א. (1) בעבור כל כובע קש שילם בעל החנות 20 **שקלים.**

בעבור כל כובע בד שילם 70% **יותר ממחיר כובע קש,**

ולכן שילם 34 **שקלים** $\frac{100+70}{100}\cdot 20=1.7\cdot 20=$ **, עבור כל כובע בד.**

תשובה: בעל החנות שילם 34 **שקלים בעבור כל כובע בד.**

(2) נסמן: x **– מספר כובעי קש שקנה בעל החנות.** y **– מספר כובעי בד שקנה בעל החנות.**

בעל החנות קנה 120 **כובעים, ולכן המשוואה המתאימה היא** $x+y=120$ **.**

	מחיר לכובע (שקלים)	מספר כרטיסיות	סך הכול (שקלים)
כובעי קש	20	x	$20x$
כובעי בד	34	y	$34y$

בעל החנות שילם בעבור כל הכובעים $2,946$ **שקלים, והמשוואה המתאימה היא:** $20x+34y=2946$ **.**

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} x+y=120 \quad \rightarrow \boxed{y=120-x} \\ 20x+34y=2946 \end{cases}$$

$$20x+34(120-x)=2946$$

$$20x+4080-34x=2946$$

$$-14x=-1134 \quad /:(-14)$$

$$\boxed{x=81}$$

$$y=120-81 \quad \rightarrow \boxed{y=39}$$

תשובה: בעל החנות קנה 81 **כובעי קש (ו-** 39 **כובעי בד).**

ב. בעל החנות מכר כל אחד מכובעי הקש ברווח של 60% , ומכר כל אחד מכובעי הבד ברווח של 50% .

(1) עבור כל כובע קש קיבל 32 שקלים $= \frac{100+60}{100} \cdot 20 = 1.6 \cdot 20$.

עבור כל כובע בד קיבל 51 שקלים $= \frac{100+50}{100} \cdot 34 = 1.5 \cdot 34$.

מכאן שמכר את כל הכובעים תמורת 4581 שקלים $= 81 \cdot 32 + 39 \cdot 51$.

תשובה: בעל החנות מכר את כל 120 הכובעים, בסך הכול של $4,581$ שקלים.

(2) הרווח של בעל החנות היה 1635 שקלים $= 4581 - 2946$.

סכום זה הוא $0.555 = \frac{1635}{2946}$ מן הסכום ששילם בעל החנות,

ובאחוזים $0.555 \cdot 100\% = 55.5\%$.

תשובה: אחוז הרווח של בעל החנות, ממכירת כל 120 הכובעים, היה 55.5%.

א. הישר AC **עובר דרך הנקודות** $A(0,-6)$ **ו-** $C(4,-4)$**.**

(1) נמצא את שיפוע הישר AC**.**

$$m_{AC}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{-4-(-6)}{4-0}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

תשובה: שיפוע הישר AC **הוא** $\frac{1}{2}$ **.**

(2) נמצא את משוואת הישר AC**, על פי הנקודה** $A(0,-6)$**, והשיפוע** $\frac{1}{2}$**.**

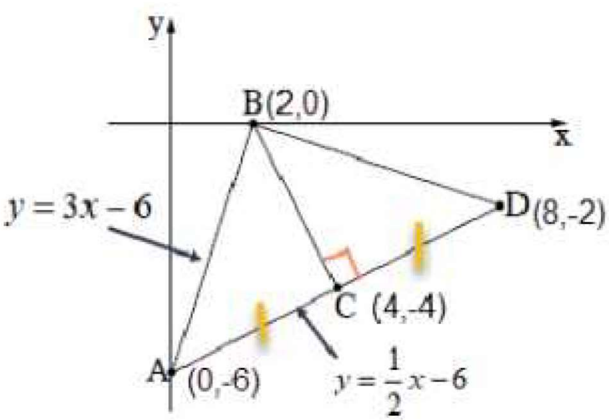
$$y-(-6)=\frac{1}{2}(x-0)\quad\rightarrow\boxed{y=\frac{1}{2}x-6}$$

תשובה: משוואת הישר AC **היא** $y=\frac{1}{2}x-6$ **.**

ב. הנקודה B **מונחת על ציר ה-** x**, ולכן** $y_B=0$**. נציב** $y_B=0$ **במשוואת הישר** AB**:**

$$0=3x-6$$
$$-3x=-6\quad /:(-3)$$
$$x=2\quad\rightarrow\boxed{B(2,0)}$$

תשובה:$B(2,0)$**.**



ג. $AC=CD$ **, ולכן הנקודה** C **היא אמצע הקטע** AD**.**

נמצא את שיעורי הנקודה D **.**

$$4=\frac{0+x_D}{2}\qquad -4=\frac{-6+y_D}{2}$$
$$8=x_D\qquad -8=-6+y_D$$
$$-2=y_D$$

תשובה: $D(8,-2)$ **.**

ד. נראה שמשולש ABD **שווה שוקיים.**

$$\left.\begin{aligned}d_{AB}&=\sqrt{(2-0)^2+(0-(-6))^2}=\sqrt{40}\\ d_{DB}&=\sqrt{(2-8)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{40}\end{aligned}\right\}\boxed{AB=DB}$$

תשובה:ΔABD **שווה שוקיים,** $AB=DB$**.**

ה. כיוון ש-BC **הוא תיכון לבסיס** AD **במשולש** ABD **שווה השוקיים, הרי שהוא גם גובה .**

$$\left.\begin{aligned}d_{AD}&=\sqrt{(0-8)^2+(-6-(-2))^2}=\sqrt{80}\\ d_{BC}&=\sqrt{(2-4)^2+(0-(-4))^2}=\sqrt{20}\end{aligned}\right\}S_{ABD}=\frac{AD\cdot BC}{2}=\frac{\sqrt{80}\cdot\sqrt{20}}{2}=20$$

תשובה: שטח ΔABD **הוא** 20 **יח"ר.**

א. נתון מעגל שמרכזו $M(18,12)$ **, שעובר בנקודה** $A(9,0)$ **.**

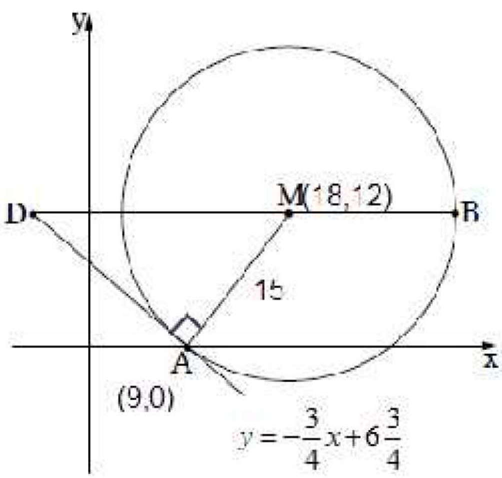
(1) נמצא את רדיוס המעגל.

$$R = d_{MA} = \sqrt{(18-9)^2 + (12-0)^2} = 15$$

תשובה: רדיוס המעגל הוא 15**.**

(2) נכתוב את משוואת המעגל, שמרכזו $M(18,12)$ **, ורדיוסו** 15**.**

תשובה: $(x-18)^2 + (y-12)^2 = 225$ **.**



ב. BM **מקביל לציר ה-** x **.**

(1) נמצא את שיעור ה- y **של הנקודה** B**.**

$$y_B = y_M = 12$$

תשובה: $y_B = 12$ **.**

(2) נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** B**.**

$$x_B = x_M + R = 18 + 15 = 33$$

תשובה: $x_B = 33$ **.**

ג. דך הנקודה A **העבירו משיק למעגל.**

(1) נמצא את שיפוע המשיק BM **, המאונך לרדיוס -** AM **, ולכן על פי תנאי ניצבות:** $m_{mashik} \cdot m_{AM} = -1$ **,**

$$m_{AM} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{12-0}{18-9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

ושיפוע המשיק (הופכי לנגדי) הוא $-\frac{3}{4}$ **.**

תשובה: שיפוע המשיק בנקודה A **הוא** $-\frac{3}{4}$ **.**

(2) נמצא את משוואת המשיק , העובר בנקודה $A(9,0)$ **, ששיפועו** $-\frac{3}{4}$ **.**

$$y - 0 = -\frac{3}{4}(x-9)$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{3}{4}}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{3}{4}$ **.**

ד. (1) המשיך חותך את המשך הקטע BM **בנקודה** D**, ולכן** $y_D = y_M = 12$**.**

נציב $y_D = 12$ **במשוואת המשיק.**

$$12 = -\frac{3}{4}x + 6\frac{3}{4}$$
$$\frac{3}{4}x = -\frac{21}{4} \quad / : (\frac{3}{4})$$
$$x = 7 \quad \rightarrow \boxed{D(-7,12)}$$

$$DM = x_M - x_D = 18 - (-7) = 25$$

תשובה: אורך הקטע DM **הוא** 25**.**

(2) נחשב את שטח ΔADM**.**

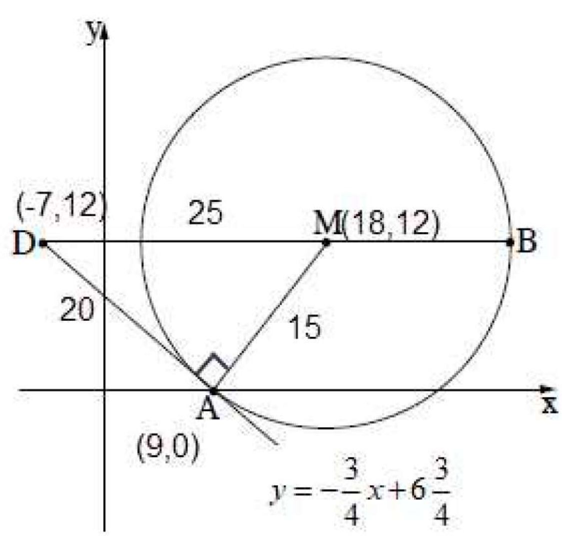
כיוון שהרדיוס מאונך למשיק, בנקודת ההשקה, הרי ש: $S_{\Delta ADM} = \frac{AM \cdot AD}{2}$**.**

$$d_{AM} = R = 15$$
$$d_{AD} = \sqrt{(9-(-7))^2 + (0-12)^2} = 20$$
$$S_{\Delta ADM} = \frac{15 \cdot 20}{2}$$
$$\boxed{S_{\Delta ADM} = 150}$$

או

$$DM = 25$$
$$h_{DM} = 12 - 0 = 12$$
$$S_{\Delta ADM} = \frac{25 \cdot 12}{2}$$
$$\boxed{S_{\Delta ADM} = 150}$$

תשובה: שטח ΔADM **הוא** 150 **יח"ר.**



א. נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{6}x+\sqrt{x}$ **.**

תחום ההגדרה: $x\geq 0$ **(ביטוי בתוך השורש הריבועי חייב להיות אי-שלילי).**

תשובה: $x\geq 0$**.**

ב. נמצא את נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה ונקבע את סוגה .

$$\boxed{f'(x)=-\frac{1}{6}+\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$0=-\frac{1}{6}+\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad /\cdot 6\sqrt{x}$$

$$0=-\sqrt{x}+3$$

$$\sqrt{x}=3$$

$$\boxed{x=9} \quad \rightarrow \quad f(9)=-\frac{1}{6}\cdot 9+\sqrt{9}=1.5 \quad \rightarrow \boxed{(9,1.5)}$$

נבנה טבלת עלייה וירידה, לזיהוי סוג הקיצון:

$$f'(8)=-\frac{1}{6}+\frac{1}{2\sqrt{8}}>0, \quad f'(10)=-\frac{1}{6}+\frac{1}{2\sqrt{10}}<0$$

x	10	9	8	0
$f'(x)$	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

תשובה: $(9,1.5)$ **מקסימום.**

ג. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **:** $\boxed{(0,0)} \leftarrow$ $f(0)=-\frac{1}{6}\cdot 0+\sqrt{0}=0$ **, כלומר** $(0,0)$**.**

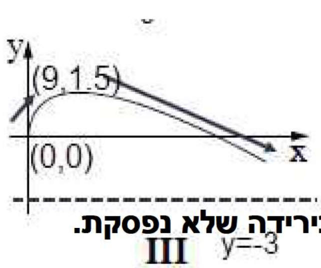
תשובה: $(0,0)$**.**

ד. הגרף המתאים הוא גרף III **.**

על פי נקודת המקסימום המתאימה,

תחומי עלייה וירידה ונקודת החיתוך עם ציר ה- y **.**

תשובה: גרף III .



III

ה. הגרף מתחת לציר ה- x **מימין לנקודת החיתוך אתו (שלא התבקשנו לחשב), בירידה שלא נפסקת.**

לכן, תהיה נקודת חיתוך אחת עם כל ישר $y=k$ **, כאשר** $k<0$ **.**

מכאן שהישר $y=-3$ **חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת.**

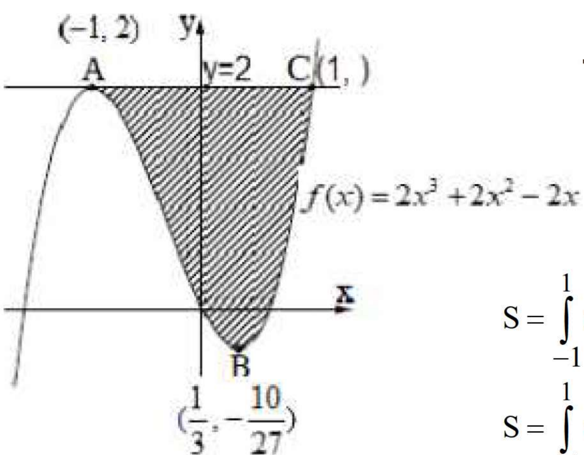
תשובה: הישר $y=-3$ **חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת.**

א. נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)=2x^3+2x^2-2x$ הן A ו- B.

בנקודת הקיצון מתקיים $f'(x)=0$.

$$f'(x)=6x^2+4x-2$$
$$6x^2+4x-2=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{4^2-4\cdot 6\cdot(-2)}}{2\cdot 6}$$
$$x_{1,2}=\frac{-4\pm 8}{12}$$
$$x_1=\frac{-4+8}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}\ \rightarrow y=2\cdot(\frac{1}{3})^3+2\cdot(\frac{1}{3})^2-2\cdot(\frac{1}{3})=-\frac{10}{27}\ \rightarrow \boxed{B(\frac{1}{3},-\frac{10}{27})}$$
$$x_2=\frac{-4-8}{12}=\frac{-12}{6}=-1\ \rightarrow y=2\cdot(-1)^3+2\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)=2\ \rightarrow \boxed{A(-1,2)}$$

תשובה: $A(-1,2)$ **,** $B(\frac{1}{3},-\frac{10}{27})$ **.**



ב. בנקודת המקסימום, משוואת המשיק היא של פונקציה קבועה, כלומר $y=2$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y=2$.

ג. נחשב את השטח המבוקש .

$$S=\int_{-1}^{1}(2-(2x^3+2x^2-2x)\,dx$$
$$S=\int_{-1}^{1}(2-2x^3-2x^2+2x)\,dx$$
$$S=2x-\frac{2x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}\Big]_{-1}^{1}$$
$$S=(2\cdot 1-\frac{2\cdot 1^4}{4}-\frac{2\cdot 1^3}{3}+\frac{2\cdot 1^2}{2})-(2\cdot(-1)-\frac{2\cdot(-1)^4}{4}-\frac{2\cdot(-1)^3}{3}+\frac{2\cdot(-1)^2}{2})$$
$$S=\frac{11}{6}-(-\frac{5}{6})$$
$$\boxed{S=2\frac{2}{3}}$$

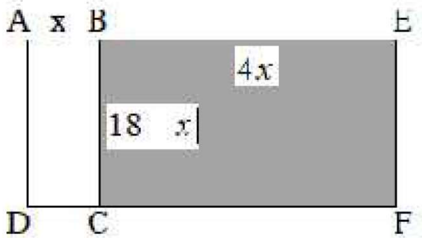
תשובה: גודל השטח המקווקו הוא $2\frac{2}{3}$ יח"ר .

א. היקף המלבן $ABCD$ **הוא** 36 **ס"מ.**

לכן, $2x+2BC=36$.

ואם נחלק ב- 2, **נקבל** $x+BC=18$ **ו-** $BC=18-x$.

תשובה: $BC=18-x$.



ב. אורך הצלע BE **גדול פי** AB **מאורך הצלע** AB, **לכן** $BE=4x$.

(1) שטח המלבן $BEFC$ **הוא** $4x(18-x)=72x-4x^2$**.**

תשובה: שטח המלבן $BEFC$ **הוא** $72x-4x^2$**.**

(2) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא שטח המלבן $BEFC$**.**

$\boxed{S(x)=72x-4x^2}$**.**

נמצא נקודת קיצון.

$\boxed{S'(x)=72-8x}$

$0=72-8x$

$8x=72 \quad /:8$

$\boxed{x=9}$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (תחום הגדרה $0<x$**).**

$$S'(8)=72-8\cdot8>0, \quad S'(10)=72-8\cdot10<0$$

x	10	9	8	0
y'	-	0	+	
מסקנה	↘	**Max**	↗	

תשובה: $x=9$ **, עבורו שטח המלבן** $BEFC$ **הוא מקסימלי.**