**א. אורית קנתה שני ספרים, שמחיריהם לפני המבצע היו** $108$ **שקלים ו-** $72$ **שקלים.**

**על פי תנאי המבצע, אורית תקבל** $50\%$ **הנחה על הספר הזול מבין השניים.**

**(1) על הספר הזול, שילמה אורית** $36$ **שקלים** $= \frac{100-50}{100} \cdot 72 = 0.5 \cdot 72$ **.**

**בסך הכול, שילמה אורית** $144$ **שקלים** $= 108 + 36$ **.**

**תשובה: אורית שילמה** $144$ **שקלים עבור שני הספרים.**

**(2) ההנחה שקיבלה אורית הייתה** $36$ **שקלים** $= 72 - 36$ **.**

**המחיר הכולל, לפני ההנחה, היה** $180$ **שקלים** $= 108 + 72$ **.**

**ההנחה באחוזים הייתה** $20\% = 0.2 \cdot 100\% = \frac{36}{180} \cdot 100\%$ **.**

**תשובה: ההנחה הכוללת שקיבלה אורית, על שני הספרים יחד, הייתה** $20\%$ **.**

**ב. זאב קנה באותו מבצע שני ספרים, ושילם עבורם** $165$ **שקלים סך הכול.**

**על פי תנאי המבצע, זאב יקבל** $50\%$ **הנחה על הספר הזול מבין השניים.**

**(1) נסמן ב-** $x$ **את מחירו של הספר הזול מבין השניים, לפני המבצע.**

**בהתאם** $x + 39$ **הוא מחירו של הספר היקר.**

**על הספר הזול שילם זאב** $0.5x$ **שקלים** $= \frac{100-50}{100} \cdot x$ **.**

**המשוואה המתאימה:** $0.5x + x + 39 = 165$

$1.5x = 126$

$\boxed{x = 84} \quad \rightarrow \boxed{x + 39 = 123}$

**תשובה: לפני המבצע, מחיר הספר הזול היה** $84$ **שקלים, ומחיר הספר היקר היה** $123$ **שקלים.**

**(2) ההנחה שקיבל זאב הייתה** $42$ **שקלים** $= 84 - 0.5 \cdot 84$ **.**

**המחיר הכולל, לפני ההנחה, היה** $207$ **שקלים** $= 84 + 123$ **.**

**ההנחה באחוזים הייתה** $20.29\% \sim 0.2029 \cdot 100\% \sim \frac{42}{207} \cdot 100\%$ **.**

**תשובה: ההנחה הכוללת שקיבל זאב, על שני הספרים יחד, הייתה בערך** $20.29\%$ **.**

**א. משוואת הצלע** $\mathrm{AE}$ **היא** $y=-\frac{1}{2}x+5$ **.**

**הקדקוד** $\mathrm{A}$ **נמצא על ציר ה-** $y$ **, ולכן** $x_{\mathrm{A}}=0$ **.**

**נציב** $x=0$ **במשוואת הצלע** $\mathrm{AE}$ **:** $y=-\frac{1}{2}\cdot 0+5=5$ **, ולכן** $\mathrm{A}(0,5)$ **.**

**תשובה:** $\mathrm{A}(0,5)$ **.**

**ב. משוואת הצלע** $\mathrm{AE}$ **היא** $y=-\frac{1}{2}x+5$ **, לכן שיפועה** $m_{\mathrm{AE}}=-\frac{1}{2}$ **.**

$\sphericalangle\mathrm{AEB}=90^\circ$ **. לכן, על פי תנאי ניצבות:** $m_{\mathrm{AE}}\cdot m_{\mathrm{BE}}=-1$ **,**

**ושיפוע הישר** $\mathrm{BE}$ **(הופכי לנגדי) הוא** $m_{\mathrm{BE}}=2$ $\rightarrow$ $-\frac{1}{2}\cdot m_{\mathrm{BE}}=-1$ **.**

**נמצא את משוואת הישר** $\mathrm{OB}$ **על פי הנקודה** $\mathrm{O}(0,0)$ **, והשיפוע** $2$ **.**

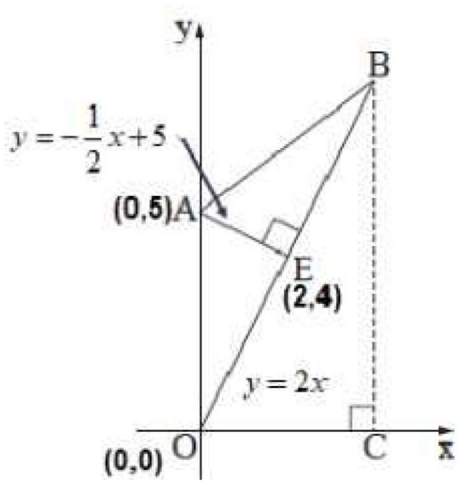
$$y-0=2(x-0)$$
$$\boxed{y=2x}$$

**תשובה: משוואת הישר** $\mathrm{OB}$ **היא** $y=2x$ **.**

**ג. למציאת שיעורי הנקודה** $\mathrm{E}$ **, נפגיש את משוואות שני הישרים שנחתכים בנקודה.**

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+5 \\ y=2x \end{cases}$$
$$2x=-\frac{1}{2}x+5$$
$$2.5x=5 \quad /:2.5$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=2\cdot 2=4 \quad \rightarrow \boxed{\mathrm{E}(2,4)}$$

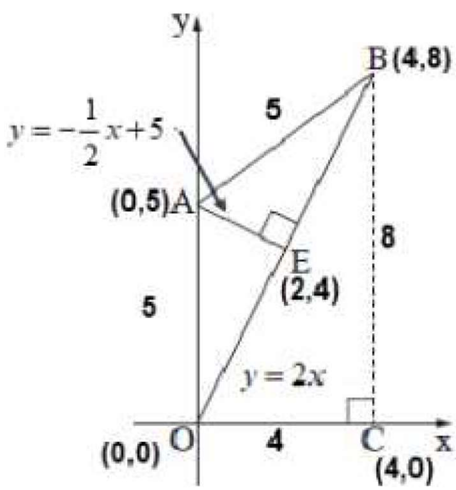
**תשובה:** $\mathrm{E}(2,4)$ **.**



**ד. שיעור ה - $y$ של הקדקוד B הוא 8.**

**נציב $y_B = 8$ במשוואת הישר OB:**

$$8 = 2x$$
$$x = 4 \quad \rightarrow B(4,8)$$




**נראה ש- $\Delta OAB$ שווה שוקיים.**

$$\left.\begin{array}{l} d_{AO} = y_A - y_O = 5-0=5 \\ d_{AB} = \sqrt{(4-0)^2+(8-5)^2} = \sqrt{25} = 5 \end{array}\right\} AO = AB = 5$$

**תשובה: הוכחנו ש- $\Delta OAB$ שווה שוקיים, כאשר $AO = AB$.**

**ה. ABCO הוא טרפז ישר זווית. נחשב את היקפו .**

$OC = 4-0 = 4$ , $BC = 8-0 = 0$ .

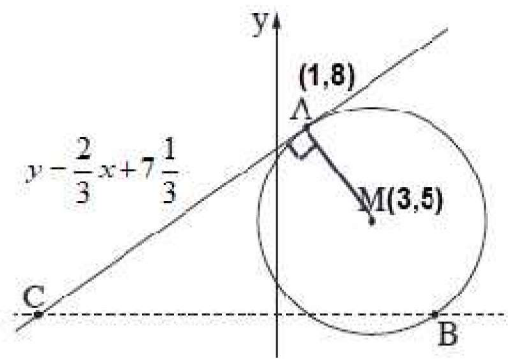
$P_{ABCO} = 5+5+8+4 = 22$ .

**תשובה: היקף המרובע ABCO הוא 22 .**

**א. נתון מעגל שמרכזו בנקודה $\mathrm{M}(3,5)$.**

**(1) הנקודה $\mathrm{A}(1,8)$ נמצאת על המעגל.**

**נמצא את מרחקה ממרכז המעגל, את אורך הרדיוס.**




$$d_{\mathrm{AM}}=\sqrt{(1-3)^2+(8-5)^2}$$
$$d_{\mathrm{AM}}=\sqrt{13}$$
$$\boxed{R=\sqrt{13}}$$

**תשובה: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{13}$.**

**(2) משוואת המעגל היא** $(x-3)^2+(y-5)^2=13$ .

**ב. (1)** $m_{\mathrm{AM}}=\frac{8-5}{1-3}=\frac{3}{-2}=-1.5$ **.**

**תשובה:** $m_{\mathrm{AM}}=-1.5$ .

**(2) המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. לכן, על פי תנאי ניצבות,** $m_{\text{mashik}}\cdot m_{\mathrm{AM}}=-1$ .

**שיפוע המשיק (הופכי לנגדי,** $m_{\mathrm{AM}}=-1.5=-\frac{3}{2}$**) הוא** $m_{\text{mashik}}=\frac{2}{3}$ $\rightarrow$ $m_{\text{mashik}}\cdot(-1.5)=-1$**.**

**נמצא את משוואת המשיק על פי $\mathrm{A}(1,8)$, והשיפוע $\frac{2}{3}$.**

$$y-8=\frac{2}{3}(x-1)$$
$$y-8=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$$
$$\boxed{y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}}$$

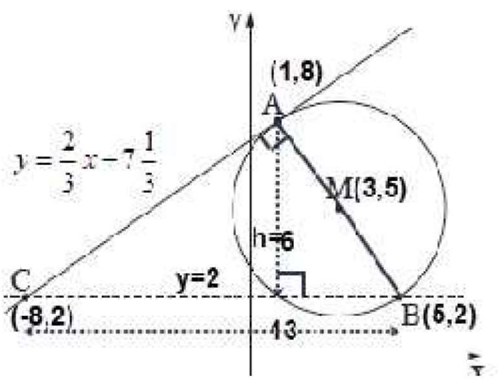
**תשובה: משוואת המשיק היא** $y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$ .

**ג. מרכז המעגל $M(3,5)$ הוא אמצע הקוטר $AB$ , כאשר ידוע $A(1,8)$ .**

**נשתמש בנוסחת אמצע קטע.**

$$3=\frac{1+x_B}{2} \quad /\cdot 2 \qquad\qquad 5=\frac{8+y_B}{2} \quad /\cdot 2$$
$$6=1+x_B \qquad\qquad 10=8+y_B$$
$$x_B=5 \qquad\qquad y_B=2$$

**תשובה:** $B(5,2)$ .




**ד. דרך $B$ העבירו ישר המקביל לציר ה- $x$ .**

**לכן,** $y_C=y_B=2$ .

**נציב** $y_B=2$ **במשוואת המשיק** $AC$ **:**

$$2=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$$
$$-\frac{16}{3}=\frac{2}{3}x \quad /:(\frac{2}{3})$$
$$x=-8 \quad \rightarrow C(-8,2)$$

**נחשב את שטח המשולש** $ABC$ **.**

**הצלע** $BC$ **מקביל לציר ה-** $x$ **, ולכן הגובה לצלע זו מקביל לציר ה-** $y$ **.**

$$d_{BC}=x_B-x_C=5-(-8)=13$$
$$h_{BC}=y_A-2=8-2=6$$
$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h}{2}=\frac{13\cdot 6}{2}=39$$

**תשובה: שטח המשולש** $ABC$ **הוא** $39$ **יח"ר.**

**נתונה הפונקציה** $f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}$

**א. תחום ההגדרה הוא** $x\neq 0$ **, כי עבור** $x=0$ **המכנה מתאפס.**

**תשובה:** $x\neq 0$.

**ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה :**

$$\boxed{f(x)=0.5x^2+\frac{8}{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=x-\frac{8}{x^2}}$$

$$0=\frac{^{x^2/}x}{1}-\frac{^{1/}8}{x^2}\quad /\cdot x^2$$

$$0=x^3-8\quad /+8$$

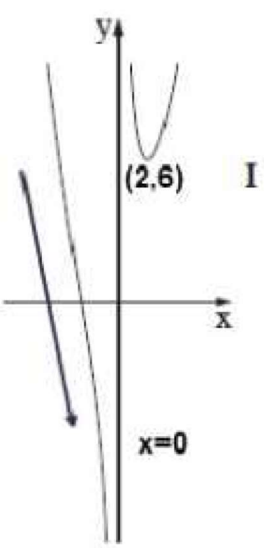
$$8=x^3$$

$$x=\sqrt[3]{8}\quad\rightarrow x=2\quad\rightarrow y=0.5\cdot 2^2+\frac{8}{2}=6\quad\rightarrow\boxed{(2\,,6)}$$

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה (גם עבור הסעיפים הבאים).**

$$f'(-1)=-1-\frac{8}{(-1)^2}=-9<0,\quad f'(1)=1-\frac{8}{1^2}=-7<0,\quad f'(3)=3-\frac{8}{3^2}=\frac{19}{9}>0$$

| $x$ | 3 | 2 | 1 | 0 | $-0.5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | + | 0 | - | $x\neq 0$ | $-1$ |
| מסקנה | ↗ | Min | ↘ | | ↘ |




**ב- $x=2$ הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

**תשובה:** $(2\,,6)$ **מינימום.**

**ג. ראינו ש-** $f'(-1)<0$ **, ובהתאם הפונקציה יורדת בנקודה (ניתן לראות גם בטבלה).**

**תשובה:** $f(x)$ **יורדת בנקודה שבה** $x=-1$ **.**

**ד. בגרף** I **רואים את נקודת המינימום** $(2\,,6)$**,**

**את הירידה בתחום** $x<0$ **(כולל, כמובן, בנקודה שבה** $x=-1$**),**

**ואת האסימפטוטה האנכית** $x=0$ **.**

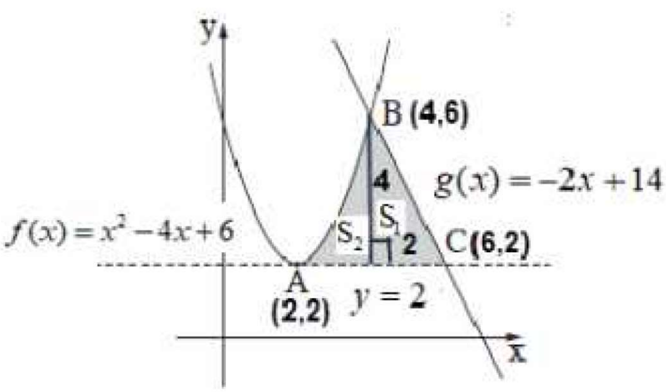
**תשובה: גרף** I **הוא הגרף של הפונקציה** $f(x)$ **.**

**א. הנקודה** $A$ **היא נקודת מינימום של הפונקציה** $f(x)=x^2-4x+6$ .

$$f'(x)=2x-4$$
$$2x-4=0$$
$$2x=4 \quad /:2$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=2^2-4\cdot 2+6=2 \quad \rightarrow \boxed{A(2,2)}$$

**תשובה:** $A(2,2)$ .

**ב. הישר** $y=2$ **משיק ל-** $f(x)$ **בנקודת המינימום.**




**לכן,** $y_C=y_A=2$ .

**נציב** $y_C=2$ **במשוואת הפונקציה** $g(x)=-2x+14$ .

$$2=-2x+14$$
$$2x=12 \quad /:2$$
$$x=6 \quad \rightarrow \boxed{C(6,2)}$$

**תשובה:** $C(6,2)$ .

**ג. נחלק את השטח המקוווקו לשני שטחים, מימין ומשמאל, לאנך מ-** $B(4,6)$ .

$S_1$ **- השטח הימני הוא משולש ישר זווית.** $S_1=\frac{(6-4)\cdot(6-2)}{2}=4$

$S_2$ **- השטח השמאלי. הפרש פונקציות:** $x^2-4x+6-2=x^2-4x+4$ .

$$S_2=\int_2^4 (x^2-4x+4)\,dx$$
$$S_2=\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\Big]_2^4$$
$$S_2=(\frac{4^3}{3}-\frac{4\cdot 4^2}{2}+4\cdot 4)-(\frac{2^3}{3}-\frac{4\cdot 2^2}{2}+4\cdot 2)$$
$$S_2=\frac{16}{3}-\frac{8}{3}$$
$$S_2=2\frac{2}{3}$$

**ולכן סכום השטחים הוא:** $4+2\frac{2}{3}=6\frac{2}{3}$

**תשובה: גודל השטח הוא** $6\frac{2}{3}$ **יח"ר** .

**א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *אורך הקטע* AB :**

**הנקודה** A **נמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=\sqrt{x}$ **ושיעוריה** $A(x,\sqrt{x})$.

**הקטע** AB **מקביל לציר ה-** $y$**, ולכן** $x_B=x_A$.

**הנקודה** B **נמצאת על גרף הפונקציה** $y=x$ **ושיעוריה** $B(x,x)$.

$$AB=y_A-y_B$$

$$\boxed{AB=\sqrt{x}-x}$$

$$\boxed{AB'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1}$$

$$0=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1\rightarrow 0=1-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=1\rightarrow \sqrt{x}=0.5 \qquad ()^2$$

$$\boxed{x=0.25}$$

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:**

$$AB'(0.2)=\frac{1}{2\sqrt{0.2}}-1=0.12>0,\ AB'(0.3)=\frac{1}{2\sqrt{0.3}}-1=-0.09<0$$

| $x$ | 0.3 | 0.25 | 0.2 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| $AB'(x)$ | - | 0 | + | |
| **מסקנה** | ↘ | **Max** | ↗ | |

**תשובה: עבור** $x=0.25$ **אורך הקטע** AB **הוא מקסימלי.**

**ב. נציב** $x=0.25$ **בפונקציית אורך הקטע:** $AB=\sqrt{0.25}-0.25=0.25$ .

**תשובה: האורך המקסימלי של הקטע** AB **הוא** 0.25 .