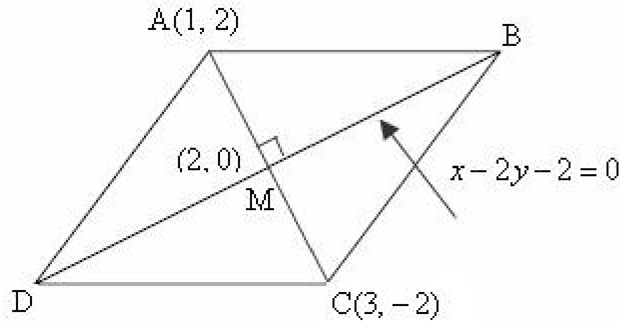
א. (1) במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.

משוואת האלכסון BD **היא** $x-2y-2=0$

$BD \equiv -2y=-x+2 \quad /:(-2)$

$BD \equiv y=0.5x-1$

$m_{BD}=0.5 \quad \rightarrow m_{AC}=-2$



נמצא את משוואת האלכסון

$AC \equiv y-2=-2(x-1)$

$AC \equiv y-2=-2x+2$

$AC \equiv \boxed{y=-2x+4}$

תשובה: $y=-2x+4$

(2) במעוין האלכסונים חוצים זה את זה. נמצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים M **ואת קדקוד** C

$$\begin{cases} y=0.5x-1 \\ y=-2x+4 \end{cases}$$

$0.5x-1=-2x+4$

$2.5x=5 \quad \rightarrow x=2 \quad \rightarrow y=-2\cdot 2+4=0 \quad \rightarrow M(2,0)$

$$\left.\begin{array}{ll} 2=\dfrac{1+x_C}{2} & 0=\dfrac{2+y_C}{2} \\ 4=1+x_C & 0=2+y_C \\ x_C=3 & y_C=-2 \end{array}\right\} \boxed{C(3,-2)}$$

תשובה: $C(3,-2)$

ב. אורך האלכסון BD **הוא** $4\sqrt{5}$ **ובהתאם** $BM=2\sqrt{5}$

$AM=\sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$

$(AB)^2=(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2=25 \quad \rightarrow \boxed{AB=5}$ **(משפט פיתגורס** ΔAMB **)**

תשובה: $AB=5$

ג. B **נמצאת על האלכסון** BD **ובהתאם ניתן לסמנה** $B(2y+2,\ y)$ $\rightarrow$ $x=2y+2$ $\rightarrow$ $x-2y-2=0$

$BM=2\sqrt{5}$ **ולכן:**

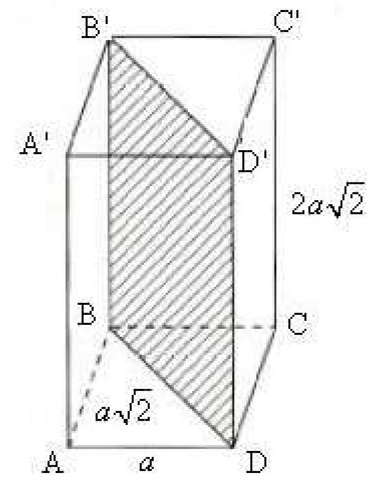
$(2\sqrt{5})^2=(2y+2-2)^2+(y-0)^2$

$20=5y^2 \quad \rightarrow y=2$

$y_B=2$ **נבחר כי נתון שקדקוד** B **ברביע בראשון**

כיוון ששיעורי ה- y **של הקדקודים** A **ו-** B **שווים ל-** 2**, הרי שמשוואת הצלע** AB **היא** $y=2$

תשובה: משוואת הצלע AB **היא** $y=2$.



א. נשתמש במשפט פיתגורס להבעת אורך אלכסון הבסיס

$\underline{\Delta ABD}$

$(BD)^2 = a^2 + a^2$

$BD = a\sqrt{2}$

לכן גובה התיבה הוא $2a\sqrt{2}$

תשובה: גובה התיבה הוא $2a\sqrt{2}$

ב. נחשב את עלויות בניית המכל הפתוח:

עלות בניית הבסיס ABCD **:** $15a^2$

עלות בניית המחיצה BDD'B' **(שהיא מלבן):** $15 \cdot a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} = 60a^2$

עלות בניית ארבע הפאות (שהן מלבנים חופפים): $4 \cdot 8\sqrt{2} \cdot a \cdot 2a\sqrt{2} = 128a^2$

כאמור, עלות החומרים לבניית התיבה (כולל המחיצה) הייתה בסך הכול 812 **שקלים.**

$$15a^2 + 60a^2 + 128a^2 = 812$$

$$203a^2 = 812 \quad / : 203$$

$$a^2 = 4$$

$$\boxed{a = 2} \quad \leftarrow a > 0$$

תשובה: $a = 2$

א. כיוון שבשק שני קלפים עם צדדים בצבעים זהים, מתוך שלושה קלפים,

הרי שההסתברות להוצאת קלף עם שני צדדים בצבעים זהים היא $\frac{2}{3}$**.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{3}$ **.**

ב. זהו מאורע דו-שלבי, הוצאת קלף שיש עליו שני צדדים לבנים,

או הוצאת קלף עם צבע לבן וצבע שחור והנחתו כך שהצד הגלוי הוא לבן

ההסתברות להנחת קלף עם צבע גלוי לבן היא $\frac{1}{3}\cdot 1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$**.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{2}$ **.**

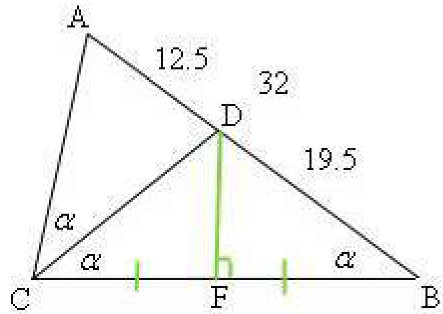
ג. זוהי הסתברות מותנית.

נשתמש בנתונים של סעיף ב'.

ההסתברות להנחת קלף עם צבע גלוי לבן, כאשר ידוע שהצד הגלוי הוא לבן

היא $P(both\ white / white\ \ face\ up)=\frac{P(both\ white \cap white\ \ face\ up)}{P(white\ up)}\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{3}$ **.**



נתונים

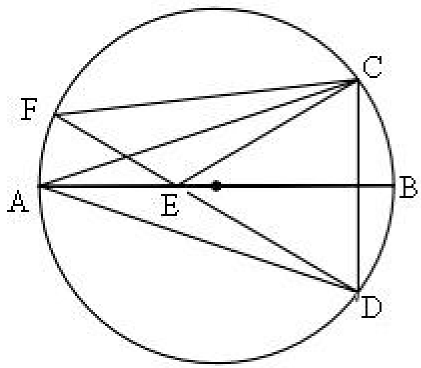
1. $\angle ACD = \angle BCD$ .2 $\angle ACB = 2\angle ABC$

3. $AC =$ 20 **ס"מ** **4.** $AB =$ 32 **ס"מ**

עבור ב – 5. $BF = CF$

צ"ל: א. (1) $\Delta ACB \sim \Delta ADC$ **(2) אורך** AD **(3) אורך** BC **ב.** $DF \perp BC$

הסבר		טענה	נימוק
1	6	$\angle ACD = \angle BCD = \alpha$	נתון + סימון
2	7	$\angle ACB = 2\angle ABC$	נתון
6, 7	8	$\angle ABC = \alpha$	הצבה וחישוב
6, 8	9	$\angle ACD = \angle ABC$ (ז)	כלל מעבר
	10	$\angle A = \angle A$ (ז)	זווית משותפת
9, 10	11	$\Delta ACB \sim \Delta ADC$	משפט דמיון ז.ז.
		מ.ש.ל. א (1)	
11	12	$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{CB}{DC}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
4	13	$AB =$ 32 ס"מ	נתון
3	14	$AC =$ 20 ס"מ	נתון
12, 13, 14	15	$\frac{20}{AD} = \frac{32}{20}$	הצבה
15	16	$AD =$ 12.5 ס"מ	חישוב
		מ.ש.ל. א (2)	
13, 16	17	$AB =$ 19.5 ס"מ	הפרש קטעים
6	18	$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$	משפט חוצה זווית ΔACB
14, 16, 17	19	$\frac{12.5}{19.5} = \frac{20}{BC}$	הצבה
19	20	$BC =$ 31.2 ס"מ	חישוב
		מ.ש.ל. א (3)	
6, 8	21	$\angle ABC = \angle DCB$	כלל מעבר
21	22	ΔCDB שווה שוקיים	אם שתי זוויות שוות המשולש שווה שוקיים
5	23	$BF = CF$	נתון
22, 23	24	$DF \perp BC$	התיכון לבסיס במש"ש הוא גם גובה לבסיס
		מ.ש.ל. ב	



נתונים

1. AB הוא קוטר
2. $CD \perp AB$

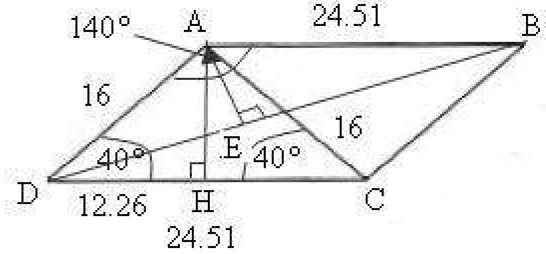
צ"ל:

א. ΔCAD שווה שוקיים

ב. $\Delta CAE \cong \Delta DAE$

ג. $\angle ACF = \angle ACE$

הסבר		טענה	נימוק
1	3	AB הוא קוטר	נתון
2	4	$CD \perp AB$	נתון
3, 4	5	AB חוצה את CD	ישר העובר דרך מרכז המעגל ומאונך למיתר גם חוצה אותו
4, 5	6	ΔCAD שווה שוקיים	אם הגובה מתלכד עם התיכון אז המשולש שווה שוקיים
		מ.ש.ל. א.	
6	7	$AC = AD$ (צ)	שוקיים שוות במשולש שווה שוקיים
4, 6	8	$\angle CAE = \angle DAE$ (ז)	הגובה לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם חוצה זווית הראש
	9	$AE = AE$ (צ)	צלע משותפת
7, 8, 9	10	$\Delta CAE \cong \Delta DAE$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב.	
10	11	$\angle ACE = \angle ADE$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
	12	$\angle ADE = \angle ACF$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
11, 12	13	$\angle ACF = \angle ACE$	הצבה
		מ.ש.ל. ג	



א. (1) כיוון שמשולש ADC **שווה שוקיים,**

נוריד גובה לבסיס AH **, שהוא גם תיכון.**

$\angle BAD = 140° \quad \rightarrow \angle ADC = 40°$

(זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל 180°**)**

$\underline{\Delta ADH}$

$\cos\angle ADH = \frac{DH}{DA}$

$\cos 40° = \frac{DH}{16}$

$16\cos 40° = DH$

$DH = 12.26$

$\boxed{DC = 24.51} \quad \leftarrow DC = DH$

תשובה: 24.51 **ס"מ** $DC =$

ב. ניעזר במשפט קוסינוסים

24.51 **ס"מ** $AB = DC =$ **(צלעות נגדיות שוות במקבילית)**

$\underline{\Delta ADB}$

$(DB)^2 = (AD)^2 + (AB)^2 - 2AD \cdot AB \cdot \cos\angle BAD$

$(DB)^2 = 16^2 + 24.51^2 - 2 \cdot 16 \cdot 24.51 \cdot \cos 140°$

$(DB)^2 = 1457.56$

$\boxed{DB = 38.18} \quad \leftarrow DB > 0$

תשובה: 38.18 **ס"מ** $DB =$

ג. ניעזר בשתי נוסחאות של שטח ΔBAD

$$\frac{DB \cdot AE}{2} = \frac{AD \cdot AB \cdot \sin\angle BAD}{2}$$

$38.18 \cdot AE = 16 \cdot 24.51 \cdot \sin 140°$

$38.18 \cdot AE = 252.08$

$\boxed{AE = 6.6}$

תשובה: 6.6 **ס"מ** $AE =$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{ax^2+2x+16}{bx^2-8x+16}$, a **ו-** b **הם פרמטרים.**

תחום ההגדרה הוא $x\neq 4$ **, כלומר** $x=4$ **מאפס את מכנה הפונקציה,**

$$b\cdot 4^2-8\cdot 4+16=0 \quad \rightarrow 16b=16 \quad \rightarrow \boxed{b=1}$$

תשובה: $b=1$

ב. $f(x)=\dfrac{ax^2+2x+16}{x^2-8x+16}$

(1)מעלת פולינום מונה (2) **שווה למעלת פולינום מכנה** (2)**, ולכן** $y=\dfrac{a}{1}=a$ **אסימפטוטה אופקית**

תשובה $y=a$ **, אסימפטוטה אופקית**

(2) גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0,a)$**, החיתוך של ציר ה-** y **עם האסימפטוטה האופקית**

$$a=\frac{a\cdot 0^2+2\cdot 0+16}{0^2-8\cdot 0+16} \quad \rightarrow \boxed{a=1}$$

תשובה $a=1$

ג. $f(x)=\dfrac{x^2+2x+16}{x^2-8x+16}$

(1) נמצא את נגזרת הפונקציה:

$$f'(x)=\frac{(2x+2)(x^2-8x+16)-(2x-8)(x^2+2x+16)}{(x^2-8x+16)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3-16x^2+32x+2x^2-16x+32-(2x^3+4x^2+32x-8x^2-16x-128)}{(x^2-8x+16)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3-16x^2+32x+2x^2-16x+32-2x^3-4x^2-32x+8x^2+16x+128}{(x^2-8x+16)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-10x^2+160}{(x^2-8x+16)^2}}$$

$$0=-10x^2+160 \quad \rightarrow 10x^2=160 \quad \rightarrow x^2=16 \quad \rightarrow x=-4 \quad \rightarrow x\neq 4$$

$$x=-4 \quad \rightarrow (-4,0.375) \quad \leftarrow f(-4)=\frac{(-4)^2+2\cdot(-4)+16}{(-4)^2-8\cdot(-4)+16}=\frac{24}{64}=0.375$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(-5)=-10\cdot(-5)^2+160<0, \quad f'(-3)=-10\cdot(-3)^2+160>0, \quad f'(5)=-10\cdot(5)^2+160<0$$

-5	-4	-3	4	5	x
-	0	+		-	$f'(x)$
↘	Min	↗		↘	**מסקנה**

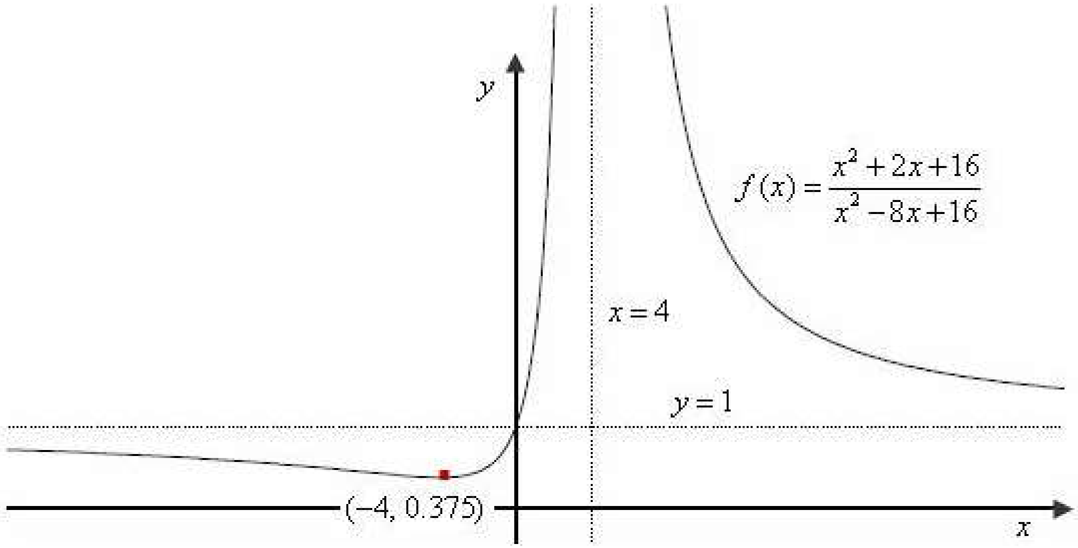
תשובה: $(-4,0.375)$ **מינימום.**

(2) תחומי עלייה וירידה בהתאם לטבלה:

עלייה - $-4 < x < 4$

ירידה - $x > 4$ **או** $x < -4$

(3) סקיצה של גרף הפונקציה



א. נתונה הפונקציה $f(x)=x+\sin x$ **בתחום** $-\pi\le x\le 2\pi$ **, ונתון הישר** $y=x-1$

$$x+\sin x=x-1$$
$$\sin x=-1$$
$$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

עבוד $k=0$ **נקבל** $x=-\frac{\pi}{2}$ **ועבור** $k=1$ **נקבל** $x=\frac{3\pi}{2}$

תשובה: $x=-\frac{\pi}{2}$ **,** $x=\frac{3\pi}{2}$

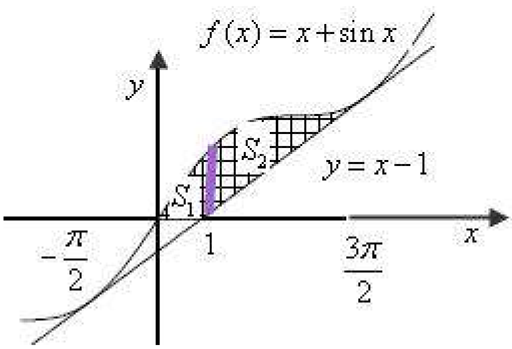
ב. $f'(x)=1+\cos x$

$$x=-\frac{\pi}{2}\ \rightarrow (1)\ f'(-\frac{\pi}{2})=1+\cos(-\frac{\pi}{2})=1,\quad (2)\ f(-\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}+\sin(-\frac{\pi}{2})=-\frac{\pi}{2}-1,\quad (3)\,y=-\frac{\pi}{2}-1$$
$$x=\frac{3\pi}{2}\ \rightarrow (1)\ f'(\frac{3\pi}{2})=1+\cos(\frac{3\pi}{2})=1,\quad (2)\ f(\frac{3\pi}{2})=\frac{3\pi}{2}+\sin(\frac{3\pi}{2})=\frac{3\pi}{2}-1,\quad (3)\,y=\frac{3\pi}{2}-1$$

קבלנו שבשתי הנקודות ערכי הפונקציה והישר שווים, וגם ערך נגזרת הפונקציה שווה לשיפוע הישר $(m=1)$

תשובה: הישר משיק לגרף הפונקציה בנקודות שמצאנו בסעיף א.

ב. נעלה אנך בנקודה החיתוך של הישר $y=x-1$ **עם ציר ה-** x **, כלומר כאשר** $x=1$



$$S_1=\int_0^1(x+\sin x-0)dx$$
$$S_1=\frac{x^2}{2}-\cos x\Big]_0^1$$
$$S_1=(\frac{1^2}{2}-\cos 1)-(\frac{0^2}{2}-\cos 0)$$
$$S_1=(0.5-0.54)-(0-1)=0.96$$

$$S_2=\int_1^{\frac{3\pi}{2}}(x+\sin x-(x-1))dx$$
$$S_2=\int_1^{\frac{3\pi}{2}}(x+\sin x-x+1)dx$$
$$S_2=-\cos x+x\Big]_1^{\frac{3\pi}{2}}$$
$$S_2=(-\cos\frac{3\pi}{2}+\frac{3\pi}{2})-(-\cos 1+1)$$
$$S_2=(0+\frac{3\pi}{2})-(-0.54+1)=4.252$$

$$S=S_1+S_2=0.96+4.252=5.212$$

תשובה: גודל השטח המשובץ הוא 5.212 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$

בתחום ההגדרה הביטוי שבתוך השורש אינו שלילי והמכנה אינו מתאפס, כלומר $x-1>0 \quad \rightarrow x>1$

תשובה: $x>1$

ב. הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא מכפלת שיעורי נקודה על $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ **,**

כלומר: $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}} \leftarrow g(x)=x\cdot\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ **(שמה של הפונקציה החדשה ניתן לה כהכנה לסעיף ג)**

$$g'(x)=\frac{\sqrt{x-1}-\frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1}$$

$$g'(x)=\frac{\frac{2(x-1)-x}{2\sqrt{x-1}}}{\frac{x-1}{1}}$$

$$\boxed{g'(x)=\frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}}$$

$$0=x-2$$

$$x=2 \quad \rightarrow f(2)=\frac{1}{\sqrt{2-1}}=1 \quad \rightarrow (2,1)$$

מכנה הנגזרת הראשונה חיובי

$g'(1.9)=1.9-2<0 \quad \searrow, \quad g'(2.1)=2.1-2>0 \quad \nearrow$

עבור $x=2$ $g(x)$ **עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

תשובה: בנקודה $(2,1)$ **המכפלה של שיעור ה-** x **של** $f(x)$ **בשיעור ה-** y **שלה היא מינימלית.**

ג. נסרטט את גרף הפונקציה $g(x)$ **, כאשר נקודת המינימום שלה היא** $(2,2)$

ערך הפונקציה $g(x)$ **בנקודה שבה** $x=2$ **הוא** 2 **(זו המכפלה המינימלית של שיעורי הנקודה לפונקציה** $f(x)$ **)**