א. נסמן: x מספר קופסאות גלידה שהזמין בעל המכולת ביולי,

$2x$ - מספר קופסאות גלידה שהזמין בעל המכולת באוגוסט.

	מחיר לקופסת גלידה (שקלים)	מספר קופסאות גלידה	סך הכול (שקלים)
יולי	24	x	$24x$
אוגוסט	27	$2x$	$27\cdot 2x=54x$

בעל המכולת שילם סך הכול $6{,}162$ שקלים.

$$24x+54x=6162$$
$$78x=6162 \quad /:78$$
$$\boxed{x=79}$$

תשובה: בעל המכולת הזמין 79 קופסאות בחודש יולי.

ב. מחיר קופסת גלידה התייקר ב- 3 שקלים $=27-24$.

ההתייקרות באחוזים היא $\frac{3}{24}\cdot 100\%=12.5\%$.

תשובה: המחיר של קופסת גלידה עלה באוגוסט, לעומת מחירה ביולי, ב- 12.5%.

ג. (1) באוגוסט הזמין בעל המכולת 158 קופסאות גלידה $=2\cdot 79=2x$.

בסך הכול שילם, בחודש אוגוסט, 4266 שקלים $=27\cdot 158$.

תשובה: בעל במכולת שילם $4{,}266$ שקלים בסך הכול, בחודש אוגוסט, עבור קופסאות הגלידה שהזמין.

(2) ביולי שילם בעל המכולת $1{,}896$ שקלים $=24\cdot 79$.

התשלום באוגוסט גדול פי $\frac{4266}{1896}=2.25$.

תשובה: התשלום הכולל ששילם בעל המכולת באוגוסט גדול פי 2.25 מזה ששילם ביולי,

בעבור קופסאות הגלידה שהזמין.

א. הקדקוד B **נמצא על ציר ה-** x. **לכן** $y_B = 0$.

נציב $y=0$ **במשוואת הצלע** AB : $y=\frac{1}{2}x-4$.

$$0=\frac{1}{2}x-4$$
$$4=\frac{1}{2}x \quad /:(\frac{1}{2})$$
$$x=8 \quad \rightarrow \boxed{B(8,0)}$$

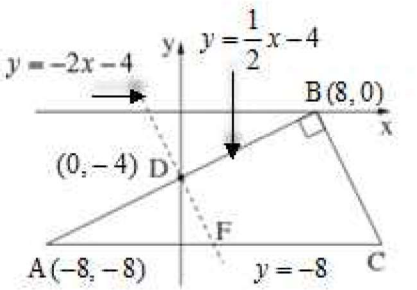
הנקודה D **נמצא על ציר ה-** y**, לכן** $x_D=0$.

$y_D=\frac{1}{2}\cdot 0-4=-4$.

תשובה: $B(8,0)$, $D(0,-4)$.

ב. הנקודה D **היא אמצע הצלע** AB.

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.



$$0=\frac{8+x_A}{2} \quad /\cdot 2$$
$$0=8+x_A$$
$$x_A=-8$$

$$-4=\frac{0+y_A}{2} \quad /\cdot 2$$
$$-8=y_A$$

תשובה: $A(-8,-8)$.

ג. נמצא את משוואת הישר העובר ב- $D(0,-4)$ **ומקביל לצלע** BC .

שיפוע הצלע AB **הוא** $\frac{1}{2}$ **ולכן שיפוע הצלע** BC **הוא** (-2). **(**$AB \perp BC \rightarrow m_{AB}\cdot m_{BC}==-1$**)**

לישרים מקבילים שיפועים שווים, לכן שיפוע הישר העובר ב- $D(0,-4)$ **הוא גם** (-2) .

$$y-(-4)=-2(x-0)$$
$$y+4=-2x$$
$$y=-2x-4$$

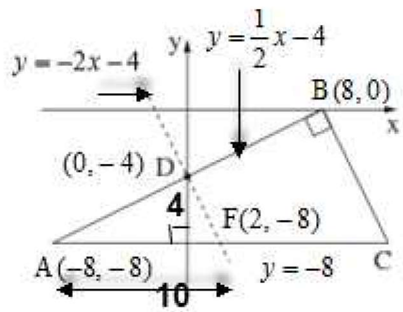
תשובה: משוואת הישר היא $y=-2x-4$.

ד. (1) הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x **ועוברת בקדקוד** $A(-8,-8)$. **לכן, משוואתה היא** $y=-8$.

נציב $y=-8$ **במשוואת הישר** $y=-2x-4$.

$$-8=-2x-4$$
$$2x=4 \quad /:2$$
$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{F(2,-8)}$$

תשובה: $F(2,-8)$.



(2) נמצא את שטח ΔADF .

הגובה לצלע AC **מונח על ציר ה-** y .

$$AF = x_F - x_A = 2-(-8)=10$$
$$h=-4-(-8)=4$$

$$S_{\Delta ADF}=\frac{AF\cdot h}{2}=\frac{10\cdot 4}{2}=20$$

תשובה: שטח ΔADF **הוא** 20 **יח"ר.**

א. משוואת המעגל היא $(x-3)^2+y^2=25$ **, ולכן מרכז המעגל הוא** $M(3,0)$ **והרדיוס הוא** 5 **.**

אם נזוז מהמרכז 5 **יחידות ימינה נקבל את** $B(8,0)$ **, ואם נזוז** 5 **יחידות שמאלה נקבל את** $A(-2,0)$ **.**

תשובה: $A(-2,0)$ **,** $B(8,0)$ **.**

ב. נתון $x_C=-1$ **, כאשר** C **ברביע השלישי ולכן** $y_C<0$ **.**

נציב $x=-1$ **במשוואת המעגל.**

$$(-1-3)^2+y^2=25$$
$$16+y^2=25$$
$$y^2=9$$
$$y=-3 \quad \leftarrow y_C<0$$

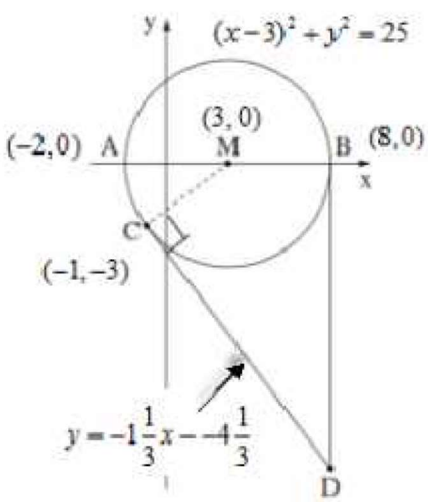
תשובה: $C(-1,-3)$ **.**

ג. שיפוע הרדיוס MC **הוא** $m_{MC}=\dfrac{0-(-3)}{3-(-1)}=\dfrac{3}{4}$ **.**

הרדיוס MC **מאונך למשיק בנקודת ההשקה, לכן על פי תנאי ניצבות:** $m_{mashik}\cdot m_{MC}=-1$ **,**

ושיפוע הרדיוס (הופכי לנגדי) הוא $-\dfrac{4}{3}=-1\dfrac{1}{3}$ **.**

נמצא את משוואת המשיק בנקודה $C(-1,-3)$ **.**



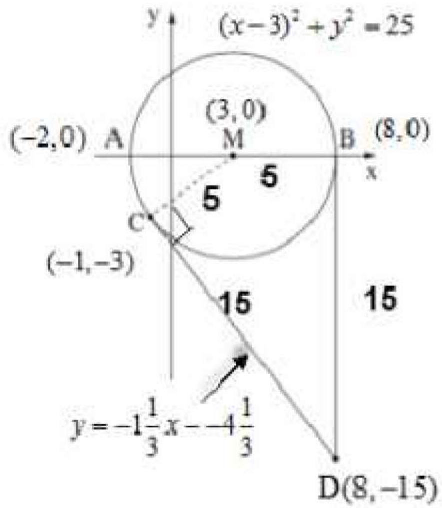
$$y-(-3)=-1\frac{1}{3}(x-(-1))$$
$$y+3=-1\frac{1}{3}(x+1)$$
$$y+3=-1\frac{1}{3}x--1\frac{1}{3}$$
$$\boxed{y=-1\frac{1}{3}x-4\frac{1}{3}}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-1\dfrac{1}{3}x-4\dfrac{1}{3}$ **.**

ג. הישר BD **מקביל לציר ה-** y **, לכן** $x_D = x_B = 8$ **.**

נציב $x = 8$ **במשוואת המשיק** $y = -1\frac{1}{3}x - -4\frac{1}{3}$.

$y = -1\frac{1}{3} \cdot 8 - -4\frac{1}{3} = -15$ **. ובהתאם:** $D(8,-15)$ **.**



נחשב את היקף המרובע BMCD **.**

$BM = MC = R = 5$ **.**

$BD = y_B - y_D = 0 - (-15) = 15$

$DC = \sqrt{(8-(-1))^2 + (-15-(-3))^2}\sqrt{81+144} = \sqrt{225} = 15$

היקף המרובע הוא $5+5+15+15 = 40$ **.**

תשובה: היקף המרובע BMCD **הוא** 40 **יחידות.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$ **.**

תחום ההגדרה: $x \ge 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x \ge 0$ **.**

ב. נמצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה ואת סוגה .

$$f'(x)=3-\frac{\cancel{6}3}{\cancel{2}\sqrt{x}}$$

$$0=3-\frac{3}{\sqrt{x}} \quad /\cdot\sqrt{x}$$

$$0=3\sqrt{x}-3$$

$$3=3\sqrt{x} \quad /:3$$

$$1=\sqrt{x}$$

$$\boxed{x=1} \rightarrow f(1)=3\cdot1-6\sqrt{1}+7=4 \rightarrow \boxed{(1,4)}$$

נבנה טבלת עלייה וירידה, לזיהוי סוג הקיצון:

$$f'(0.5)=3-\frac{3}{\sqrt{0.5}}<0,\quad f'(2)=3-\frac{3}{\sqrt{2}}>0$$

x	2	1	0.5	0
$f'(x)$	+	0	-	
מסקנה	↗	**Min**	↘	

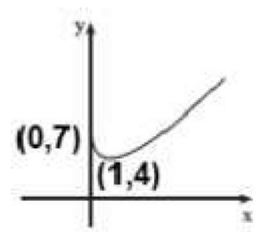
תשובה: $(1,4)$ **מינימום.**

ג. תשובה: עלייה: $x>1$ **, ירידה:** $0<x<1$ **.**

ד. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **:** $f(0)=3\cdot0-6\sqrt{0}+7=7$ **, כלומר** $(0,7)$**.**

תשובה: $(0,7)$**.**

ה. סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=3x-6\sqrt{x}+7$ **.**



ה. נקודת המינימום $(1,4)$ **היא הנקודה שבה ערך הפונקציה** $y=4$ **הוא הקטן ביותר,**

לכן גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x **.**

תשובה: גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-2x+5$ **.**

(1) נמצא את שיפוע המשיק בנקודה A **, שבה** $x=3$ **.**

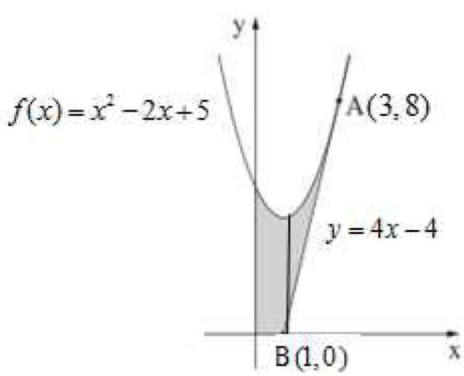
$$f'(x)=2x-2$$

$$m(3)=f'(3)=2\cdot 3-2=4$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא 4 **.**

(2) נמצא את משוואת המשיק בנקודה A **.**

$f(3)=3^2-2\cdot 3+5=8$ **ונקודת ההשקה היא** $A(3,8)$ **.**



$$y-8=4(x-3)$$
$$y-8=4x-12$$
$$\boxed{y=4x-4}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=4x-4$ **.**

ב. בנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=4x-4$$
$$4=4x$$
$$x=1 \quad \to \boxed{B(1,0)}$$

תשובה: $B(1,0)$ **.**

ד. נחשב את השטח המקווקו, על ידי חלוקתו לשני שטחים.

<u>שטח ימני</u> - S_1

הפרש פונקציות:

$$x^2-2x+5-(4x-4)=x^2-2x+5-4x+4=x^2-6x+9$$

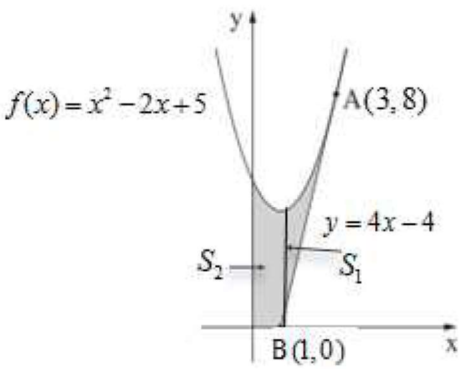
$$S_1=\int_1^3 (x^2-6x+9)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+9x\Big]_1^3$$

$$S_1=(\frac{3^3}{3}-\frac{6\cdot3^2}{2}+9\cdot3)-(\frac{1^3}{3}-\frac{6\cdot1^2}{2}+9\cdot1)$$

$$S_1=9-(6\frac{1}{3})$$

$$\boxed{S_1=2\frac{2}{3}}$$



<u>שטח שמאלי</u> - S_2

הפרש פונקציות:

$$x^2-2x+5-(0)=x^2-2x+5$$

$$S_2=\int_0^1 (x^2-2x+5)\,dx$$

$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+5x\Big]_0^1$$

$$S_2=(\frac{1^3}{3}-1^2+5\cdot1)-(\frac{0^3}{3}+0^2+5\cdot0)$$

$$S_2=4\frac{1}{3}-(0)$$

$$\boxed{S_2=4\frac{1}{3}}$$

וסך כל גודל השטח האפור הוא $2\frac{2}{3}+4\frac{1}{3}=7$ **.**

תשובה: גודל השטח האפור הוא 7 **יח"ר .**

א. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא סכום שטחי הריבועים האפורים.

כיוון שסכום שתי צלעות של מלבן $ABCD$ **הוא** 6,

הרי שאם $BC = x$, **אז** $DC = 6 - x$, **כפי שמופיע בסרטוט של הבעיה.**

$AD = BC = x$ **ושטח הריבוע** $ADEF$ הוא $x \cdot x = x^2$.

$AB = DC = 6 - x$ **ושטח הריבוע** $AGHB$ הוא $(6-x)(6-x) = 36 - 6x - 6x + x^2 = 36 - 12x + x^2$.

סכום שטחי הריבועים הוא: $S = x^2 + 36 - 12x + x^2 = 2x^2 + 36 - 12x$.

נמצא נקודת קיצון.

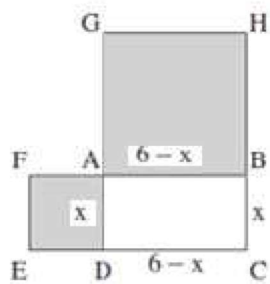
$\boxed{S = 2x^2 + 36 - 12x}$

$\boxed{s' = 4x - 12}$

$0 = 4x - 12$

$12 = 4x$

$\boxed{x = 3}$



נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $x > 0$**).**

$S'(2) = 4 \cdot 2 - 12 < 0, \quad S'(4) = 4 \cdot 4 - 12 > 0$

x	4	3	2	0
y'	+	0	-	
מסקנה	↗	Min	↘	

תשובה: $BC = 3$, **עבורו סכום שטחי הריבועים הוא מינימלי.**

ב. עבור $x = 3$, **נקבל ש-** $BC = 6 - 3 = 3$.

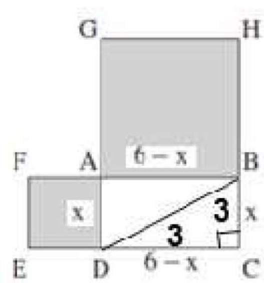
משפט פיתגורס ב- ΔBCD.

$(BD)^2 = (BC)^2 + (DC)^2$

$(BD)^2 = 3^2 + 3^2$

$(BD)^2 = 18$

$\boxed{BD = \sqrt{18} \approx 4.243}$



תשובה: אורך האלכסון BD **הוא** $\sqrt{18} \approx 4.243$ **יחידות.**