א. הסוחר קנה 75 פריטים בסך הכול: שולחנות וכיסאות.

נסמן ב- x את מספר השולחנות שקנה הסוחר, ולכן $75-x$ הוא מספר הכסאות שקנה הסוחר.

מחיר כל שולחן היה 300 שקלים, ולכן הסוחר שילם עבורם $300x$ שקלים.

מחיר כל כסא היה 100 שקלים, ולכן הסוחר שילם עבורם $100(75-x)$ שקלים.

בנוסף שילם הסוחר 600 שקלים עבור ההובלה.

סך הכול הסתכמה ההוצאה של הסוחר ב- $11,100$ שקלים.

והמשוואה המתאימה: $300x+100(75-x)+600=11100$.

$$300x+7500-100x+600=11100$$
$$200x+8100=11100$$
$$200x=3000 \quad /:200$$
$$x=15 \rightarrow \quad 75-x=60$$

תשובה: הסוחר קנה 15 שולחנות ו- 60 כסאות.

ב. הסוחר מכר את השולחנות במחיר הגדול ב- 20%, ממחיר הקנייה שלהם,

ולכן במחיר של 360 שקלים $=\frac{100+20}{100}\cdot 300=1.2\cdot 300$.

הסוחר מכר את הכיסאות במחיר הגדול ב- 35%, ממחיר הקנייה ושלהם,

ולכן במחיר של 135 שקלים $=\frac{100+35}{100}\cdot 100=1.35\cdot 100$.

סך הכול קיבל תמורת המכירה: $13,500$ שקלים $=360\cdot 15+135\cdot 60$

הרווח של הסוחר היה $2,400$ שקלים $=13500-11100$.

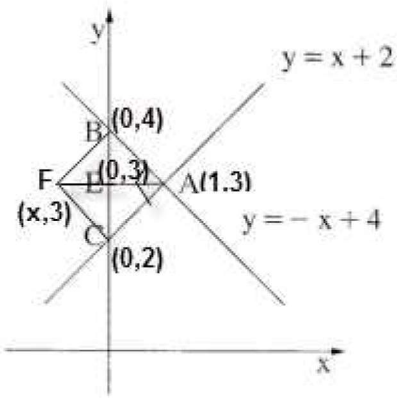
רווח זה מהווה $\frac{2400}{11100}\cdot 100=21.62\%$ **שקלים**

תשובה: אחוז הרווח של הסוחר לעומת ההוצאה שלו הוא 21.62%.

א. הישר $y=-x+4$ **הוא בעל שיפוע שלילי (**$m=-1$**) ויורד, וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $B(0,4)$ **.**

הישר $y=x+2$ **הוא בעל שיפוע חיובי (**$m=+1$**) ועולה, וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $C(0,2)$ **.**

הנקודה A **היא נקודת החיתוך בין שני הישרים.**



$$\begin{cases} y=-x+4 \\ y=x+2 \end{cases}$$

$$x+2=-x+4$$

$$2x=2$$

$$x=1 \quad \rightarrow y=1+2=3 \quad \rightarrow \boxed{A(1,3)}$$

תשובה: $A(1,3)$, $B(0,4)$ **,** $C(0,2)$ **.**

ב. (1) נראה שהמשולש ABC **שווה שוקיים.**

$$\left.\begin{aligned} d_{AB}&=\sqrt{(1-0)^2+(3-4)^2}=\sqrt{2} \\ d_{AC}&=\sqrt{(1-0)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2} \end{aligned}\right\} AB=AC$$

תשובה: הוכח.

(2) השיפוע של AC **הופכי לנגדי של** AB **ולכן המשולש** ABC **ישר זווית (**$m_{AC}\cdot m_{AB}=1\cdot(-1)=-1$**).**

תשובה: הוכח.

ג. AE **תיכון לבסיס** BC **במשולש שווה שוקיים.** $y_E=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3$ **,** $x_E=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{0+0}{2}=\frac{0}{2}=0$ **.**

מכאן ש- $y_E=y_A=3$ **ומשוואת התיכון** AE **היא** $y=3$ **.**

תשובה: משוואת התיכון AE **היא** $y=3$ **.**

ד. הנקודה $E(0,3)$ **תהייה מפגש אלכסוני הריבוע, כלומר אמצע בין הקדקוד** $A(1,3)$ **לקדקוד** $F(x,3)$ **.**

נשים לב שמעבר מ- $A(1,3)$ **ל-** $E(0,3)$ **, שיעור ה-** x **ירד ב-** 1 **,**

ולכן כך גם יהיה במעבר לקדקוד $F(x,3)$ **, ולכן** $F(-1,3)$.

אפשר גם:

$$0=\frac{x_F+1}{2} \quad /\cdot 2$$

$$0=x_F+1$$

$$x_F=-1$$

תשובה: $F(-1,3)$ **.**

א. נתונה משוואת המעגל $(x-8)^2+(y-4)^2=R^2$ **, שמרכזו** $\mathrm{M}(8,4)$ **ורדיוסו** R **.**

הנקודה $\mathrm{A}(3,-6)$ **נמצאת על המעגל.**

$$R=\sqrt{(8-3)^2+(4-(-6))^2}$$
$$R=\sqrt{125}$$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-8)^2+(y-4)^2=125$ **.**

ב. (1) הנקודה $\mathrm{O}(0,0)$ **היא אמצע הקטע** AB **.**

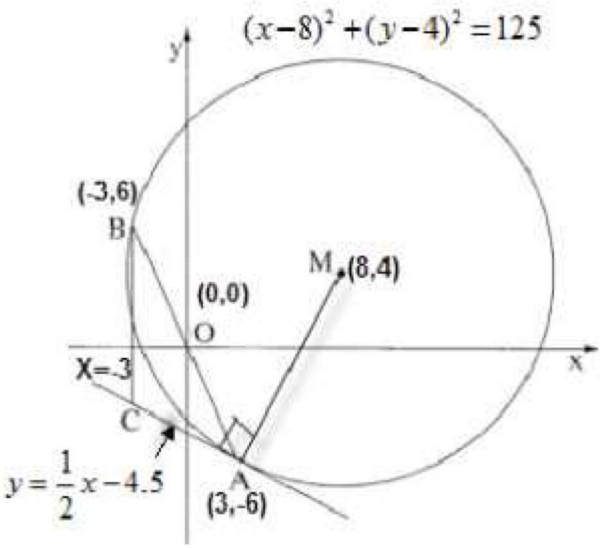
נשים לב שמעבר מ- $\mathrm{A}(3,-6)$ **ל-** $\mathrm{O}(0,0)$**, שיעור ה-** x **קטן ב-** 3**, ושיעור ה-** y **גדל ב-** 6**,**

ולכן כך גם יהיה במעבר לקדקוד B**, ולכן** $\mathrm{B}(-3,6)$ **.**

אפשר גם:

$$0=\frac{x_B+3}{2}\quad /\cdot 2 \qquad\qquad 0=\frac{y_B-6}{2}\quad /\cdot 2$$
$$0=x_B+3 \qquad\qquad 0=y_B-6$$
$$x_B=-3 \qquad\qquad y_B=6$$

תשובה: $\mathrm{B}(-3,6)$ **.**



(2) נציב את שיעורי הנקודה $\mathrm{B}(-3,6)$ **במשוואת המעגל.**

$$(-3-8)^2+(6-4)^2=125$$
$$125=125$$

ולכן $\mathrm{B}(-3,6)$ **נמצאת על המעגל.**

תשובה: הוכח.

ג. נמצא את משוואת המשיק בנקודה $\mathrm{A}(3,-6)$ **.**

שיפוע הרדיוס MA **הוא** 2 $m_{MA}=\frac{4-(-6)}{8-3}=\frac{10}{5}=2$ **.**

שיפוע המשיק הופכי לנגדי ולכן הוא $-\frac{1}{2}$ **, או** $m_{mashik}\cdot 2=-1 \quad \to m_{mashik}=-\frac{1}{2}$ **.**

$$y-(-6)=-\frac{1}{2}(x-3)$$
$$y+6=-\frac{1}{2}x+1.5$$
$$\boxed{y=-\frac{1}{2}x-4.5}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-\frac{1}{2}x-4.5$ **.**

ד. הנקודה C **נמצאת על המשיק** $y=-\frac{1}{2}x-4.5$.

שיעור ה- x **של הנקודה** C **הוא** -3**, כי** BC **מקביל לציר ה-** y **ולכן** $x_C=x_B=-3$ **.**

נציב $x=-3$ **במשוואת המשיק** $y=-\frac{1}{2}\cdot(-3)-4.5=-3$ **.**

תשובה: $C(-3,-3)$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}+1$ **.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\neq 0$ **.**

ב. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{6}-\frac{6}{x^2}}$$

$$0=\frac{1}{6}-\frac{6}{x^2}\quad /\cdot 6x^2$$

$$0=-x^2+36$$

$$36=x^2$$

$$x=6\quad\rightarrow y=\frac{6}{6}+\frac{6}{6}+1=3\quad\rightarrow\boxed{(6,3)}$$

$$x=-6\quad\rightarrow y=\frac{-6}{6}+\frac{6}{-6}+1=-1\quad\rightarrow\boxed{(-6,-1)}$$

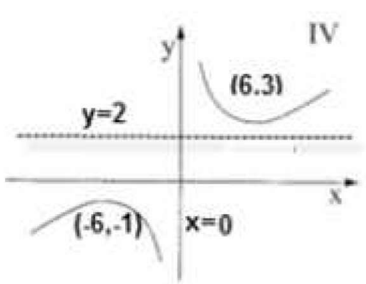
$$\left.\begin{array}{l}y'(5)=\frac{1}{6}-\frac{6}{5^2}<0\\ y'(7)=\frac{1}{6}-\frac{6}{7^2}>0\end{array}\right\}\boxed{(6,3)Min}\qquad \left.\begin{array}{l}y'(-7)=\frac{1}{6}-\frac{6}{(-7)^2}>0\\ y'(-5)=\frac{1}{6}-\frac{6}{(-5)^2}<0\end{array}\right\}\boxed{(-6,-1)Max}$$

תשובה: תשובה: $(6,3)$ **מינימום ,** $(-6,-1)$ **מקסימום.**

ג. נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה:

x	7	6	5	0	-5	-6	-7
y'	**+**	0	**-**		**-**	0	**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: עלייה: $x>6$ **או** $x<-6$ **, ירידה:** $0<x<6$ **או** $-6<x<0$ **.**



ד. גרף IV **מתאר את הפונקציה הנתונה.**

נימוקים: מינימום $(6,3)$ **ברביע הראשון,**

מקסימום בנקודה $(-6,-1)$ **ברביע השלישי.**

$x=0$ **אסימפטוטה אנכית, תחומי עלייה וירידה מתאימים.**

תשובה: גרף IV **מתאר את הפונקציה הנתונה.**

ה. הישר $y=2$ **אינו חותך את הפונקציה, כי לפונקציה אין נקודות בין** $-1<y<3$ **(ניתן לראות בציור).**

תשובה: הישר $y=2$ **אינו חותך את הפונקציה.**

א. נמצא את שיעורי הנקודות A ו- B, נקודות המקסימום והמינימום של $f(x)=x^3-6x^2+9x$.

$$f'(x)=3x^2-12x+9$$
$$3x^2-12x+9=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot3\cdot9}}{2\cdot3}$$
$$x_{1,2}=\frac{12\pm6}{6}$$
$$x_1=\frac{12+6}{6}=\frac{18}{6}=3 \quad \rightarrow y=3^3-6\cdot3^2+9\cdot3=0\rightarrow \boxed{B(3,0)}$$
$$x_2=\frac{12-6}{6}=\frac{6}{6}=1 \quad \rightarrow y=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1=4\rightarrow \boxed{A(1,4)}$$

תשובה: $A(1,4)$ מקסימום, $B(3,0)$, מינימום.

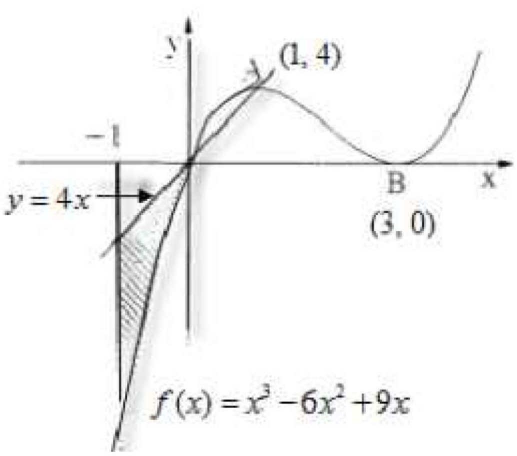
ב. (1) נראה כי משוואת הישר העובר ב- $A(1,4)$ ובראשית הצירים $(0,0)$ היא $y=4x$.

$A(1,4)$ **: נציב** $x=1$ **ונקבל** $y=4\cdot1=4$ **, ולכן** $A(1,4)$ **על הישר** $y=4x$ **.**

$(0,0)$ **: נציב** $x=0$ **ונקבל** $y=4\cdot0=0$ **, ולכן** $(0,0)$ **על הישר** $y=4x$ **.**

תשובה: הראינו כי $y=4x$ היא משוואת הישר.

(2) נחשב את השטח המקווקו.



<u>שלב מקדים – הפרש פונקציות</u>

$$4x-(x^3-6x^2+9x)=4x-x^3+6x^2-9x=-x^3+6x^2-5x$$

$$S=\int_{-1}^{0}(-x^3+6x^2-5x)\,dx$$
$$S=-\frac{x^4}{4}+\frac{6\cdot x^3}{3}-\frac{5\cdot x^2}{2}\Big]_{-1}^{0}$$
$$S=(-\frac{0^4}{4}+\frac{6\cdot0^3}{3}-\frac{5\cdot0^2}{2})-(-\frac{(-1)^4}{4}+\frac{6\cdot(-1)^3}{3}-\frac{5\cdot(-1)^2}{2})$$
$$S=0-(-4.75)$$
$$\boxed{S=4.75}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 4.75 יח"ר .

א. נמצא את שיעורי הנקודות B **ו-** C**, נקודות חיתוך עם הצירים של** $f(x)=-x^2+2x+3$ **.**

ציר ה- y , $x=0$ **:** $\boxed{B(0,3)} \leftarrow f(0)=-0^2+2\cdot 0+3=3$ **.**

ציר ה- x , $y=0$ **:**

$$-x^2+2x+3=0$$

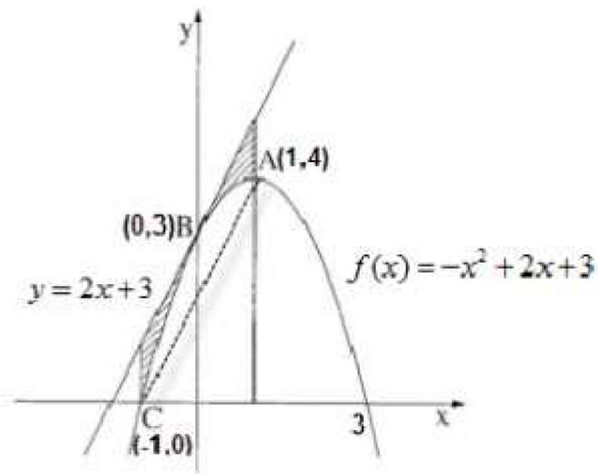
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot(-1)\cdot 3}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 4}{-2}$$

$$x_1=\frac{-2+4}{-2}=\frac{2}{-2}=-1 \quad \rightarrow \boxed{C(-1,0)}$$

$$x_2=\frac{-2-4}{-2}=\frac{-6}{-2}=3$$

תשובה: $B(0,3)$ **,** $C(-1,0)$**.**



ב. (1) נמצא את משוואת המשיק העובר ב-$B(0,3)$ **.**

$f'(x)=-2x+2$ **.**

$m=-2\cdot 0+2=2$**.**

$$y-3=2(x-0)$$

$$y=2x+3$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=2x+3$ **.**

(2) נמצא את שיפוע AC **.**

$m_{AC}=\frac{4-0}{1-(-1)}=\frac{4}{2}=2$ **.**

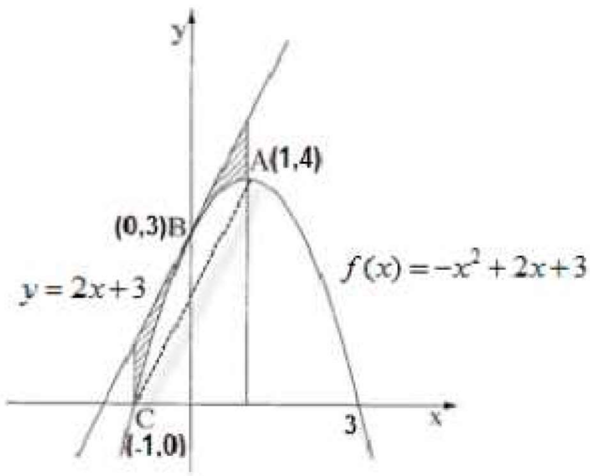
כיוון שהשיפוע של AC **שווה לשיפוע המשיק, הרי שהם מקבילים זה לזה.**

תשובה: הוכח.

ג. נחשב את השטח המקווקו, כאשר המשיק $y=2x+3$ נמצא מעל לפונקציה $f(x)=-x^2+2x+3$ בכל השטח .

<u>שלב מקדים – הפרש פונקציות</u>

$$2x+3-(-x^2+2x+3)=2x+3+x^2-2x-3=x^2$$



$$S=\int_{-1}^{1}(x^2)\,dx$$

$$S=\frac{x^3}{3}\Big]_{-1}^{1}$$

$$S=\left(\frac{1^3}{3}\right)-\left(\frac{(-1)^3}{3}\right)$$

$$S=\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\boxed{S=\frac{2}{3}}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $\frac{2}{3}$ יח"ר .

6

א. $AB = DC = 10$ **ס"מ , לכן** $EB = DG = 10 - x$ **ס"מ .**

$AD = BC = 6$ **ס"מ , לכן** $HD = BF = 6 - x$ **ס"מ .**

נחשב את סכום ארבעת השטחים:

$$S = \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(10-x)(6-x)}{2} + \frac{x \cdot x}{2} + \frac{(10-x)(6-x)}{2}$$

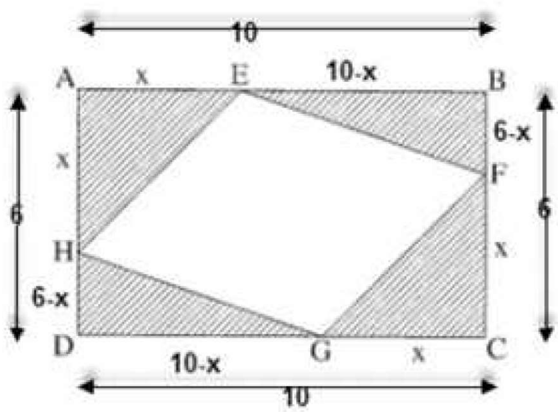
$$S = \frac{x \cdot x + (10-x)(6-x) + x \cdot x + (10-x)(6-x)}{2}$$

$$S = \frac{x^2 + 60 - 10x - 6x + x^2 + x^2 + 60 - 10x - 6x + x^2}{2}$$

$$S = \frac{4x^2 - 32x + 120}{2}$$

$$\boxed{S = 2x^2 - 16x + 60}$$

תשובה: השטח המקווקו הוא $2x^2 - 16x + 60$ **.**



ב. הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא השטח המקווקו.

ולכן הפונקציה היא: $\boxed{S = 2x^2 - 16x + 60}$

נמצא נקודת קיצון:

$$\boxed{s' = 4x - 16}$$

$$0 = 4x - 16$$

$$-4x = -16 \quad / : (-4)$$

$$\boxed{x = 4}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$S'(3) = 4 \cdot 3 - 16 < 0, \quad S'(5) = 4 \cdot 5 - 16 > 0$$

x	10	5	4	3	0
S'		+	0	-	
מסקנה		↗	**Min**	↘	

תשובה: $x = 4$ **, עבורו השטח המקווקו יהיה מינימלי.**

ג. שטח המלבן ABCD **הוא** 60 **סמ"ר** $= 10 \cdot 6$**.**

עבור $x = 4$ **, גודל השטח המקווקו הוא** 28 **מ"ר** $= S(4) = 2 \cdot 4^2 - 16 \cdot 4 + 60$ **.**

השטח של המרובע EFGH **הוא** 32 **מ"ר** $= 60 - 28$**.**

תשובה: השטח של המרובע EFGH **הוא** 32 **מ"ר (כאשר השטח המקווקו הוא מינימלי).**