

- א. נסמן ב- x את מספר המחשבים שמנהלת בית הספר רוצה לקנות. המנהלת רוצה לקנות 80 עזרי לימוד, לכן מספר הלוחות החכמים הוא $80 - x$. מחיר כל מחשב הוא 1200 שקל, לכן עלותם הכוללת היא $1200x$. מחיר כל לוח חכם הוא 2000 שקל, לכן עלותם הכוללת היא $2000 \cdot (80 - x)$. עבור כל הקנייה צריך לשלם 144,000 שקל, לכן המשוואה המתאימה היא $1200x + 2000 \cdot (80 - x) = 144000$.

נפתור את המשוואה:

$$\begin{aligned} 1200x + 2000 \cdot (80 - x) &= 144000 \\ 1200x + 160000 - 2000x &= 144000 \\ -800x &= -16000 \end{aligned}$$

$$\boxed{x = 20}$$

תשובה: המנהלת רוצה לקנות 20 מחשבים.

- ב. הסכום שהוקצב לקניית העזרים היה 130,000 שקלים. המנהלת החליטה להקטין ב- 15% את מספר המחשבים, לכן היא רוצה לקנות 17 מחשבים $= 0.85 \cdot 20 = \frac{100-15}{100} \cdot 20$. מספר הלוחות החכמים שהיא תכננה לקנות היה $80 - 20 = 60$. המנהלת החליטה להקטין ב- 10% את מספר הלוחות החכמים, לכן היא רוצה לקנות 54 לוחות חכמים $= 0.9 \cdot 60 = \frac{100-10}{100} \cdot 60$. עלות הקנייה הכוללת היא: שקל $128,400 = 1200 \cdot 17 + 2000 \cdot 54$. הסכום שיישאר, לאחר קניית העזרים, הוא שקל $1,600 = 130,000 - 128,400$. תשובה: לאחר שמספר העזרים הוקטן, יישארו 1,600 שקלים.

א. ישר $y = \frac{1}{2}x + 1$ I. חותך את ציר ה- x בנקודה B בה מתקיים $y = 0$.

$$0 = \frac{1}{2}x + 1 \quad / \cdot 2$$

$$0 = x + 2$$

$$-2 = x \rightarrow \boxed{B(-2, 0)}$$

ישר $y = \frac{1}{2}x - 4$ II. חותך את ציר ה- x בנקודה A בה מתקיים $y = 0$.

$$0 = \frac{1}{2}x - 4 \quad / \cdot 2$$

$$0 = x - 8$$

$$8 = x \rightarrow \boxed{A(8, 0)}$$

תשובה: $B(-2, 0)$, $A(8, 0)$.

ב. (1) AC מאונך לישר I ששיפועו $\frac{1}{2}$, ולכן $m_{AC} \cdot \frac{1}{2} = -1$, ונקבל ש- $m_{AC} = -2$ (שיפוע הופכי לנגדי).

נמצא את משוואת האנך AC, על פי נקודה $A(8, 0)$ ושיפוע $m_{AC} = -2$.

$$y - 0 = -2(x - 8)$$

$$\boxed{y = -2x + 16}$$

תשובה: משוואת האנך AC היא $y = -2x + 16$.

(2) נמצא את שיעורי הנקודה AC.

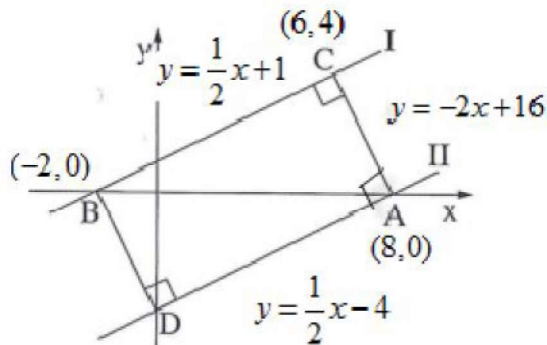
$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ y = -2x + 16 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = -2x + 16$$

$$2.5x = 15$$

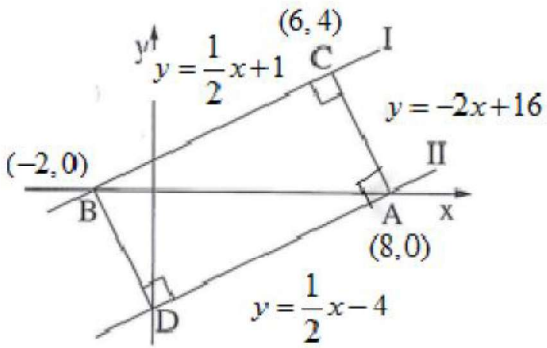
$$x = 6 \rightarrow y = -2 \cdot 6 + 16 = 4 \rightarrow \boxed{C(6, 4)}$$

תשובה: $C(6, 4)$.



ג. שני הישרים הנתונים מקבילים, כי השיפועים שלהם שווים $(m_{BC} = m_{DA} = \frac{1}{2})$.

לכן, גם זווית A ישרה, ולמרובע יש שלוש זוויות ישרות $(\sphericalangle A = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ)$.
תשובה: המרובע ACBD הוא מלבן, כי כל זוויותיו ישרות.



ד. שטח המלבן שווה למכפלת אורכו ברוחבו.

$$d_{BC} = \sqrt{(-2-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{80}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(8-6)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$S_{ACBD} = BC \cdot AC = \sqrt{80} \cdot \sqrt{20} = 40$$

תשובה: שטח המלבן ACBD הוא 40 יח"ר.

בגרות עה מאי 15 מועד קיץ א שאלון 35803

א. נתון מעגל שמשוואתו $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$, ובהתאם מרכזו $M(-2,4)$ ורדיוסו $\sqrt{20}$.

המעגל חותך את ציר ה- y , בחלקו החיובי.

נציב $x=0$ ונמצא את שיעורי הנקודה A.

$$(0+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$4 + (y-4)(y-4) = 20$$

$$4 + y^2 - 4y - 4y + 16 = 20$$

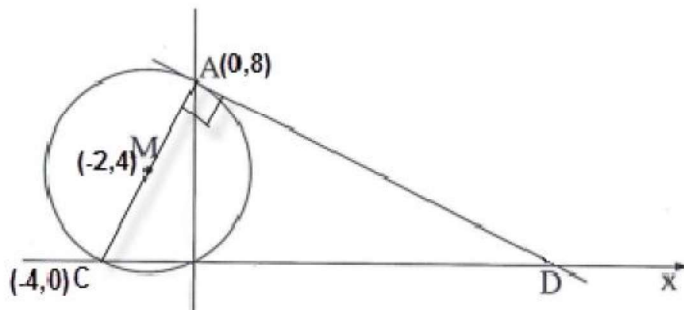
$$y^2 - 8y = 0$$

$$y(y-8) = 0$$

כיוון ששיעור ה- y חיובי, על פי הנתון, הרי ששיעורי הנקודה הם $A(0,8)$.

תשובה: $A(0,8)$.

ב. המשך AM חותך את המעגל בנקודה C. לכן $M(-2,4)$ היא אמצע הקוטר AC.



$$4 = \frac{8+y_C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$8 = 8 + y_C$$

$$0 = y_C$$

$$-2 = \frac{0+x_C}{2} \quad / \cdot 2$$

$$-4 = x_C$$

תשובה: $C(-4,0)$.

ג. דרך הנקודה $A(0,8)$ העבירו משיק למעגל.

המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

$$m_{AM} = \frac{8-4}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2$$

לכן $m_{AD} \cdot 2 = -1$ ונקבל ש- $m_{AD} = -\frac{1}{2}$ (שיפוע הופכי לנגדי).

נמצא את משוואת המשיק AD, על פי נקודה $A(0,8)$ ושיפוע $m_{AD} = -\frac{1}{2}$.

$$y-8 = -\frac{1}{2}(x-0)$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x + 8}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = -\frac{1}{2}x + 8$.

ד. המשיק $y = -\frac{1}{2}x + 8$ חותך את ציר ה- x בנקודה D.

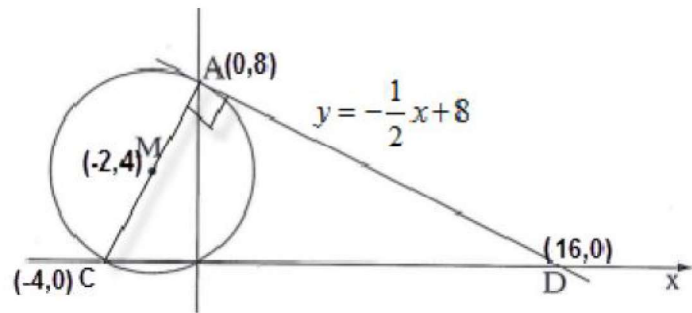
נציב $y = 0$ במשוואת המשיק.

$$0 = -\frac{1}{2}x + 8 \quad / \cdot 2$$

$$0 = -x + 16$$

$$x = 16 \rightarrow \boxed{D(16,0)}$$

. תשובה: $D(16,0)$



$$א. נתונה הפונקציה $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + 1$.$$

תחום ההגדרה: $x \geq 0$ (ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).
תשובה: $x \geq 0$.

ב. (1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A, שבה $x = 4$.

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot 2x + 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x) = -x + \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$f'(4) = -4 + \frac{1}{\sqrt{4}} = -3.5$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא -3.5 .

(2) נמצא את נקודת ההשקה: $y = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot \sqrt{4} + 1 = -3$ ונקודת ההשקה היא $A(4, -3)$.

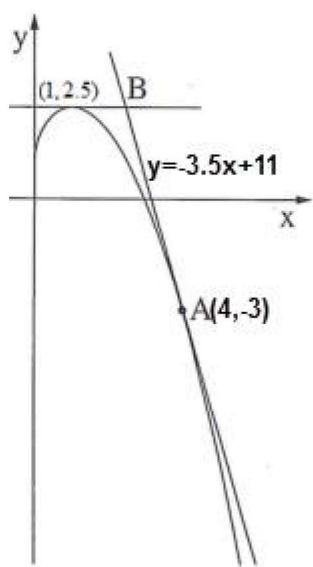
נמצא את משוואת המשיק בנקודה A, על פי נקודה $A(4, -3)$ ושיפוע $m = -3.5$.

$$y - (-3) = -3.5(x - 4)$$

$$y + 3 = -3.5x + 14$$

$$\boxed{y = -3.5x + 11}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = -3.5x + 11$.



ג. נמצא את שיעורי נקודת המקסימום.

$$0 = -x + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad ()^2$$

$$x^2 = \frac{1}{x}$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1 \rightarrow 0 = -1 + \frac{1}{\sqrt{1}} \rightarrow 0 = 0 \quad o.k.$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot \sqrt{1} + 1 = 2.5 \rightarrow (1, 2.5)$$

תשובה: שיעורי נקודת המקסימום הם $(1, 2.5)$.

ד. (1) משוואת המשיק בנקודת המקסימום היא פונקציה קבועה ולכן היא $y = 2.5$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y = 2.5$.

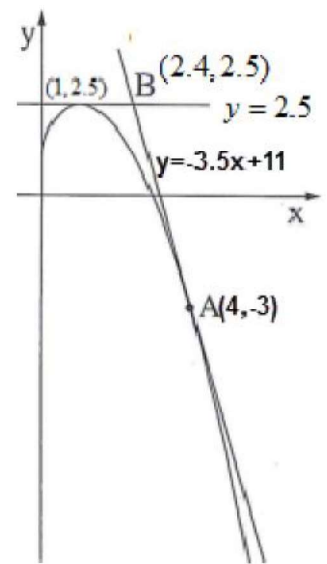
(2) נציב $y = 2.5$ במשוואת המשיק בנקודה A.

$$2.5 = -3.5x + 11$$

$$3.5x = 8.5$$

$$x = 2.4 \rightarrow \boxed{B(2.4, 2.5)}$$

תשובה: $B(2.4, 2.5)$.



א. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = 3x^2 - 6$.

הישר $y = 6x - 14$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה A, הנמצאת ברביע הרביעי.

(בשאלה המקורית, בבחינת הבגרות, הייתה טעות בזיהוי הרביעי.)

(1) שיפוע המשיק בנקודה A הוא 6, כמו שיפוע המשיק $y = 6x - 14$.

תשובה: שיפוע המשיק הוא 6.

(2) נמצא את שיעורי נקודת ההשקה.

תחילה נשווה את הנגזרת לשיפוע המשיק, ולאחר מכן נציב את ה- x במשוואת המשיק.

$$3x^2 - 6 = 6$$

$$3x^2 = 12$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \rightarrow y = 6 \cdot 2 - 14 = -2 \rightarrow \boxed{A(2, -2)}$$

$$\cancel{x = -2}$$

הנקודה $(2, -2)$ נמצאת ברביע הרביעי.

$x = -2$ אינו ברביע הרביעי.

תשובה: שיעורי נקודת ההשקה הם $A(2, -2)$.

ב. נמצא את $f(x)$.

$$f(x) = \int (3x^2 - 6) dx$$

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - 6x + c$$

$$f(x) = x^3 - 6x + c$$

נציב את שיעורי הנקודה $A(2, -2)$ ונמצא את c , קבוע האינטגרציה.

$$-2 = 2^3 - 6 \cdot 2 + c$$

$$-2 = -4 + c$$

$$\boxed{2 = c}$$

והפונקציה היא: $f(x) = x^3 - 6x + 2$.

תשובה: $f(x) = x^3 - 6x + 2$.

א. x הוא אורך הצלע של הריבועים.

שטח כל אחד מהריבועים הוא x^2 .

אורך המלבן המקווקו הוא $8-x$, ורוחבו $6-2x$.

שטח המלבן המקווקו הוא $(8-x)(6-2x) = 48 - 16x - 6x + 2x^2 = 2x^2 - 22x + 48$.

השטח המקווקו, כולו, הוא: $x^2 + x^2 + 2x^2 - 22x + 48 = 4x^2 - 22x + 48$.

תשובה: השטח המקווקו הוא $4x^2 - 22x + 48$.

ב. הפונקציה שיש להביא לאינ'אוסט היא שטח הדשא.

ולכן הפונקציה היא: $S = 4x^2 - 22x + 48$

נמצא נקודת קיצון:

$$S' = 8x - 22$$

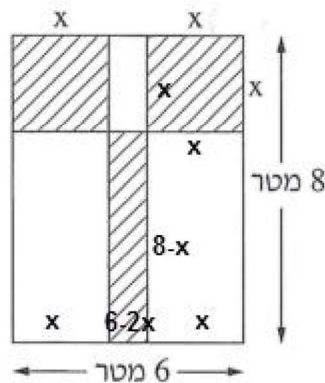
$$0 = 8x - 22$$

$$-8x = -22 \quad /:8$$

$$x = 2.75$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(2.7) = 8 \cdot 2.7 - 22 < 0, \quad S'(2.8) = 8 \cdot 2.8 - 22 > 0$$



0	2.7	2.75	2.8	3	x
	-	0	+		S'
	↘	Min	↗		מסקנה

תשובה: $x = 2.75$, עבורו שטח הדשא יהיה מינימלי.

ב. המחיר של שתילת 1 מ"ר דשא הוא 60 שקל.

השטח המינימלי, עבור $x = 2.75$, הוא 17.75 מ"ר, $S(2.75) = 4 \cdot 2.75^2 - 22 \cdot 2.75 + 48 = 17.75$.

המחיר המינימלי של שתילת דשא הוא: 1065 שקל $= 17.75 \cdot 60$.

תשובה: המחיר המינימלי של שתילת דשא הוא: 1065 שקל.