגל היא $x^2+(y-5)^2=25$.

תשובה: $R=5$, $x^2+(y-5)^2=25$.



ב. (1) הישר המקביל לציר ה- x עובר בנקודה $A(4,8)$.

שיעורי ה- y קבועים ולכן משוואתו היא $y=8$.

תשובה: $y=8$.

(2) נציב $y=8$ במשוואת המעגל.

$$x^2+(8-5)^2=25$$
$$x^2+9=25$$
$$x^2=16$$
$$x_A=4,\ x_B=-4\quad\rightarrow\boxed{B(-4,8)}$$

תשובה: $B(-4,8)$.

ג. (1) נציב את שיעורי ראשית הצירים , $(0,0)$, במשוואת המעגל.

$$0^2+(0-5)^2=25$$
$$25=25$$

קבלנו פסוק אמת, ולכן המעגל עובר דרך ראשית הצירים.

תשובה: הוכח.

(2) נחשב את היקף המשולש BMO .

$$BM=OM=R=5$$
$$OB=\sqrt{(-4-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{80}=8.94$$

נסכם את אורכי צלעות המשולש: $5+5+9.94=18.94$.

תשובה: היקף המשולש BMO הוא 18.94 .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+4+\frac{4}{x}$.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\neq 0$.

ב. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2}}$$

$$x^2-4=0$$

$$x^2=4$$

$$x=2 \quad \rightarrow f(2)=2+4+\frac{4}{2}=8 \quad \rightarrow \boxed{(2,8)}$$

$$x=-2 \quad \rightarrow f(-2)=-2+4+\frac{4}{(-2)}=0 \quad \rightarrow \boxed{(-2,0}$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1)=\frac{1^2-4}{1^2}<0 \\ f'(3)=\frac{3^2-4}{3^2}>0 \end{array}\right\}(2,8)Min \qquad \left.\begin{array}{l} f'(-3)=\frac{(-3)^2-4}{(-3)^2}>0 \\ f'(-1)=\frac{(-1)^2-4}{(-1)^2}<0 \end{array}\right\}(-2,0)Max$$

תשובה: תשובה: $(2,8)$ **מינימום ,** $(-2,0)$ **מקסימום.**

ג. נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה:

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
$f'(x)$	**+**	0	**-**		**-**	0	**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: עלייה: $x>2$ **או** $x<-2$ **, ירידה:** $0<x<2$ **, או** $-2<x<0$.

ד. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה מתקיים $y=0$.

$$0 = x + 4 + \frac{4}{x} \quad / \cdot x$$

$$0 = x^2 + 4x + 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 0}{2}$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2 \quad \rightarrow \boxed{(-2,0)}$$

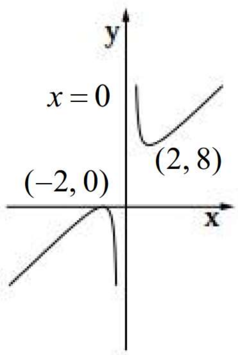
תשובה: $(-2,0)$ **.**

ה. הגרף המתאים הוא גרף II .

נימוקים: מינימום $(2,8)$ ברביע הראשון, מקסימום בנקודה $(-2,0)$ נקודת החיתוך היחידה עם ציר ה- x .

$x=0$ אסימפטוטה אנכית, תחומי עלייה וירידה מתאימים.

תשובה: גרף II מתאר את הפונקציה הנתונה.



II

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x)=12x^2-3$ **.**

נמצא את שיעורי ה- x **של הנקודות על גרף הפונקציה** $f(x)$ **, שבהן שיפוע המשיק הוא** 9**, כלומר** $f'(x)=9$ **.**

$$\boxed{f'(x)=12x^2-3}$$
$$12x^2-3=9 \quad /+3$$
$$12x^2=12 \quad /:12$$
$$x^2=1 \quad \to x=1, x=-1$$

תשובה: $x=1, x=-1$ **.**

ב. בציור מוצג גרף הפונקציה $f(x)$ **.**

(1) הישר $y=9x-6$ **משיק לגרף הפונקציה בנקודה** A **, שברביע הראשון.**

שיפוע המשיק הוא 9**, כאשר ברביע הראשון מתקיים** $x>0$ **, לכן** $x_{\mathrm{A}}=1$ **על פי סעיף א.**

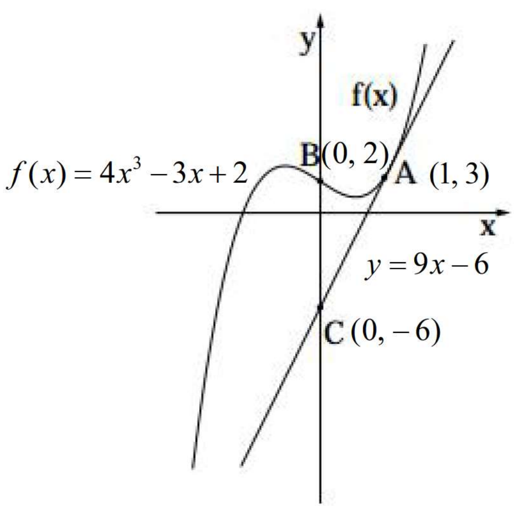
נציב $x_{\mathrm{A}}=1$ **במשוואת המשיק** $y=9x-6$ **.**

$$y_{\mathrm{A}}=9\cdot 1-6$$
$$\boxed{y_{\mathrm{A}}=3}$$

תשובה: $y_{\mathrm{A}}=3$ **.**

(2) נמצא את $f(x)$ **, כאשר שיעורי הנקודה** $\mathrm{A}(1,3)$ **, יאפשרו למצוא את קבוע האינטגרציה,** c **.**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$
$$f(x)=\int (12x^2-3)\,dx$$
$$f(x)=\frac{12x^3}{3}-3x+c$$
$$3=4\cdot 1^3-3\cdot 1+c \quad \leftarrow (1,3)$$
$$3=1+c \quad /-1$$
$$2=c$$
$$\boxed{f(x)=4x^3-3x+2}$$



תשובה: $f(x)=4x^3-3x+2$ **.**

ג. בנקודות B **ו-** C **שעל ציר ה-** y **מתקיים** $x=0$ **.**

נציב $x=0$ **בפונקציה** $f(x)$ **ובישר המשיק** $y=9x-6$ **.**

$$f(0)=4\cdot 0^3-3\cdot 0+2=2 \quad \to y_{\mathrm{B}}=2$$
$$y=9\cdot 0-6=-6 \quad \to y_{\mathrm{C}}=-6$$

$$\mathrm{BC}=y_{\mathrm{B}}-y_{\mathrm{C}}=2-(-6)=8$$

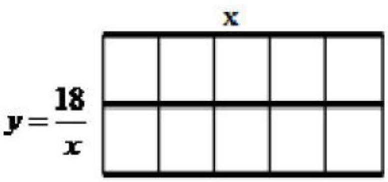
תשובה: $\mathrm{BC}=8$ **.**

א. (1) נתון כי $x \cdot y = 18$ **ולכן** $y = \frac{18}{x}$ **.**

תשובה: $y = \frac{18}{x}$ **.**

(2) הרשת המלבנית עשויה מ- 3 **מוטות ארוכים, שאורך כל אחד מהם הוא** x ,

ומ- 6 **מוטות קצרים שהאורך של כל אחד מהם הוא** $y = \frac{18}{x}$ **.**



לכן סכום האורכים של כל המוטות הוא: $3x + 6 \cdot \frac{18}{x} = 3x + \frac{108}{x}$ **.**

תשובה: סכום האורכים של כל המוטות, שהרשת עשויה מהם, הוא $3x + \frac{108}{x}$**.**

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום אורכי המוטות*, כלומר $\boxed{f(x) = 3x + \frac{108}{x}}$ **.**

נמצא את ה- x **עבורו לפונקציה יש מינימום.**

$$\boxed{f'(x) = 3 - \frac{108}{x^2}}$$

$$3 - \frac{108}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$$

$$3x^2 - 108 = 0$$

$$3x^2 = 108 \quad / : 3$$

$$x^2 = 36$$

$$\boxed{x = 6} \quad \leftarrow x > 0$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(5) = -\frac{108}{5^2} + 3 = -1.32 < 0 \\ f'(7) = -\frac{108}{7^2} + 3 = 0.8 > 0 \end{array}\right\} Min$$

ב- $x = 6$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: $x = 6$ **, עבורו סכום אורכי כל המוטות הוא מינימלי.**