א. נסמן: x (שקלים) מחיר אופניים רגילים,

לכן $x+300$ (שקלים) מחיר אופני שטח, היקרים ב- 300 שקלים.

כיוון שההתייקרות של אופני השטח שווה להנחה של האופניים הרגילים, נחשב כ"א מהם.

$\frac{12}{100}\cdot(x+300)=0.12(x+300)$ **(שקלים) התוספת למחירם של אופני השטח, שהתייקרו ב- 12%.**

$\frac{18}{100}\cdot x=0.18x$ **(שקלים) הסכום שהופחת ממחירי האופניים הרגילים, שהוזלו ב- 18%.**

$$0.12(x+300)=0.18x$$
$$0.12x+36=0.18x \quad /-0.12x$$
$$36=0.06x \quad /:0.06$$
$$\boxed{x=600}$$

תשובה: מחיר האופניים הרגילים לפני ההוזלה היה 600 שקלים.

ב. מחיר אופני השטח לפני ההתייקרות, היה 900 שקלים $=600+300$.

האופניים הרגילים הוזלו ב- 108 שקלים $=0.18\cdot600$ ומחירם, לאחר ההוזלה, הוא 492 שקלים $=600-108$.

אופני השטח התייקרו ב- 108 שקלים, ומחירם, לאחר ההתייקרות, הוא 1008 שקלים $=900+108$.

ההפרש הוא 516 שקלים $=1008-492$.

או: ההפרש המקורי היה 300 שקלים, והוא גדל ב- 216 שקלים $=2\cdot108$, והגיע ל- 516 שקלים.

תשובה: לאחר שינויי המחירים, אופני השטח יקרים מהאופניים הרגילים ב- 516 שקלים.

א. (1) הקדקוד B **נמצא על ציר ה-** x**. לכן** $y_B = 0$ **.**

נציב $y = 0$ **במשוואת הצלע** AB **:** $y = -\frac{3}{4}x + 3$ **.**

$$0 = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$\frac{3}{4}x = 3 \quad / : (\frac{3}{4})$$

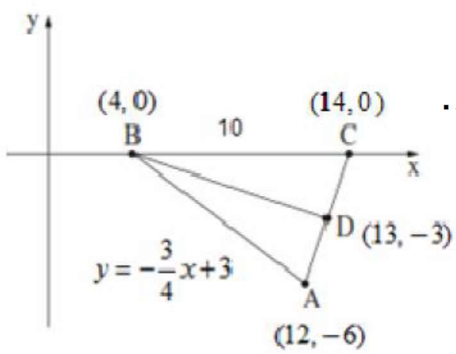
$$x = 4 \quad \to \boxed{B(4, 0)}$$

תשובה: $B(4, 0)$ **.**

(2) הצלע BC **מונחת על ציר ה-** x **, מימין ל-** $B(4, 0)$ **ואורכה** 10.

$$x_C = x_B + 10 = 4 + 10 = 14 \quad \to \boxed{C(14, 0)}$$

תשובה: $C(14, 0)$**.**



ב. BD **הוא תיכון לצלע** AC **ב-** ΔABC**, לכן** D **אמצע הצלע** AC **.**

$$\left.\begin{aligned} x_D &= \frac{14+12}{2} = \frac{26}{2} = 13 \\ y_D &= \frac{0+(-6)}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{aligned}\right\} D(13, -3)$$

נמצא את שיפוע התיכון BD **:** $m_{BD} = \frac{-3-0}{13-4} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$ **.**

נמצא את משוואת התיכון.

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 4)$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}}$$

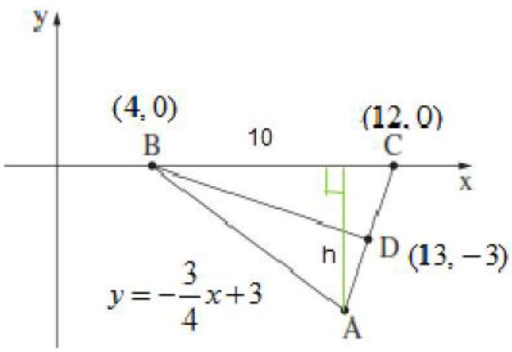
תשובה: משוואת התיכון BD **היא** $y = -\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}$ **.**

ג. נמצא את שיפוע הצלע AC **:** $m_{AC} = \frac{0-(-6)}{14-12} = \frac{6}{2} = 3$ **.**

$$m_{AC} \cdot m_{BD} = 3 \cdot (-\frac{1}{3}) = -1 \quad \to BD \perp AC$$

תשובה: מכפלת השיפועים (-1) **ולכן** BD **מאונך ל-** AC **.**

ד. נמצא את שטח ΔABC **.**



נוריד גובה מ- A **ל-** BC **.**

$$h=0-(-6)=6$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{10\cdot 6}{2}=30$$

תשובה: שטח ΔABC **הוא** 30 **יח"ר.**

ה. התיכון (BD **) מחלק את המשולש (** ΔABC **) לשני משולשים שווי שטח.**

לכן שטח ΔABC **גדול פי** 2 **משטח** ΔBCD .

תשובה: פי 2 **.**

א. (1) מרכז המעגל $M(4,5)$. **כיוון ש-** MD **מאונך לציר ה-** x**, הרי ש-** $D(4,0)$ **ו:** $MD=5-0=5$.

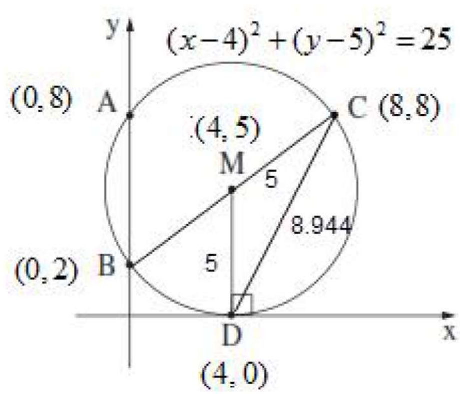
תשובה: $MD=5$.

(2) רדיוס המעגל שווה ל- MD **והוא** 5.

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-4)^2+(y-5)^2=25$.

ב. המעגל $(x-4)^2+(y-5)^2=25$ **חותך את ציר ה-** y **בנקודות** A **ו-** B .

נציב $x=0$ **במשוואת המעגל.**



$$(0-4)^2+(y-5)^2=25$$
$$16+(y-5)^2=25$$
$$(y-5)^2=9$$
$$y-5=3 \quad \to y=8 \quad \to \boxed{A(0,8)}$$
$$y-5=-3 \quad \to y=2 \quad \to \boxed{B(0,2)}$$

תשובה: $A(0,8)$ **,** $B(0,2)$.

ג. BC **הוא קוטר במעגל, ולכן הנקודה** $M(4,5)$ **היא אמצע הקטע** BC.

נשים לב שמעבר מ- $B(0,2)$ **ל-** $M(4,5)$**, שיעור ה-** x **גדל ב-** 4**, ושיעור ה-** y **גדל ב-** 3,

ולכן כך גם יהיה במעבר מ- $M(4,5)$ **לנקודה** C**, ו-** $C(8,8)$.

אפשר גם:

$$4=\frac{x_C+0}{2} \quad /\cdot 2$$
$$8=x_C$$

$$5=\frac{y_C+2}{2} \quad /\cdot 2$$
$$10=y_C+2$$
$$y_C=8$$

תשובה: $C(8,8)$.

ד. נמצא את היקף ΔCMD.

$$CM=DM=R=5$$

$$d_{CD}=\sqrt{(8-4)^2+(8-0)^2}=\sqrt{80}=8.944 .$$

ההיקף הוא: $5+5+8.944=18.944$.

תשובה: היקף ΔCMD **הוא** 18.944 **יחידות.**

4

א. נתונה הפונקציה $y = x - 4 + \frac{16}{x}$.

תחום ההגדרה הוא $x \neq 0$ **כי** $x = 0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x \neq 0$.

ב. נמצא את נקודות קיצון ואת סוגן.

$$\boxed{y = x - 4 + \frac{16}{x}}$$

$$\boxed{y' = 1 - \frac{16}{x^2}}$$

$$0 = 1 - \frac{16}{x^2} \quad \to 0 = x^2 - 16$$

$$x^2 = 16 \quad \to x = \pm 4$$

$$y(4) = 4 - 4 + \frac{16}{4} = 4 \quad \to (4, 4), \quad y(-4) = -4 - 4 + \frac{16}{-4} = -12 \quad \to (-4, -12)$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

$$y'(-5) = 1 - \frac{16}{(-5)^2} = 0.36 > 0, \quad y'(-3) = 1 - \frac{16}{(-3)^2} = -0.78 < 0$$

$$y'(3) = 1 - \frac{16}{3^2} = -0.78 < 0, \quad y'(5) = 1 - \frac{16}{5^2} = 0.36 > 0$$

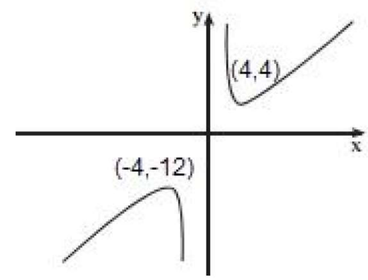
x	5	4	3	0	-3	-4	-5
y'	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: $(-4, -12)$ **מקסימום ,** $(4, 4)$ **מינימום.**

ג. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה בסעיף הקודם.

תשובה: עלייה: $x > 4$ **או** $x < -4$ **, ירידה:** $0 < x < 4$ **או** $-4 < x < 0$.

ד. סקיצה של גרף הפונקציה:



ה. על פי הסקיצה בסעיף ד, אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

<u>פתרון חלופי</u>

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$.

$$0=x-4+\frac{16}{x} \quad / \cdot x$$

$$0=x^2-4x+16$$

$$x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{-48}}{2}$$

אין פתרון ואין נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

תשובה: לגרף הפונקציה אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3$ **.**

(1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A **, שבה** $x=-1$ **.**

$$f'(x)=2x$$

$$m(-1)=f'(-1)=2\cdot(-1)=-2$$

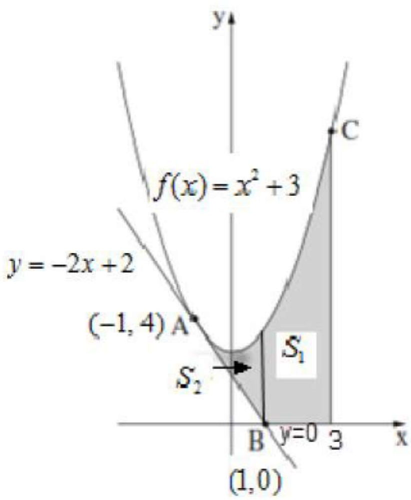
תשובה: שיפוע המשיק הוא -2 **.**

(2) נמצא את משוואת המשיק בנקודה A **.**

$f(-1)=(-1)^2+3=4$ **ונקודת ההשקה היא** $\text{A}(-1,4)$ **.**

$$y-4=-2(x-(-1))$$
$$y-4=-2(x+1)$$
$$y-4=-2x-2$$
$$\boxed{y=-2x+2}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-2x+2$ **.**



ב. בנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=-2x+2$$
$$2x=2$$
$$x=1 \rightarrow \boxed{\text{B}(1,0)}$$

תשובה: $\text{B}(1,0)$ **.**

ג. $y_\text{C}=12$ **, כאשר** C **על גרף הפונקציה** $f(x)=x^2+3$ **ברביע הראשון (** $x_\text{C}>0$ **).**

$$12=x^2+3$$
$$9=x^2$$
$$x=3\rightarrow \boxed{x_\text{C}=3} \quad \leftarrow x_\text{C}>0$$

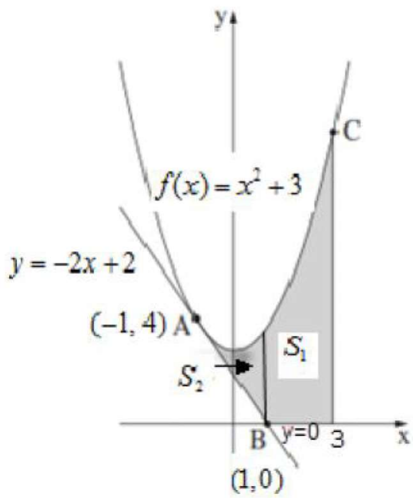
תשובה: $x_\text{C}=3$ **.**

ד. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

<u>שטח ימני</u> - S_1

הפרש פונקציות:

$x^2+3-0=x^2+3$



$$S_1=\int_1^3 (x^2+3)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}+3x\Big]_1^3$$

$$S_1=(\frac{3^3}{3}+3\cdot3)-(\frac{1^3}{3}+3\cdot1)$$

$$S_1=18-(3\frac{1}{3})$$

$$\boxed{S_1=14\frac{2}{3}}$$

<u>שטח שמאלי</u> - S_2

הפרש פונקציות:

$x^2+3-(-2x+2)=$

$=x^2+3+2x-2=x^2+2x+1$

$$S_2=\int_{-1}^1 (x^2+2x+1)\,dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+x\Big]_{-1}^1$$

$$S_2=(\frac{1^3}{3}+1^2+1)-(\frac{(-1)^3}{3}+(-1)^2+(-1))$$

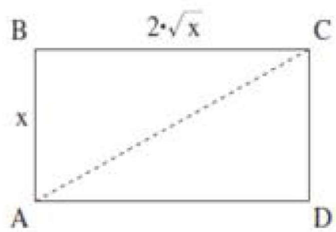
$$S_2=2\frac{1}{3}-(-\frac{1}{3})$$

$$\boxed{S_2=2\frac{2}{3}}$$

וסך כל גודל השטח האפור הוא $14\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}=17\frac{1}{3}$.

תשובה: גודל השטח האפור הוא $17\frac{1}{3}$ **יח"ר .**

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא ההפרש בין BC **ל-** AB .



$$\boxed{y = 2\sqrt{x} - x}$$

$$y' = \frac{2}{2\sqrt{x}} - 1$$

$$\boxed{y' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1}$$

$$0 = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \quad / \cdot\sqrt{x}$$

$$0 = 1 - \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} - 1$$

$$\boxed{x = 1}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $x > 0$ **).**

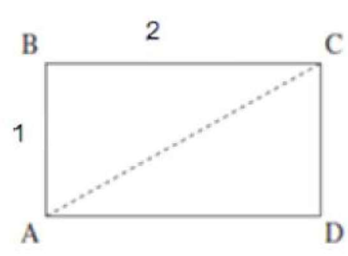
$$y'(0.5) = \frac{1}{\sqrt{0.5}} - 1 > 0, \quad y'(2) = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 < 0$$

x	2	1	0.5	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	Max	↗	

תשובה: $x = 1$ **, עבורו ההפרש בין** BC **ל-** AB **יהיה מקסימלי.**

ב. עבור $x = 1$ **, נקבל ש-** $\mathrm{BC} = 2\sqrt{1} = 2$.

משפט פיתגורס ב- $\Delta\mathrm{ABC}$.



$$(\mathrm{AC})^2 = (\mathrm{AB})^2 + (\mathrm{BC})^2$$

$$(\mathrm{AC})^2 = 1^2 + 2^2$$

$$(\mathrm{AC})^2 = 5$$

$$\boxed{\mathrm{AC} = \sqrt{5}}$$

תשובה: אורך האלכסון $\sqrt{5}$.