א. דני רצה לקנות 20 **עפרונות ועטים סך הכול.**

נסמן ב- x **את מספר העפרונות שדני רצה לקנות,**

ולכן $20-x$ **הוא מספר העטים שדני רצה לקנות.**

מחיר כל עיפרון הוא 10 **שקלים,**

ולכן מחירם הכולל של העפרונות הוא $10x$ **שקלים.**

מחיר כל עט גבוה ב- 20% **ממחיר העיפרון,**

ולכן הוא 12 **שקלים** $=\frac{100+20}{100}\cdot 10=1.2\cdot 10$.

בהתאם, מחירם הכולל של העטים הוא $12(20-x)$ **שקלים.**

המחיר הכולל של העפרונות והעטים הוא 214 **שקלים.**

המשוואה המתאימה: $10x+12(20-x)=214$.

$$10x+240-12x=214$$
$$-2x=-26 \quad /:(-2)$$
$$x=13 \rightarrow \quad 20-13=7$$

תשובה: דני רצה לקנות 13 **עפרונות ו-** 7 **עטים.**

ב. כאשר דני עמד לשלם, התברר שיש לו רק 200 **שקלים, כלומר חסרים לו** 14 **שקלים** $=214-200$.

הנחה של 9% **ממחיר עיפרון, שווה** 0.9 **שקלים** $=\frac{9}{100}\cdot 10=0.09\cdot 10$,

ובסך הכול עבור 13 **העפרונות, שדני רצה לקנות, ההנחה הכוללת היא** 11.7 **שקלים** $=0.9\cdot 13$.

כיוון שלדני חסרים 14 **שקלים, הוא לא יוכל לקנות את מה שרצה.**

תשובה: דני לא יוכל לקנות את על העפרונות והעטים שרצה.

א. הישר $y=x-1$ **(** $m=1$ **) הוא גובה לבסיס** BC **, ולכן** $m_{BC}=-1$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת הצלע BC **, על פי:** $m_{BC}=-1$ **,** $B(2,3)$ **.**

$$y-3=-1(x-2)$$
$$y-3=-x+2$$
$$\boxed{y=-x+5}$$

תשובה: משוואת הצלע BC **היא** $y=-x+5$ **.**

ב. (1) הנקודה E **היא נקודת החיתוך בין הגובה לבסיס.**

$$\begin{cases} y=x-1 \\ y=-x+5 \end{cases}$$
$$x-1=-x+5$$
$$2x=6 \quad /:2$$
$$x=3 \quad \to y=3-1=2 \quad \to \boxed{E(3,2)}$$

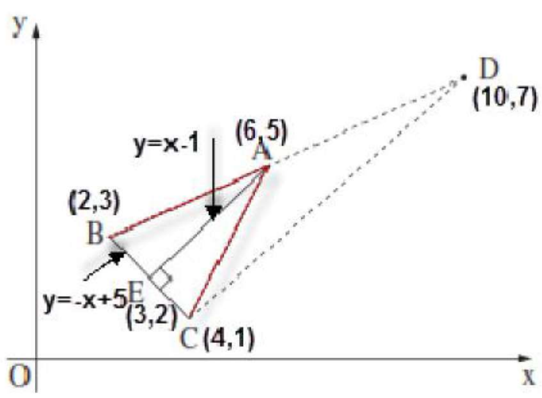
תשובה: $E(3,2)$ **.**

(2) AE **גובה לבסיס** BC **במשולש שווה שוקיים** ABC **ולכן הוא גם תיכון, כלומר** E **נקודת אמצע של** BC **.**

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$3=\frac{2+x_C}{2} \quad /\cdot 2 \qquad 2=\frac{3+y_C}{2} \quad /\cdot 2$$
$$6=2+x_C \qquad 4=3+x_C$$
$$x_C=4 \qquad y_C=1$$

תשובה: $C(4,1)$ **.**



ג. (1) נראה כי DC **מאונך ל-** BC **.**

$$m_{DC}=\frac{7-1}{10-4}=\frac{6}{6}=1 \text{ .}$$

$m_{DC}\cdot m_{BC}=1\cdot(-1)=-1$ **ולכן הישרים מאונכים זה לזה.**

תשובה: הוכח.

(2) נחשב את שטח הטרפז AECD **.**

בסיסי הטרפז הן הצלעות המקבילות, בעלות השיפועים השווים, DC **ו-** AE **.**

גובה הטרפז הוא הצלע EC **, המאונכת לבסיסי הטרפז.**

$$d_{DC} = \sqrt{(10-4)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{72} \approx 8.485$$

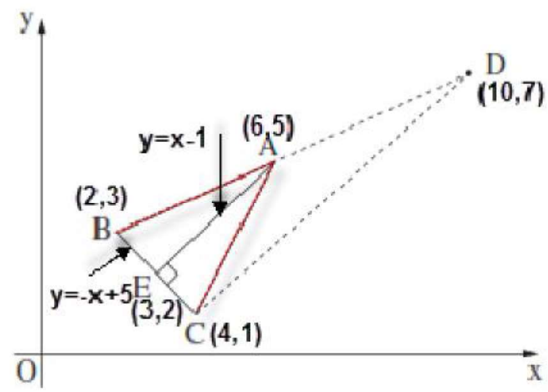
$$d_{AE} = \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{18} \approx 4.243$$

$$d_{EC} = \sqrt{(3-4)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2} \approx 1.414$$

$$S_{AECD} = \frac{(DC + AE) \cdot EC}{2} = \frac{(\sqrt{72} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}}{2} = 9$$

או: $S_{AECD} = \frac{(8.485 + 4.243) \cdot 1.414}{2} = 9$

תשובה: שטח הטרפז הוא 9 **יח"ר.**



א. (1) נחשב את האורך של רדיוס המעגל.

$$\mathrm{AO} = R = \sqrt{(9-6)^2 + (11-7)^2} = \sqrt{25}$$

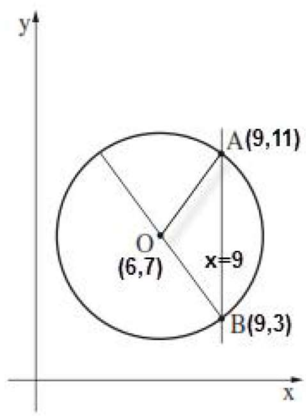
$$\boxed{R = 5}$$

תשובה: אורך רדיוס המעגל הוא 5.

(2) תשובה: משוואת המעגל היא $(x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$.

ב. הישר $x = 9$ **חותך את המעגל בנקודה נוספת,** B.

נציב $x = 9$ **במשוואת המעגל.**



$$(9-6)^2 + (y-7)^2 = 25$$
$$9 + (y-7)(y-7) = 25$$
$$9 + y^2 - 7y - 7y + 49 = 25$$
$$y^2 - 14y + 33 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 33}}{2 \cdot 1}$$
$$y_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{14 \pm 8}{2}$$
$$y_1 = \frac{14+8}{2} = \frac{22}{2} = 11 = y_{\mathrm{A}}$$
$$y_2 = \frac{14-8}{2} = \frac{6}{2} = 3 = y_{\mathrm{B}} \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{B}(9,3)}$$

תשובה: $\mathrm{B}(9,3)$.

ב. נמצא את משוואת הקוטר.

$$m_{\mathrm{BO}} = \frac{7-3}{6-9} = \frac{4}{-3} = -1\frac{1}{3}$$

$\mathrm{O}(6,7)$ **,** $m_{\mathrm{BO}} = -1\frac{1}{3}$.

$$y - 7 = -1\frac{1}{3}(x-6)$$
$$y - 7 = -1\frac{1}{3}x + 8$$
$$\boxed{y = -1\frac{1}{3}x + 15}$$

תשובה: משוואת הקוטר היא $y = -1\frac{1}{3}x + 15$.

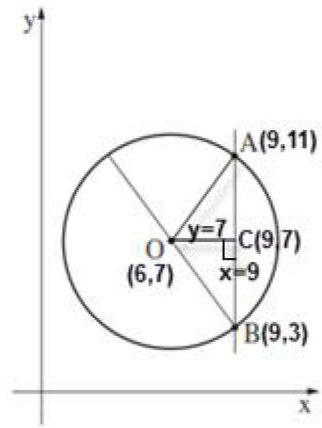
ד. נחשב את שטח המשולש AOB **.**

הישר $x=9$ **מקביל לציר ה-** y **, ולכן הגובה לצלע** AB **מקביל לציר ה-** x **.**

מכאן שמשוואת הגובה היא $y=7$ **, והוא חותך את הצלע** AB **בנקודה** $C(9,7)$ **.**

$$d_{AB}=y_A-y_B=11-3=8$$
$$d_{OC}=x_C-x_O=9-6=3$$
$$S_{\Delta AOB}=\frac{AB\cdot OC}{2}=\frac{8\cdot 3}{2}=12$$

תשובה: שטח המשולש AOB **הוא** 12 **יח"ר.**



א. נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{x}+3$.

תחום ההגדרה הוא $x\ge 0$ **כי הביטוי שבתוך השורש אינו יכול להיות שלילי.**

תשובה: תחום הגדרה הוא $x\ge 0$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$.

$$f(0)=2\sqrt{0}+3=3 \quad \rightarrow (0,3)$$

תשובה: נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **היא** $(0,3)$.

ג. נגזור ונראה שאין לפונקציה נקודות קיצון פנימיות.

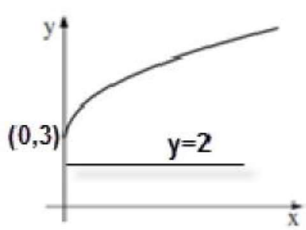
נשים לב, שעל פי גרף הפונקציה הנתון, הנקודה $(0,3)$ **היא נקודת קצה (מינימום).**

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}=0 \quad /\cdot\sqrt{x}$$

$$1=0$$



מכאן שהנגזרת אינה מתאפסת, ואין נקודת קיצון פנימית.

תשובה: הוכח.

ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה, בנקודה ששיעור ה- x **שלה הוא** 1.

שיעורי נקודת ההשקה הם: $f(1)=2\sqrt{1}+3=5 \quad \rightarrow (1,5)$.

שיפוע המשיק הוא: $m=f'(1)=\frac{1}{\sqrt{1}}=1$.

$$y-5=1(x-1)$$

$$y-5=x-1$$

$$\boxed{y=x+4}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=x+4$.

ה. כפי שהוסבר, על פי גרף הפונקציה הנתון, הנקודה $(0,3)$ **היא נקודת קצה (מינימום).**

כיוון שלפונקציה אין נקודות קיצון פנימיות, הרי שעל פי הגרף הנתון הפונקציה עולה לכל $x>0$.

ניתן גם להציב, לדוגמה $x=1$**, ולראות שערך הנגזרת הוא** 1**, כלומר חיובי,**

ומכאן שהפונקציה עולה לכל $x>0$.

לכן, הערך המינימלי של הפונקציה הוא 3**, המתקבל בנקודת הקצה,**

והישר $y=2$ **אינו חותך את גרף הפונקציה (ראו סימון הישר בסקיצה).**

תשובה: הישר $y=2$ **אינו חותך את גרף הפונקציה.**

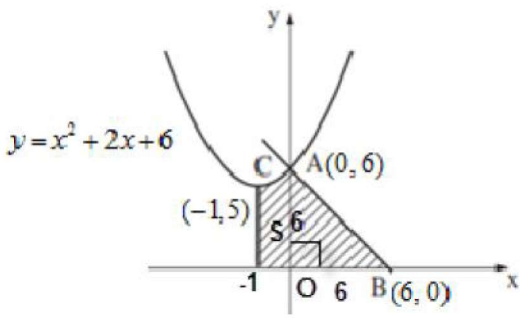
א. הפרבולה $y=x^2+2x+6$ **חותכת את ציר ה-** y **בנקודה** A.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$.

$$f(0)=0^2+2\cdot 0+6 \quad \to A(0,6)$$

תשובה: $A(0,6)$.

ב. דרך הנקודה $A(0,6)$ **העבירו ישר ששיפועו** -1 .



(1) $m_{AB}=-1$ **,** $A(0,6)$.

$$y-6=-1(x-0)$$
$$y-6=-x$$
$$\boxed{y=-x+6}$$

תשובה: משוואת הישר היא $y=-x+6$.

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=-x+6$$
$$x=6 \quad \to \boxed{B(6,0)}$$

תשובה: $B(6,0)$.

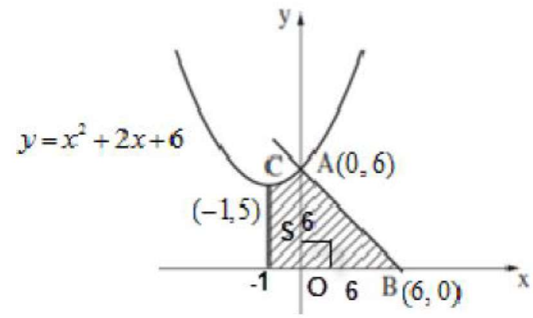
ג. נמצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה, הנקודה C.

$$f'(x)=2x+2$$
$$0=2x+2$$
$$-2x=2 \quad /:(-2)$$
$$x=-1 \quad \to f(-1)=(-1)^2+2\cdot(-1)+6=5 \quad \to \boxed{C(-1,5)}$$

על פי הגרף הנתון, זו נקודת המינימום.

תשובה: $C(-1,5)$.

ד. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים .



מימין שטח ΔAOB .

$$d_{AO} = y_A - y_O = 6 - 0 = 6$$
$$d_{OB} = x_B - x_O = 6 - 0 = 6$$
$$S_{\Delta AOB} = \frac{BO \cdot AO}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$$

משמאל על ידי חישוב אינטגרל.

$$S = \int_{-1}^{0} (x^2 + 2x + 6 - 0)\, dx$$
$$S = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 6x \Big]_{-1}^{0}$$
$$S = (\frac{0^3}{3} + \frac{2 \cdot 0^2}{2} + 6 \cdot 0) - (\frac{(-1)^3}{3} + \frac{2 \cdot (-1)^2}{2} + 6 \cdot (-1))$$
$$S = 0 - (-5\frac{1}{3})$$
$$\boxed{S = 5\frac{1}{3}}$$

וגודל השטח כולו $23\frac{1}{3}$ **יח"ר** $= 18 + 5\frac{1}{3}$.

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $23\frac{1}{3}$ **יח"ר .**

6

א. נסמן ב- x את אורך הצלע של הריבוע התחתון.

גובה הצורה הוא 5 ס"מ.

לכן, אורך הצלע של הריבוע העליון הוא $(5-x)$ ס"מ.

תשובה: אורך הצלע של הריבוע העליון הוא $(5-x)$ ס"מ.

ב. הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא שטח הצורה.

שטח הריבוע התחתון הוא x^2 סמ"ר.

שטח הריבוע העליון הוא $(5-x)^2$ סמ"ר.

סכום שני השטחים הוא:

$$x^2+(5-x)^2=x^2+(5-x)(5-x)=$$
$$=x^2+25-5x-5x+x^2=2x^2-10x+25$$

והפונקציה שיש למצוא לה מינימום היא: $y=2x^2-10x+25$.

$$y'=4x-10$$
$$0=4x-10$$
$$-4x=-10 \quad /:(-4)$$
$$x=2.5$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון

$$y'(2)=4\cdot 2-10<0, \quad y'(3)=4\cdot 3-10>0$$

x	5	3	2.5	2	0
y'		+	0	-	
מסקנה		↗	Min	↘	

תשובה: $x=2.5$, עבורו שטח הצורה יהיה מינימלי.

ג. נציב $x=2.5$ בפונקציית השטח.

$$y=2\cdot 2.5^2-10\cdot 2.5+25=12.5 \ .$$

תשובה: השטח המינימלי של הצורה הוא 12.5 סמ"ר.