

א. נסמן: x (שקלים) – מחיר כרטיסייה לילד, לפני ההנחה.

$1.6x$ (שקלים) - מחיר כרטיסייה למבוגר, לפני ההנחה.

$$\cdot \frac{100-20}{100} \cdot 1.6x = 0.8 \cdot 1.6x = 1.28x \quad \text{לאחר הנחה של } 20\%, \text{ מחיר כרטיסייה למבוגר הוא}$$

$$\cdot \frac{100-10}{100} \cdot x = 0.9x \quad \text{לאחר הנחה של } 10\%, \text{ מחיר כרטיסייה לילד הוא}$$

דנה קנתה בהנחה כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.

סך הכול (שקלים)	מספר כרטיסיות	מחיר לכרטיסייה (שקלים)	
$4 \cdot 0.9x = 3.6x$	4	$0.9x$	כרטיסייה לילד
$1.28x$	1	$1.28x$	כרטיסייה למבוגר

דנה שילמה בעבור כל הכרטיסיות שקנתה 854 שקלים סך הכול.

$$3.6x + 1.28x = 854$$

$$4.88x = 854 \quad /: 4.88$$

$$\boxed{x = 175}$$

תשובה: המחיר המקורי של כרטיסייה לילד היה 175 שקלים.

$$\cdot 1.6 \cdot 175 = 280 \quad (2)$$

תשובה: המחיר המקורי של כרטיסייה למבוגר היה 280 שקלים.

ב. בתחילת עונת הרחצה קנתה שיר כרטיסיות במחיר המקורי (בלי הנחה).

גם היא קנתה כרטיסייה אחת למבוגר ו- 4 כרטיסיות לילד.

$$(1) \text{ שיר שילמה } 980 \text{ שקלים} = 1 \cdot 175 + 4 \cdot 280$$

תשובה: שיר שילמה סך הכול 980 שקלים, בעבור כל הכרטיסיות שקנתה.

$$(2) \text{ שיר שילמה } 126 \text{ שקלים} = 980 - 854 \text{ יותר מדנה.}$$

$$\text{סכום זה הוא } \frac{126}{854} = \frac{9}{61} \text{ מן הסכום ששילמה דנה,}$$

$$\cdot \frac{9}{61} \cdot 100\% = 14.75\% \text{ ובאחוזים}$$

תשובה: הסכום הכולל ששילמה שיר בעבור הכרטיסיות גבוה ב- 14.75%,

מן הסכום הכולל ששילמה דנה בעבור הכרטיסיות.

א. הנקודה A מונחת על ציר ה- y ולכן $x_A = 0$.

נציב $x_A = 0$ במשוואת הישר AD: $y = -\frac{1}{4}x + 1$, ונקבל $y_A = -\frac{1}{4} \cdot 0 + 1 = 1$ ולכן $A(0, 1)$.

הנקודה B מונחת על ציר ה- x ולכן $y_B = 0$. נציב $y_B = 0$ במשוואת הישר AD: $y = -\frac{1}{4}x + 1$.

$$0 = -\frac{1}{4}x + 1$$

$$\frac{1}{4}x = 1 \quad /: \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 4 \rightarrow \boxed{B(4, 0)}$$

תשובה: $B(4, 0)$, $A(0, 1)$

ב. הנקודה B היא אמצע הצלע AD.

(1) נמצא את שיעורי הנקודה D.

$$0 = \frac{1 + y_D}{2}$$

$$0 = 1 + y_D$$

$$y_D = -1$$

$$4 = \frac{0 + x_D}{2}$$

$$8 = x_D$$

תשובה: $D(8, -1)$

(2) נמצא את משוואת הישר DC, המאונך ל- $y = -\frac{1}{4}x + 1$ לכן על פי תנאי ניצבות: $-\frac{1}{4} \cdot m_{DC} = -1$,

ושיפוע הישר DC (הופכי לנגדי) הוא 4.

נמצא את משוואת הישר DC, העובר בנקודה $D(8, -1)$, ששיפועו 4.

$$y - (-1) = 4(x - 8)$$

$$y + 1 = 4x - 32$$

$$\boxed{y = 4x - 33}$$

תשובה: משוואת הישר DC היא $y = 4x - 33$.

ג. הנקודה C מונחת על הישר $y = 4x - 33$, ונתון $x_C = 10$.

נמצא את היקף OACF.

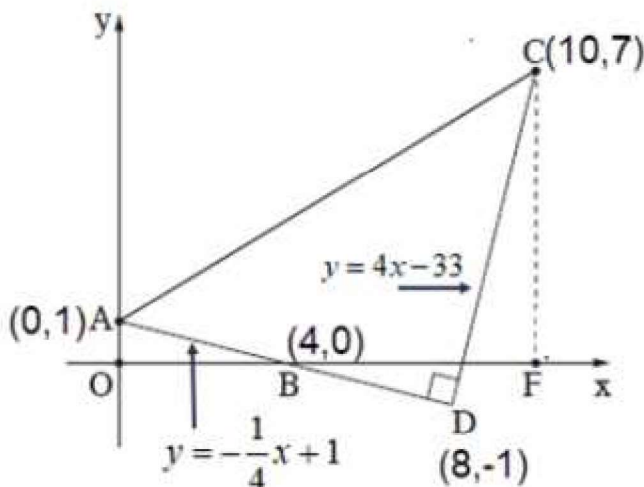
$$d_{OA} = 1 - 0 = 1$$

$$d_{AC} = \sqrt{(10 - 0)^2 + (7 - 1)^2} = \sqrt{136} \approx 11.66$$

$$d_{CF} = 7 - 0 = 7 \quad d_{FO} = 10 - 0 = 10$$

$$P_{OACF} = 1 + 11.66 + 7 + 10 = 29.66$$

תשובה: היקף OACF הוא 29.66 יח'.



א. משוואת המשיק למעגל בנקודה B היא $y = \frac{1}{2}x + 4$.

(1) נציב $x_B = 4$ במשוואת הישר, ונקבל $y = \frac{1}{2} \cdot 4 + 4 = 6$.

תשובה: $y_B = 6$.

(2) נמצא את שיפוע הישר BM, המאונך ל- $y = \frac{1}{2}x + 4$ לכן על פי תנאי ניצבות: $\frac{1}{2} \cdot m_{BM} = -1$,

ושיפוע הישר BM (הופכי לנגדי) הוא -2.

תשובה: שיפוע הישר BM הוא -2.

(3) נמצא את משוואת הישר BM, העובר בנקודה B(4,6), ששיפועו -2.

$$y - 6 = -2(x - 4)$$

$$y - 6 = -2x + 8$$

$$\boxed{y = -2x + 14}$$

תשובה: משוואת הישר BM היא $y = -2x + 14$.

ב. משוואת הישר OM היא $y = \frac{1}{3}x$.

(1) נמצא את שיעורי הנקודה M.

$$M \begin{cases} y = \frac{1}{3}x \\ y = -2x + 14 \end{cases}$$

$$\frac{1}{3}x = -2x + 14$$

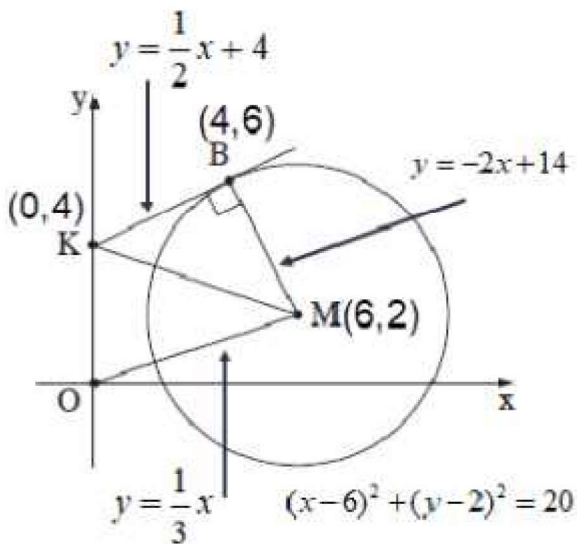
$$2\frac{1}{3}x = 14 \quad /: 2\frac{1}{3}$$

$$x = 6 \rightarrow y = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 \rightarrow \boxed{M(6,2)}$$

תשובה: M(6,2).

(2) נמצא את רדיוס המעגל: $R = d_{MB} = \sqrt{(6-4)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{20}$

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 20$.



ג. (1) משוואת המשיק למעגל בנקודה B היא $y = \frac{1}{2}x + 4$.

המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה K, ולכן $x_K = 0$.

נציב $x_K = 0$ במשוואת המשיק ונקבל $\boxed{K(0,4)}$ $\rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 4 = 4$

תשובה: $K(0,4)$.

(2) נחשב את שטח ΔBMK .

כיוון שהרדיוס מאונך למשיק, בנקודת ההשקה $B(4,6)$,

הרי ש: $S_{\Delta BMK} = \frac{MB \cdot BK}{2}$

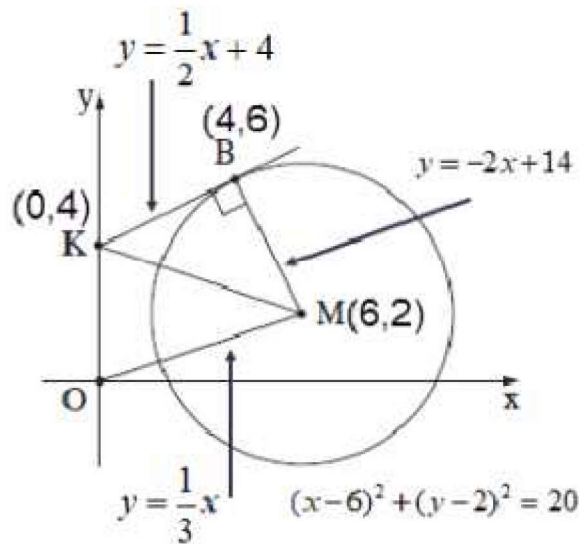
$$d_{MB} = R = \sqrt{20}$$

$$d_{BK} = \sqrt{(4-0)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{20}$$

$$S_{\Delta BMK} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta BMK} = 10}$$

תשובה: שטח משולש BMK הוא 10 יח"ר.



א. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{9}{x} + 1$.

(1) תחום ההגדרה הוא $x \neq 0$ כי $x = 0$ מאפס את המכנה.

תשובה: תחום הגדרה הוא $x \neq 0$.

(2) תשובה: הישר $x = 0$ אסימפטוטה אנכית של הפונקציה $f(x)$.

ב. נמצא את נקודות הקיצון ואת סוגן.

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$$

$$0 = 1 - \frac{9}{x^2} \quad / \cdot x^2$$

$$0 = x^2 - 9$$

$$9 = x^2$$

$$x = 3 \rightarrow y = 3 + \frac{9}{3} + 1 = 7 \rightarrow (3, 7)$$

$$x = -3 \rightarrow y = -3 + \frac{9}{-3} + 1 = -5 \rightarrow (-3, -5)$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(2) = 1 - \frac{9}{2^2} < 0 \\ f'(4) = 1 - \frac{9}{4^2} > 0 \end{array} \right\} (3, 7) \text{ Min}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(-4) = 1 - \frac{9}{(-4)^2} > 0 \\ f'(-2) = 1 - \frac{9}{(-2)^2} < 0 \end{array} \right\} (-3, -5) \text{ Max}$$

תשובה: תשובה: (3, 7) מינימום, (-3, -5) מקסימום.

ג. נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה:

-4	-3	-2	0	2	3	4	x
+	0	-		-	0	+	y'
↗	Max	↘		↘	Min	↗	מסקנה

תשובה: עלייה: $x > 3$ או $x < -3$, ירידה: $0 < x < 3$ או $-3 < x < 0$.

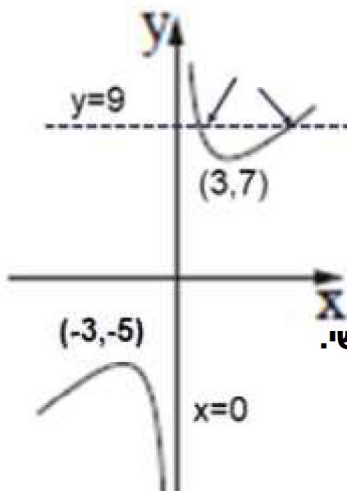
ד. גרף II מתאר את הפונקציה הנתונה.

נימוקים: מינימום (3, 7) ברביע הראשון, מקסימום בנקודה (-3, -5) ברביע השלישי.

$x = 0$ אסימפטוטה אנכית, תחומי עלייה וירידה מתאימים.

תשובה: גרף II מתאר את הפונקציה הנתונה.

ה. תשובה: שתי נקודות חיתוך, מסומנות בחץ בסקיצה משמאל של גרף II.



א. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, שהגרף שלה חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

לכן, מתקיים $f(x) = 0$, בנקודות אלו.

$$-x^2 + 6x - 5 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5)}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 4}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \rightarrow \boxed{A(1, 0)}$$

$$x_2 = \frac{-6 - 4}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \rightarrow \boxed{B(5, 0)}$$

תשובה: $B(5, 0), A(1, 0)$.

ב. בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x) = 0$.

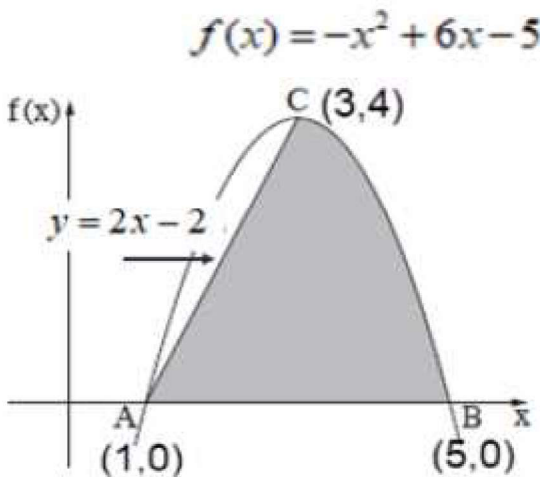
$$\boxed{f'(x) = -2x + 6}$$

$$0 = -2x + 6$$

$$2x = 6 \quad / : 2$$

$$x = 3 \rightarrow y = -3^2 + 6 \cdot 3 - 5 \rightarrow \boxed{C(3, 4)}$$

תשובה: $C(3, 4)$.



ג. דרך שתי נקודות עובר רק קו ישר אחד, לכן נבדוק על ידי הצבה, האם משוואת AC היא $y = 2x - 2$.

$$0 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 1 - 2 \rightarrow 0 \stackrel{?}{=} 0 \rightarrow o.k. : A(1, 0)$$

$$4 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 3 - 2 \rightarrow 4 \stackrel{?}{=} 4 \rightarrow o.k. : C(3, 4)$$

ולכן, משוואת AC היא $y = 2x - 2$.

דרך חלופית

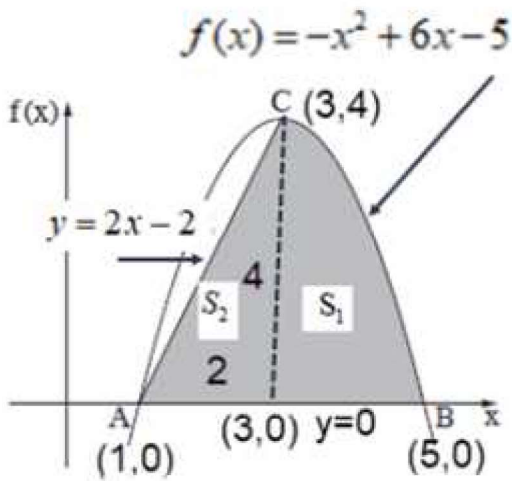
$$m_{AC} = \frac{4 - 0}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y - 0 = 2(x - 1)$$

$$\boxed{y = 2x - 2}$$

תשובה: הראינו שמשוואת AC היא $y = 2x - 2$.

ד. נחשב את השטח האפור, על ידי חלוקה לשני שטחים, כאשר משמאל נחשב שטח של משולש ישר זווית.



$$S_1 = \int_3^5 (-x^2 + 6x - 5 - 0) dx$$

$$S = -\frac{x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} - 5x \Big|_3^5$$

$$S = \left(-\frac{5^3}{3} + \frac{6 \cdot 5^2}{2} - 5 \cdot 5\right) - \left(-\frac{3^3}{3} + \frac{6 \cdot 3^2}{2} - 5 \cdot 3\right)$$

$$S = \frac{25}{3} - 3 \rightarrow \boxed{S = 5\frac{1}{3}}$$

$$S_2 = \frac{2 \cdot 4}{2}$$

$$\boxed{S_2 = 4}$$

וגודל השטח כולו הוא: $5\frac{1}{3} + 4 = 9\frac{1}{3}$

תשובה: גודל השטח האפור הוא $9\frac{1}{3}$ יח"ר.

בגרות עט מאי 19 מועד קיץ א שאלון 35382

א. הנקודה A הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 5 - \sqrt{x}$ ושיעוריה $A(x, 5 - \sqrt{x})$.

(1) הצלע AB מקבילה לציר ה-y ובהתאם אורכה $5 - \sqrt{x} - 0 = 5 - \sqrt{x}$.

הצלע AC מקבילה לציר ה-x ובהתאם אורכה $x - 0 = x$.

היקף המלבן הוא $2x + 2(5 - \sqrt{x}) = 2x + 10 - 2\sqrt{x}$

תשובה: היקף המלבן ABOC הוא $2x + 10 - 2\sqrt{x}$.

(2) הפונקציה שיש להביא למינימום היא היקף המלבן ABOC.

$$P(x) = 2x + 10 - 2\sqrt{x}$$

$$P'(x) = 2 - \frac{2}{2\sqrt{x}}$$

$$P'(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$0 = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \quad ()^2$$

$$\frac{1}{x} = 4$$

$$x = 0.25$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון: $P'(0.2) = 2 - \frac{1}{\sqrt{0.2}} = -0.24 < 0$, $P'(0.3) = 2 - \frac{1}{\sqrt{0.3}} = 0.17 > 0$

0.2	0.25	0.3	x
-	0	+	P'(x)
↘	Min	↗	מסקנה

תשובה: עבור $x = 0.25$ היקף המלבן ABOC הוא מינימלי.

ב. נציב $x = 0.25$ בפונקציית ההיקף: $P(0.25) = 2 \cdot 0.25 + 10 - 2\sqrt{0.25} = 9.5$

תשובה: היקף המינימלי של המלבן ABOC הוא 9.5 יחידות.