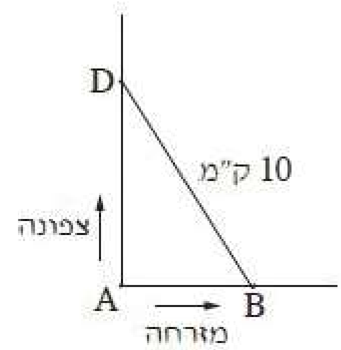


הולך הרגל שהגיע לנקודה D **בשעה** $09:00$ **הלך לנקודה** B **מרחק של** 10 **ק"מ עד לשעה** $11:30$**,**
כלומר הוא עבר 10 **ק"מ במשך** 2.5 **שעות ומהירותו** 4 **קמ"ש** $= 10:2.5$ **.**

בהתאם, המרחק שעבר מהנקודה A **עד הנקודה** D**, בין השעות** $07:00$ **ל-** $09:00$**, כלומר במשך שעתיים,**
הוא 8 **ק"מ** $= 4\cdot 2$ **.**

כיוון שמשולש ABD **הוא ישר זווית, נמצא (באמצעות משפט פיתגורס) את המרחק מנקודה** A **לנקודה** B**.**

$$\underline{\Delta ABD}$$
$$(BD)^2 = (AD)^2 + (AB)^2$$
$$10^2 = 8^2 + (AB)^2$$
$$(AB)^2 = 36$$
$$AB = 6 \quad \leftarrow AB > 0$$

לכן, הולך הרגל השני עבר מרחק של 6 **ק"מ בין השעות** $07:00$ **ל-** $09:00$**, כלומר במשך שעתיים,**
ומהירותו היא 3 **קמ"ש** $= 6:2$ **.**

תשובה: מהירות הולך הרגל שהלך מהנקודה A **עד הנקודה** D **ומשם לנקודה** B **היא** 4 **קמ"ש.**
מהירות הולך הרגל שהלך מהנקודה A **עד הנקודה** B **היא** 3 **קמ"ש.**

א. שיעורי הנקודה A **הנמצאת במרחק של** 1.25 **מראשית הצירים לכיוון השלילי של ציר ה-** y **הם** $A(0,-1.25)$

שיעורי הנקודה B **הם** $(-13,-11)$**.**

נמצא את שיפוע AB **:** $m_{AB}=\frac{-1.25+11}{0+13}=0.75$ **, בהתאם משוואת הישר** AB **היא** $y=0.75x-1.25$

תשובה: משוואת הישר AB **היא** $y=0.75x-1.25$ **.**

ב. המעגל, שמרכזו M **, משיק לצירים ברביע השלישי, ונסמן** $M(a,a)$ $(a<0)$ **.**

נציב את שיעורי הנקודה M **במשוואת הישר** AB **(שהיא עליו):**

$a=0.75a-1.25 \quad \to 0.25a=-1.25 \quad \to a=-5$ **.**

תשובה: $M(-5,-5)$ **.** **(משוואת המעגל היא** $(x+5)^2+(y+5)^2=25$ **- לא נדרש לשאלה.)**

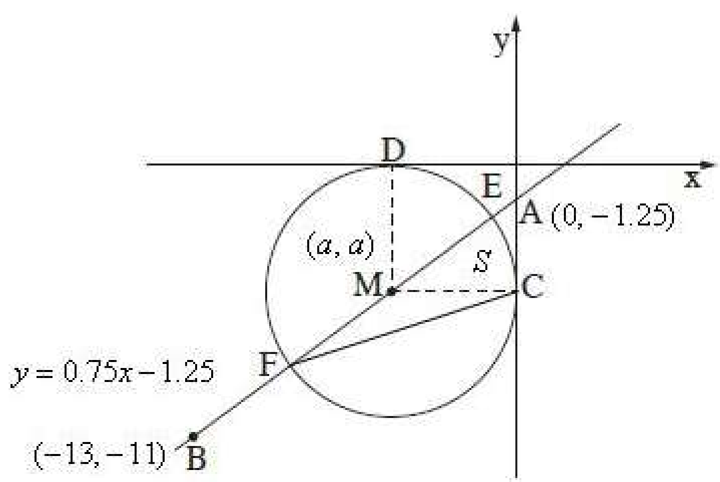
ג. כיוון שמרכז המעגל, הוא אמצע הקוטר EF **,**

הרי שבמשולש EFC **-** CM **הוא תיכון לצלע** EF**.**

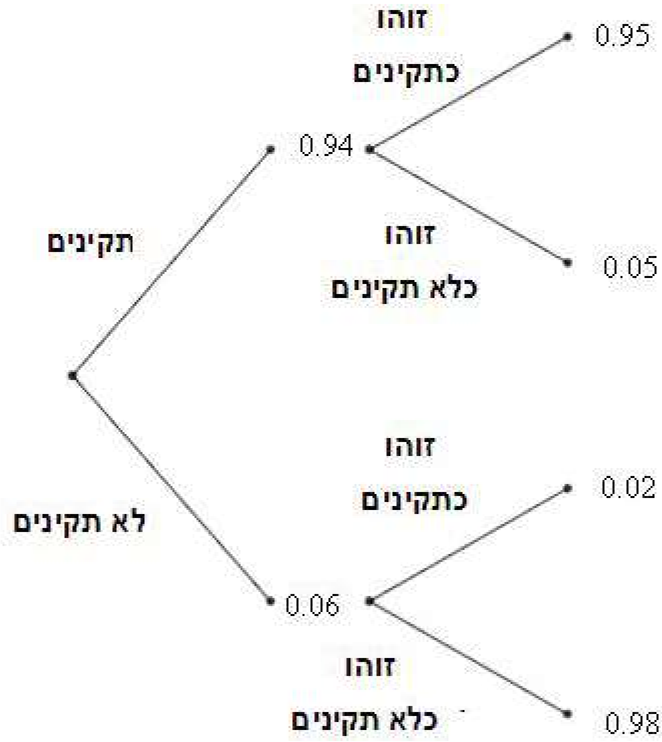
ולכן שטח המשולש EMC **שווה לשטח המשולש** FMC **(שגודלו הוא** S **על פי הנתון),**

כי לצלעות שוות EM = FM **יש גובה משותף מסומן בציור.**

תשובה: שטח המשולש FMC **הוא** S**.**



א. נבנה עץ אפשרויות מתאים:



נמצא את ההסתברות שהמחשב יזוהה כתקין.

$$\text{P(marked o.k.)} = 0.94 \cdot 0.95 + 0.06 \cdot 0.02 = 0.8942$$

תשובה: ההסתברות שהמחשב יזוהה כתקין היא 0.8942.

ב. המחשב יסומן עם תווית של המפעל אם יזוהה כתקין בכל ארבע הבדיקות

$$\text{P}(\textit{factory label}) = 0.8942^4 = 0.6393$$

תשובה: ההסתברות שהמחשב יימכר עם תווית של המפעל היא 0.6393.

ג. המחשב יישלח למחזור אם לפחות יזוהה כפעמיים לא תקין.

המאורע המשלים הוא שיזוהה כלא תקין אפס פעמים או פעם אחת.

זיהוי לא תקין באפס פעמים הוא זיהוי תקין בכל ארבע הפעמים, כלומר ההסתברות היא 0.6393 .

נחשב זיהוי כלא תקין פעם אחת, באמצעות נוסחת ברנולי

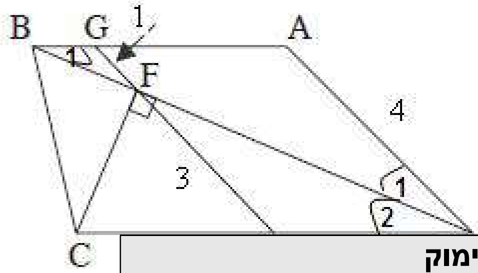
כאשר $n=4$, $p(\textit{not marked o.k.}) = 1 - 0.8942 = 0.1058$ **,** $k=1$:

$$\text{P}_4(1) = \binom{4}{1}(0.1058)^1 \cdot (1-0.1058)^3 = 4 \cdot (0.1058)^1 \cdot (0.8942)^3 = 0.3026$$

ולכן ההסתברות שהמחשב יישלח למחזור היא $p = 1 - (0.6393 + 0.3026) = 0.0581$

תשובה: ההסתברות היא 0.0581 .

4 עב ינואר 12 מועד חורף שאלון 35804



נתונים

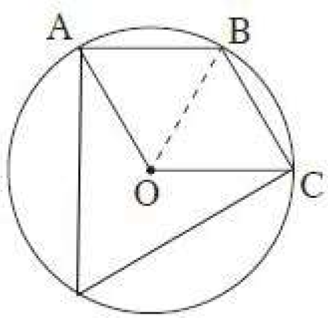
1. ABCE טרפז $CE \parallel BA$ **.2** $CF \perp BE$ **.3** $CD = ED$

4. $EA =$ 4 **ס"מ** **.5** $ED =$ 3 **ס"מ** **.6** $\sphericalangle E_1 = \sphericalangle E_2$, **.7** $S_{\Delta EDF} = S$

צ"ל: **א.** $\Delta EDF \sim \Delta BAE$ **ב.** AGDE **מקבילית** **ג.** $S_{\Delta BGF}$

הסבר		טענה	נימוק
2	8	$CF \perp BE$	נתון
3	9	$CD = ED$	נתון
9 ,8	10	$CD = ED = FD$	התיכון ליתר שווה למחצית היתר
10	11	$\sphericalangle DFE = \sphericalangle E_2$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔFDE
3	12	$\sphericalangle E_1 = \sphericalangle E_2$	נתון
1	13	$CE \parallel BA$	נתון
13	14	(ז) $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle E_2$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
12 ,11	15	(ז) $\sphericalangle DFE = \sphericalangle E_1$	כלל המעבר
15 ,14	16	$\Delta EDF \sim \Delta BAE$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
15	17	$GD \parallel AE$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
17 ,13	18	AGDE מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
		מ.ש.ל. ב	
4	19	$EA =$ 4 ס"מ	נתון
18	20	$GD = AE$	צלעות נגדיות שוות במקבילית
20 ,19	21	$GD =$ 4 ס"מ	כלל המעבר
5	22	$ED =$ 3 ס"מ	נתון
22 ,10	23	$FD =$ 3 ס"מ	כלל המעבר
23 ,21	24	$GF =$ 1 ס"מ	הפרש קטעים
13	25	$\frac{GF}{FD} = \frac{BG}{GE} = \frac{BF}{DE}$	משפט תאלס הרחבה 2
25	26	$\Delta BGF \sim \Delta EDF$	משפט דמיון צלע צלע צלע
26 ,25 ,24 ,23	27	יחס הדמיון הוא $\frac{GF}{FD} = \frac{1}{3}$	הצבה
27 ,26	28	יחס השטחים הוא $\frac{S_{\Delta BGF}}{S_{\Delta EDF}} = \frac{1}{9}$	יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון
7	29	$S_{\Delta EDF} = S$	נתון
29 ,28	30	$S_{\Delta BGF} = \frac{S}{9}$	הצבה

הסבר		טענה	נימוק
מ.ש.ל. ג			



נתונים

1. $\measuredangle AOB = \measuredangle COB$ **2.** $\measuredangle ABC = \measuredangle AOC$ **3.** O **מרכז המעגל**

עבור ב: **4.** $AC = 10$ **ס"מ**

צ"ל: א. (1) $\measuredangle ABO = \measuredangle CBO$ **(2)** $AOCB$ **מעוין**

ב. $\measuredangle ADC$ **ג.** $S_{\Delta AOC}$

הסבר		טענה	נימוק
3	5	O מרכז המעגל	נתון
5	6	$AO = CO$ (צ)	רדיוסים שווים במעגל
1	7	$\measuredangle AOB = \measuredangle COB = \frac{\measuredangle AOC}{2}$	נתון
	8	$BO = BO$ (צ)	צלע משותפת
8 ,7 ,6	9	$\Delta AOB \cong \Delta COB$	משפט חיפה צלע צלע צלע
9	10	$\measuredangle ABO = \measuredangle CBO = \frac{\measuredangle ABC}{2}$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
מ.ש.ל. א (1)			
2	11	$\measuredangle ABC = \measuredangle AOC$	נתון
11	12	$\frac{\measuredangle ABC}{2} = \frac{\measuredangle AOC}{2}$	חילוק ב- 2
12 ,10 ,7	13	$\measuredangle ABO = \measuredangle AOB$	כלל המעבר
5	14	$AO = BO$	רדיוסים שווים זה לזה
14	15	$\measuredangle OAB = \measuredangle ABO$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔAOB
15 ,13	16	$\measuredangle OAB = \measuredangle ABO = \measuredangle AOB = 60°$	כלל מעבר וסכום זוויות ΔAOB $180°$
16	17	ΔAOB שווה צלעות	כל הזוויות שוות
17 ,9	18	ΔBOC שווה צלעות	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
18 ,17	19	$AOCB$ מעוין	ארבע צלעות שוות
מ.ש.ל. א (2)			
18	20	$\measuredangle BOC = 60°$	זוויות $60°$ במשולש שווה צלעות
20 ,16	21	$\measuredangle AOC = 120°$	סכום זוויות
21	22	$\measuredangle ADC = 60°$	זווית מרכזית כפולה מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת
מ.ש.ל. ב			

ונעבור לטריגונומטריה לסעיף ג

10 **ס"מ** $AC =$ **(נתון)**

משפט סינוסים ΔACD (**חסום במעגל שמרכזו** O)

$$\frac{AC}{\sin \sphericalangle ADC} = 2R$$

$$\frac{10}{2\sin 60^\circ} = R$$

$$\boxed{OB = \frac{10}{\sqrt{3}}}$$

לכן: $\frac{10}{\sqrt{3}}$ **ס"מ** $AO = AC$

$$\sphericalangle AOC = 2 \cdot \sphericalangle ADC = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

$$S_{\Delta AOC} = \frac{AO \cdot AC \cdot \sin\sphericalangle AOC}{2} = \frac{\frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{25}{\sqrt{3}} = 14.43$$

תשובה: שטח המשולש הוא $\frac{25}{\sqrt{3}}$ **יח"ר (** 14.43 **יח"ר)**

א. ΔABC **ו-** ΔDEF **שווי צלעיות ולכן כל זוויותיהם שוות** $60°$.

$\sphericalangle ADE = \alpha$ **(נתון)**

$\sphericalangle AED = 180° - (60° + \alpha) = 120° - \alpha$ **(סכום זוויות משולש** ΔAED $180°$**)**

$\sphericalangle BEF = 180° - (120° - \alpha + 60°) = \alpha$ **(זווית שטוחה שווה** $180°$**)**

$\sphericalangle EFB = 180° - (60° + \alpha) = 120° - \alpha$ **(סכום זוויות משולש** ΔEBF $180°$**)**

תשובה: $\sphericalangle EFB = 120° - \alpha$, $\sphericalangle BEF = \alpha$, $\sphericalangle B = 60°$

ב. $DE = a$ **(נתון) ולכן גם** $EF = DF = DE = a$ **(** ΔDEF **שווה צלעות)**

$\sphericalangle DFC = 180° - (120° - \alpha + 60°) = \alpha$ **(זווית שטוחה שווה** $180°$**)**

$\sphericalangle FDC = 180° - (60° + \alpha) = 120° - \alpha$ **(סכום זוויות משולש** ΔFDC $180°$**)**

$\underline{\Delta EBF}$

$$\frac{BF}{\sin \sphericalangle BEF} = \frac{EF}{\sin \sphericalangle B}$$

$$\frac{BF}{\sin \alpha} = \frac{a}{\sin 60°}$$

$$\boxed{BF = \frac{a \sin \alpha}{\sin 60°}}$$

$\underline{\Delta DFC}$

$$\frac{FC}{\sin \sphericalangle FDC} = \frac{DF}{\sin \sphericalangle C}$$

$$\frac{FC}{\sin(120° - \alpha)} = \frac{a}{\sin 60°}$$

$$\boxed{FC = \frac{a \sin(120° - \alpha)}{\sin 60°}}$$

$$BC = BF + FC = \frac{a \sin \alpha}{\sin 60°} + \frac{a \sin(120° - \alpha)}{\sin 60°} = \frac{a(\sin \alpha + \sin(120° - \alpha))}{\sin 60°}$$

תשובה: $BC = \frac{a(\sin \alpha + \sin(120° - \alpha))}{\sin 60°}$

ב. נתון: $DE \parallel BC$ **, ורדיוס המעגל החוסם את** ΔDEF **הוא** 4 **ס"מ.**

על פי משפט הסינוסים ΔDEF

$$\frac{a}{\sin 60°} = 2 \cdot 4$$

$$\boxed{a = 4\sqrt{3}}$$

כיוון ש- $DE \parallel BC$ **הרי שגם** $\alpha = 60°$**, ולכן כל המשולשים שווי צלעות,**

ומכאן ש- DE **קטע אמצעים ב-** ΔABC **ושווה למחצית הצלע השלישית, כלומר ל-** $2a$

תשובה: $8\sqrt{3}$ **ס"מ** $= BC$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-5}{x+3}$.

(1) הביטוי שבמכנה $x+3$ **מתאפס עבור** $x=-3$ **ולכן הפונקציה מוגדרת לכל** $x\neq-3$ **.**

תשובה: $x\neq-3$ **.**

(2) אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (2) **גדולה מחזקת פולינום המכנה** (1)

ולכן הביטוי $\frac{x^2-5}{x+3}$ **שואף ל-** $\pm\infty$ **כאשר** $x\to\pm\infty$ **ואין אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית - $x=-3$ **מאפס מכנה ולא מונה,**

ולכן הביטוי $\frac{x^2-5}{x+3}$ **שואף ל-** $\pm\infty$ **כאשר** $x\to-1$ **ובהתאם** $x=-3$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=-3$ **.**

(3) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן:**

$$0=\frac{x^2-5}{x+3}$$

$$0=x^2-5 \quad \to x=\pm\sqrt{5} \quad \to \boxed{(-\sqrt{5},0),(\sqrt{5},0)}$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן:**

$$f(0)=\frac{0^2-5}{0+3}=-1\frac{2}{3} \quad \to \boxed{(0,-1\frac{2}{3})}$$

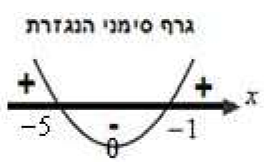
תשובה: $(-\sqrt{5},0),(\sqrt{5},0)$ **,** $(0,-1\frac{2}{3})$ **.**

(4) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה.

$$f'(x)=\frac{2x(x+3)-(x^2-5)}{(x+3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2+6x-x^2+5}{(x+3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}}$$



הנגזרת מתאפסת עבור $x=-1$ **,** $x=-5$ **, כאשר מכנה הנגזרת חיובי ועל פי גרף סימני הנגזרת משמאל.**

עבור $x=-5$ **נגזרת הפונקציה עוברת מחיוביות לשליליות, והפונקציה עוברת מעלייה לירידה וזו נקודת מקסימום.**

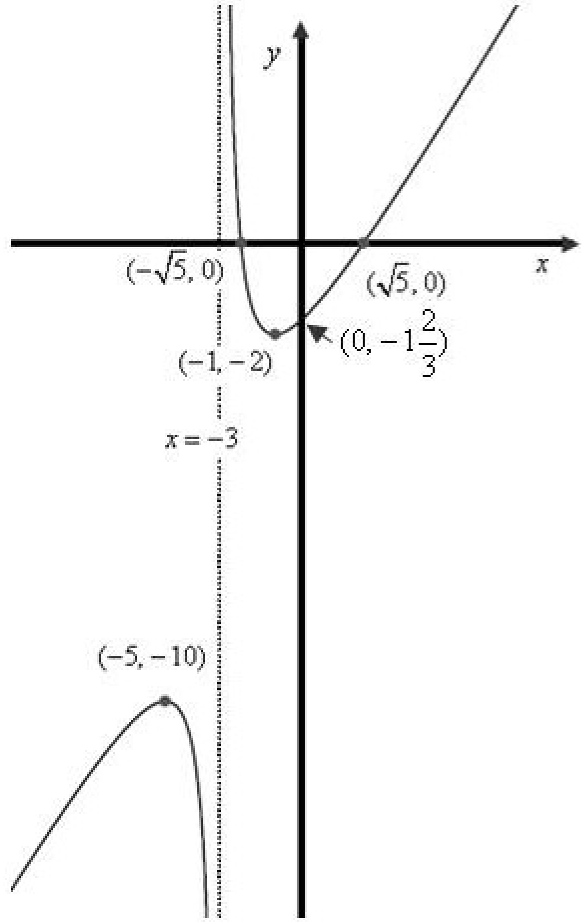
$$f(-5)=\frac{(-5)^2-5}{-5+3}=-10 \quad \to \boxed{(-5,-10)}$$

עבור $x=-1$ **נגזרת הפונקציה עוברת משליליות לחיוביות לשליליות, והפונקציה עוברת מירידה לעלייה וזו נקודת מינימום.**

$$f(-1)=\frac{(-1)^2-5}{-1+3}=--2 \quad \to \boxed{(-1,-2)}$$

תשובה: תשובה: $(-5,-10)$ מקסימום, $(-1,-2)$ מינימום .

(5) הסקיצה המתאימה



ב. (1) $f'(x)=\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$

אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (2) **שווה לחזקת פולינום המכנה** (2)

ולכן הביטוי $\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$ **שואף ל-** 1 **כאשר** $x\to\infty$ **ובהתאם ו-** $y=1$ **אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית - $x=-3$ **מאפס מכנה ולא מונה,**

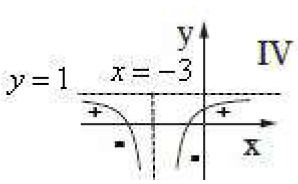
ולכן הביטוי $\dfrac{x^2-3}{(x+1)^2}$ **שואף ל-** ∞ **כאשר** $x\to-3$ **ובהתאם** $x=-3$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $y=1$ **,** $x=-3$ **.**

(2) גרף IV **מתאים לגרף הנגזרת, בהתאם לתחומי החיוביות שליליות, שפורטו בסעיף א (4),**

וכן לאסימפטוטות, שצוינו בסעיף ב (1).

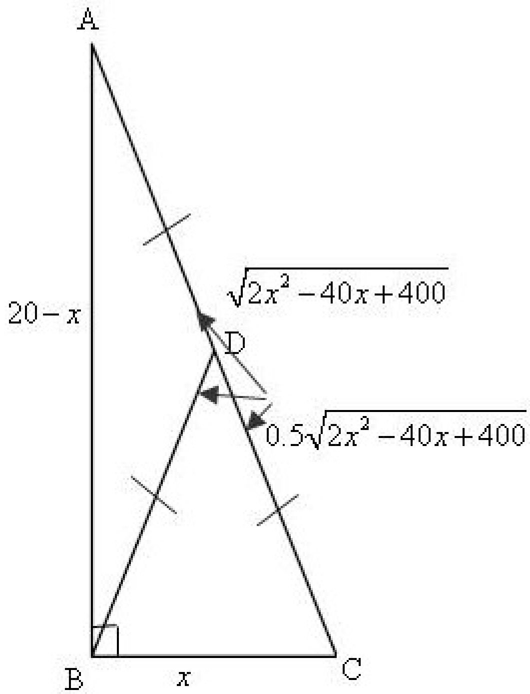
תשובה: גרף IV.



א. הפונקציה שיש להביא *למינימום* **היא** *אורך התיכון ליתר.*

נסמן $AB = x$ **וכיוון שסכום הניצבים הוא** 20 **ס"מ, הרי ש-** $BC = 20 - x$.

התיכון ליתר שווה למחצית היתר.



על פי משפט פיתגורס: $AC = \sqrt{x^2 + (20-x)^2}$

$$AC = \sqrt{2x^2 - 40x + 400}$$

$$\boxed{BD = 0.5\sqrt{2x^2 - 40x + 400}}$$

$$(BD)' = \frac{0.5(4x-40)}{2\sqrt{2x^2 - 40x + 400}}$$

$$\boxed{(BD)' = \frac{4x-40}{4\sqrt{2x^2 - 40x + 400}}}$$

$$0 = 4x - 40$$

$$4x = 40$$

$$\boxed{x = 10}$$

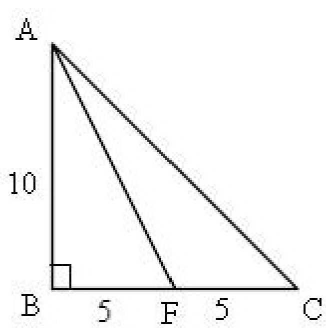
מכנה הנגזרת הראשונה חיובי

$(BD)'(9) = 4\cdot 9 - 40 < 0 \ \searrow, \quad (BD)'(11) = 4\cdot 11 - 40 < 0 \nearrow$

עבור $x = 10$ **אורך התיכון ליתר מינימלי (הפונקציה עוברת מירידה לעלייה).**

תשובה: אורכי הניצבים 10 **ס"מ (משולש ישר זווית שווה שוקיים).**

ב. נחשב את אורך התיכון לניצב (המשולש שווה שוקיים לכן שני התיכונים לניצבים שווים זה לזה.).



$BF = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} =$ 5 **ס"מ**

$AF = \sqrt{10^2 + 5^2} =$ 11.18 **ס"מ**

תשובה: אורך התיכונים למיצבים הוא 11.18 **ס"מ .**

א. נתונו הפונקציות $f(x)=1-\cos 2x$, $g(x)=\sin 2x$ **בתחום** $0\le x\le \pi$ **.**

כיוון שבסעיף ב' יש למצוא את שיעורי ה- x **של נקודות החיתוך, נמצא אותן תחילה וזה יקל על הזיהוי.**

$$\sin 2x = 1-\cos 2x$$
$$2\sin x\cos x = 1-(1-2\sin^2 x)$$
$$2\sin x\cos x = 1-1+2\sin^2 x$$
$$2\sin x\cos x - 2\sin^2 x = 0$$
$$2\sin x(\cos x-\sin x)=0$$
$$\sin x = 0 \qquad \cos x=\sin x \to \tan x = 1$$
$$x=\pi k \qquad x=\frac{\pi}{4}+\pi x$$

k	$x=\pi k$	$x=\frac{\pi}{4}+\pi x$
0	$x=0$	$x=\frac{\pi}{4}$
1	$x=\pi$	

נציב $x=\frac{\pi}{6}$ **בתבניות הפונקציות:** $f(\frac{\pi}{6})=1-\cos(2\cdot\frac{\pi}{6})=0.5,\ g(\frac{\pi}{6})=\sin(2\cdot\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **.**

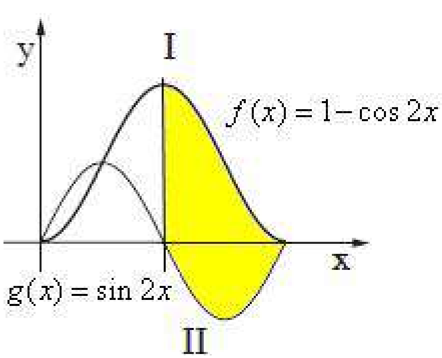
קבלנו שעבור $0<x<\frac{\pi}{4}$ **מתקיים** $g(x)>f(x)$**, כלומר הגרף של** $g(x)$ **הוא העליון.**

תשובה: $g(x)$ **גרף** II **,** $f(x)$ **גרף** I**.**

ב. הפתרון על פי הסעיף הקודם.

תשובה: $x=0$ **,** $x=\frac{\pi}{4}$ **,** $x=\pi$

ג. נעביר את הישר $x=\frac{\pi}{2}$**, שחותך את** $g(x)$ **בנקודת החיתוך שלה עם ציר -** x **(** $\sin\pi=0$**).**



$$S=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(1-\cos 2x-\sin 2x)dx$$
$$S=x-0.5\sin 2x+0.5\cos 2x\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$
$$S=(\pi-0.5\sin(2\cdot\pi)+0.5\cos(2\cdot\pi))-(\frac{\pi}{2}-0.5\sin(2\cdot\frac{\pi}{2})+0.5\cos(2\cdot\frac{\pi}{2}))$$
$$S=(\pi+0.5)-(\frac{\pi}{2}-0.5)$$
$$\boxed{S=\frac{\pi}{2}+1}$$

תשובה: גודל השטח $\frac{\pi}{2}+1$ **יח"ר.**