א. נסמן ב- x **- מספר הסועדים בקבוצה א', ולכן** $x-10$ **הוא מספר הסועדים בקבוצה ב',**
שמספר הסועדים בה היה קטן ב- 10 **ממספר הסועדים בקבוצה א'.**

קבוצה א' בחרה בתפריט צמחוני, במחיר של 34 **שקלים לסועד, ושילמה** $34x$ **שקלים בסך הכול.**
קבוצה ב' בחרה בתפריט בשרי, במחיר של 68 **שקלים לסועד, ושילמה** $68(x-10)$ **שקלים בסך הכול.**

המחיר הכולל ששילמה קבוצה ב' היה 75% **מן המחיר הכולל ששילמה קבוצה א'.**
המשוואה המתאימה: $68(x-10)=75\%\cdot 34x$**, כלומר:** $68(x-10)=0.75\cdot 34x$**.**
נפתור את המשוואה:

$$68(x-10)=0.75\cdot 34x$$
$$68x-680=25.5x \quad /+680-25.5x$$
$$42.5x=680 \quad /:42.5$$
$$\boxed{x=16} \quad \rightarrow \boxed{x-10=16-10=6}$$

תשובה: מספר הסועדים בקבוצה א' היה 16 **ומספר הסועדים בקבוצה ב' היה** 6**.**

ב. אילו מספר הסועדים בקבוצה ב' היה 16 **(כמו מספר הסועדים בקבוצה א'),**
היא הייתה משלמת 1088 **שקלים** $=68\cdot 16$**.**
תשובה: 1088 **שקלים.**

א. (1) משוואת הצלע BC **היא** $y=-x+11$ **, ולכן השיפוע שלה הוא** -1 **.**

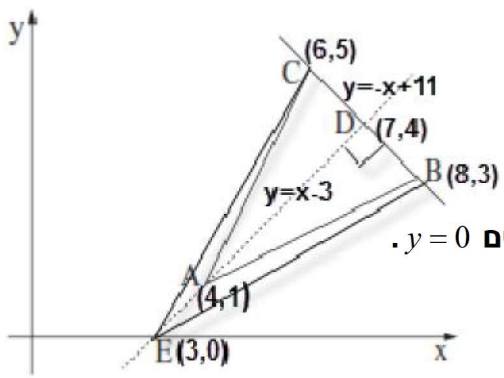
הגובה AD **לצלע זו מאונך לה, ולכן השיפוע שלו הופכי לנגדי:** $\boxed{m_{\mathrm{AD}}=1} \leftarrow m_{\mathrm{AD}}\cdot m_{\mathrm{BC}}=-1$ **.**

תשובה: $m_{\mathrm{AD}}=1$ **.**

(2) נמצא את משוואת הישר AD **, לפי:** $m_{\mathrm{AD}}=-1$ **,** $\mathrm{A}(4,1)$ **.**

$$y-1=1(x-4)$$
$$y-1=x-4$$
$$\boxed{y=x-3}$$

תשובה: משוואת הישר AD **היא** $y=x-3$ **.**



ב. נמצא את שיעורי הנקודה E **, שעל ציר ה-** x **, בה מתקיים** $y=0$ **.**

נציב $y=0$ **במשוואת הישר** AD **.**

$$0=x-3$$
$$x=3 \rightarrow \boxed{\mathrm{E}(3,0)}$$

נמצא את שיעורי הנקודה D **.**

$$\mathrm{D}\begin{cases} y=x-3 \\ y=-x+11 \end{cases}$$
$$x-3=-x+11 \quad /+x+3$$
$$2x=14 \quad /:2$$
$$x=7 \rightarrow y=7-3=4 \rightarrow \boxed{\mathrm{D}(7,4)}$$

משולש ABC **הוא שווה שוקיים, לכן הגובה** AD **הוא גם תיכון, כלומר הנקודה** D **היא אמצע הצלע** BC **.**

$$\left.\begin{aligned} x_{\mathrm{D}}=\frac{x_{\mathrm{C}}+x_{\mathrm{B}}}{2}\rightarrow 7=\frac{x_{\mathrm{C}}+8}{2}\rightarrow 14=x_{\mathrm{C}}+8\rightarrow x_{\mathrm{C}}=6 \\ y_{\mathrm{D}}=\frac{y_{\mathrm{C}}+y_{\mathrm{B}}}{2}\rightarrow 4=\frac{y_{\mathrm{C}}+3}{2}\rightarrow 8=y_{\mathrm{C}}+3\rightarrow y_{\mathrm{C}}=5 \end{aligned}\right\}\boxed{\mathrm{C}(6,5)}$$

תשובה: $\mathrm{E}(3,0)$ **,** $\mathrm{D}(7,4)$ **,** $\mathrm{C}(6,5)$ **.**

ג. $\Delta\mathrm{CEB}$ **שווה שוקיים, כי** ED **הוא גובה וגם תיכון לצלע** BC **.**

או: $\mathrm{EB}=\mathrm{EC}\left\{\begin{aligned} d_{\mathrm{EC}}=\sqrt{(3-6)^2+(0-5)^2}=\sqrt{34} \\ d_{\mathrm{EB}}=\sqrt{(3-8)^2+(0-3)^2}=\sqrt{34} \end{aligned}\right.$ **, לכן המשולש שווה שוקיים.**

תשובה: הוכח.

א. נתונה משוואת המעגל $(x-6)^2+(y-3)^2=125$ **(שמרכזו** $M(6,3)$ **ורדיוסו** $\sqrt{125}$**).**

(1) שיפוע המשיק למעגל בנקודה $A(16,8)$ **הוא** -2.

הרדיוס MA **מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן על פי תנאי ניצבות:** $m_{mashik}\cdot m_{AM}=-1$ **,**

ושיפוע הרדיוס (הופכי לנגדי) הוא $+\frac{1}{2}$.

נמצא את משוואת הרדיוס MA **:**

$$y-3=\frac{1}{2}(x-6)$$
$$y-3=\frac{1}{2}x-3$$
$$y=\frac{1}{2}x$$

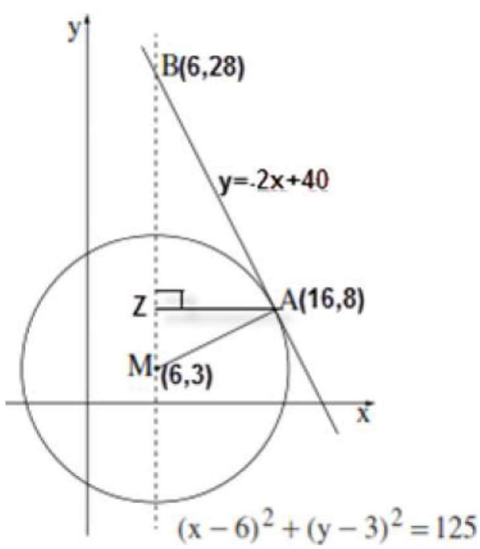
נציב $x_A=16$ **במשוואת הרדיוס:** $A(16,8)\rightarrow$ $y_A=\frac{1}{2}\cdot16=8\rightarrow\boxed{y_A=8}$

תשובה: $y_A=8$ **, כי על פי הציור שיעור ה-** y **של הנקודה** A **הוא חיובי.**

(2) נמצא את משוואת המשיק למעגל, לפי: $m_{mashik}=-2$ **,** $A(16,8)$.

$$y-8=-2(x-16)$$
$$y-8=-2x+32$$
$$\boxed{y=-2x+40}$$

תשובה: משוואות המשיק היא $y=-2x+40$.



ב. נציב $x=6$ **במשוואת המשיק:**

$y=-2\cdot6+40=28\rightarrow\boxed{B(6,28)}$.

תשובה: $B(6,28)$.

ג. שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה,

כאשר AZ **הוא הגובה לצלע** BM.

$$AZ=x_A-x_Z=16-6=10$$
$$BM=y_B-y_M=28-3=25$$

$$S_{\Delta CDM}=\frac{BM\cdot AZ}{2}=\frac{25\cdot10}{2}=125\rightarrow\boxed{S_{\Delta AMB}=125}$$

תשובה: שטח המשולש הוא 125 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x-8\sqrt{x}$.

תחום ההגדרה: $x\ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x\ge 0$.

ב. נמצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה ואת סוגה .

$$f'(x)=2-\frac{8}{2\sqrt{x}}$$

$$0=2-\frac{8}{2\sqrt{x}} \quad /\cdot 2\sqrt{x}$$

$$0=4\sqrt{x}-8$$

$$8=4\sqrt{x}= \quad /:4$$

$$2=\sqrt{x}$$

$$\boxed{x=4} \rightarrow f(4)=2\cdot 4-8\sqrt{4} \rightarrow \boxed{(4,-8)}$$

נבנה טבלת עלייה וירידה, לזיהוי סוג הקיצון ועבור סעיף ג

$$f'(3)=2-\frac{8}{2\sqrt{3}}<0, \quad f'(5)=2-\frac{8}{2\sqrt{5}}>0$$

x	5	4	3	0
y'	+	0	-	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

תשובה: $(4,-8)$ **מינימום.**

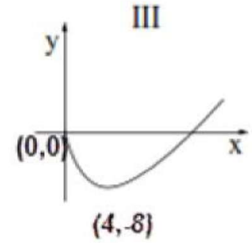
ג. תשובה: על פי הטבלה בסעיף הקודם: ירידה $0<x<4$ **, עלייה** $x>4$.

ד. חיתוך עם ציר y **, לכן** $x=0$ **-** $f(0)=2\cdot 0-8\sqrt{0}=0$ **ובהתאם** $(0,0)$.

תשובה: $(0,0)$.

ה. הגרף המתאים הוא גרף III **, לפי תחומי עלייה וירידה, נקודת קיצון מינימום** $(4,-8)$ **,**

שיעורי נקודות החיתוך עם ציר y **ותחום ההגדרה** $x\ge 0$ **כאשר** $(0,0)$ **נקודת קצה (מקסימום).**



תשובה: גרף III.

א. נמצא את שיעורי הנקודות A ו- B, נקודות הקיצון של הפונקציה $\boxed{f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 6\frac{2}{3}}$.

$$f'(x) = -\frac{3x^2}{3} + 4x + 5$$

$$\boxed{f'(x) = -x^2 + 4x + 5}$$

$$-x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot(-1)\cdot 5}}{2\cdot(-1)} \quad \rightarrow x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-4+6}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \quad \rightarrow f(-1) = -\frac{(-1)^3}{3} + 2\cdot(-1)^2 + 5\cdot(-1) + 6\frac{2}{3} \rightarrow \boxed{B(-1, 4)}$$

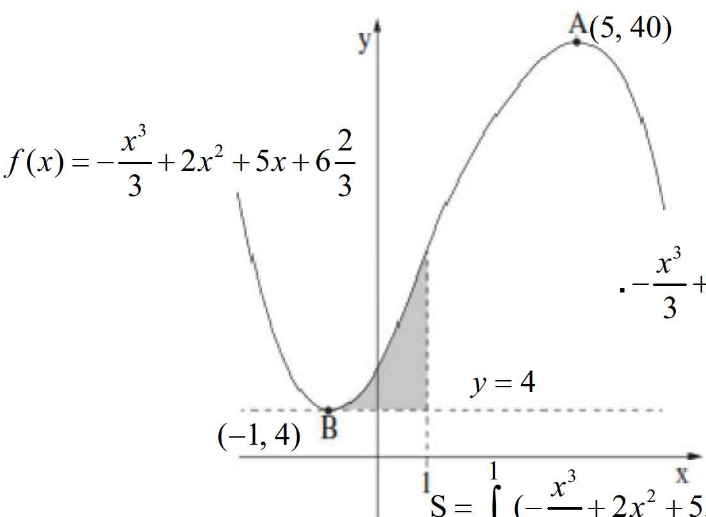
$$x_2 = \frac{-4-6}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \quad \rightarrow f(5) = -\frac{5^3}{3} + 2\cdot 5^2 + 5\cdot 5 + 6\frac{2}{3} \rightarrow \boxed{A(5, 40)}$$

תשובה: $A(5, 40)$ **,** $B(-1, 4)$.

ב. בנקודות הקיצון של $f(x)$ **, משוואות המשיקים הן פונקציה קבועה.**

בהתאם משוואת המשיק, בנקודה $B(-1, 4)$ **היא** $y = 4$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 4$.



ג. הפרש פונקציות: $-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 6\frac{2}{3} - 4 = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 2\frac{2}{3}$.

$$S = \int_{-1}^{1} \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 5x + 2\frac{2}{3}\right) dx$$

$$S = -\frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 2\frac{2}{3}x \Big]_{-1}^{1}$$

$$S = \left(-\frac{1^4}{12} + \frac{2\cdot 1^3}{3} + \frac{5\cdot 1^2}{2} + 2\frac{2}{3}\cdot 1\right) - \left(-\frac{(-1)^4}{12} + \frac{2\cdot(-1)^3}{3} + \frac{5\cdot(-1)^2}{2} + 2\frac{2}{3}\cdot(-1)\right)$$

$$S = \frac{23}{4} - \left(-\frac{11}{12}\right) \quad \rightarrow \boxed{S = 6\frac{2}{3}}$$

תשובה: גודל השטח הוא $6\frac{2}{3}$ **יח"ר .**

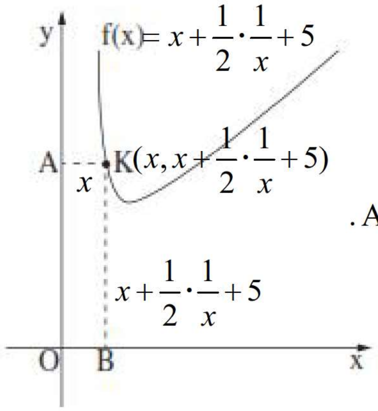
א. בציור מתואר גרף הפונקציה $f(x)=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$ **בתחום** $x>0$.

נסמן ב- x **את שיעור ה-** x **של הנקודה** K **, ולכן שיעורי הנקודה הם** $K(x,x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5)$.

צלעות המלבן AKBO **מקבילות לצירים, לכן:**

$$AK=x_K-x_A=x-0=x$$

$$KB=y_K-y_B=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5-0=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$$



תשובה: $AK=x$, $KB=x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *היקף המלבן* AKBO.

$$P(x)=2AK+2KB$$

$$P(x)=2x+2(x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}+5)$$

$$P(x)=2x+2x+\frac{1}{x}+10$$

$$\boxed{P(x)=4x+\frac{1}{x}+10}$$

$$(P(x))'=4-\frac{1}{x^2}\quad\rightarrow\boxed{(P(x))'=\frac{4x^2-1}{x^2}}$$

$$0=\frac{4x^2-1}{x^2}$$

$$0=4x^2-1$$

$$1=4x^2$$

$$\frac{1}{4}=x^2$$

$$\boxed{x_K=\frac{1}{2}}\quad\leftarrow x_K>0$$

$$P'(0.1)=\frac{4\cdot0.1^2-1}{+}<0,\quad P'(0.6)=\frac{4\cdot0.6^2-1}{+}>0$$

x	0.6	0.5	0.4	0
$P'(x)$	+	0	-	
מסקנה	↗	Min	↘	

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.