א. רדיוס מעגל I **הוא** r **ורדיוס מעגל** II **הוא** R **.**

נתון כי R **גדול ב-** 30% **מ-** r **, ולכן** $R=1.3r$ $(\frac{100+30}{100}=1.3)$ **.**

נוסחת שטח עיגול היא πR^2 **.**

שטח מעגל I **הוא** πr^2**.**

שטח מעגל II **הוא** $\pi(1.3)r^2=1.69\pi r^2$**.**

לכן יחס השטחים בין עיגול II **לעיגול** I **הוא** 1.69 **.**

מכאן ששטח עיגול II **גדול משטח עיגול** I **ב-** 69% **(** $1.69=\frac{100+P}{100}$ **)**

תשובה: שטח עיגול II **גדול משטח עיגול** I **ב-** 69%**.**

ב. נתון כי שטח עיגול II **גדול ב-** 54.165 **משטח עיגול** I **.**

נסמן שטח עיגול I **ב-** S **ובהתאם שטח עיגול** II **גדול ממנו ב-** $0.69S$ **.**

לכן $0.69S=54.165$ **ומכאן ש-** $S=78.5$ **.**

$$78.5=\pi r^2$$
$$78.5=3.14r^2$$
$$25=r^2$$
$$r=5cm \quad (r>0)$$

תשובה: אורך הרדיוס r **הוא** 5 **ס"מ.**

א. נציב $y=8$ **במשוואת הצלע** BC**:** $y=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$ **,**

ונקבל $8=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$**, ומכאן** $x_B=2$ **ובהתאם** $B(2,8)$**.**

משוואת הישר OC **היא** $y=1.5x$ **. נציב** $y=1.5x$ **במשוואת הצלע** BC**:**

$1.5x=\frac{1}{4}x+7\frac{1}{2}$ **, ומכאן** $x_C=6$ **ובהתאם** $C(6,9)$**.**

תשובה: $B(2,8)$ **,** $C(6,9)$**.**

ב. (1) צלעות המלבן מאונכות זו לזו, ובהתאם השיפועים הופכים לנגדיים.

$m_{BC}=\frac{1}{4}$ **, ובהתאם** $m_{BA}=-4$**, .**

נמצא את משוואת הצלע AB **:** $y-8=-4(x-2)$ **ולכן** $y=-4x+16$ **.**

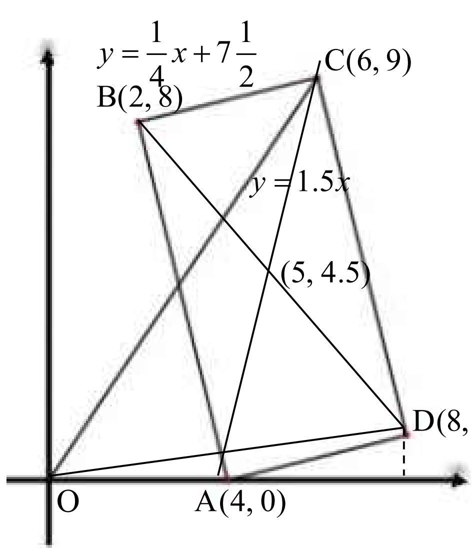
נציב $y_A=0$ **ונקבל** $x_A=4$ **ולכן** $A(4,0)$**.**

תשובה: $A(4,0)$**.**

(2) נמצא את שיעורי נקודת מפגש אלכסוני המלבן.

$$(\frac{4+6}{2},\frac{0+9}{2}) \quad \to (5,4.5)$$

תשובה: שיעורי נקודת המפגש הם $(5,4.5)$**.**



ב. נמצא את שיעורי הקדקוד D **.**

$$\left.\begin{aligned} 5&=\frac{2+x_D}{2} \\ 4.5&=\frac{8+x_D}{2} \end{aligned}\right\} D(8,1)$$

AO **מונח על ציר ה-** x**, ואורכו הוא** $4-0=4$**.**

הגובה לצלע זו הוא חיצוני ואורכו $y_D-0=1-0=1$ **.**

$$S_{\Delta OAD}=\frac{AO\cdot h_{AO}}{2}=\frac{4\cdot 1}{2}=2$$

שטחו של ΔOAB **הוא** 2 **יח"ר.**

א. נגדיר את המאורעות:

A **- בוחרים בענת** B **- תומכים באבי** C **- תומכים בדוד**

D **- בנים** $\overline{D}$ **- בנות**

	A **ענת**	B **אבי**	**דוד**	
D**- בנים תומכים**	100	200	100	400
$\overline{D}$ **- בנות תומכות**	200	150	50	400
	300	350	150	800

ניתן לחלק כל אחד מהנתונים הכמותיים במספר המשתתפים במרחב המדגם ($N(S) = 800$ **),**

או להישאר עם הנתונים הכמותיים ובכל סעיף להציב אותם.

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{350}{800} = \frac{7}{16}$$

תשובה: ההסתברות שהתלמיד שנבחר באקראי תומך באבי היא $\frac{7}{16}$ **.**

ב. נמצא את ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי ותומך בענת – הוא בת.

$$P(\overline{D} / A) = \frac{N(\overline{D} \cap A)}{N(A)} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

ג. (1) נמצא את ההסתברות שתלמיד שאינו תומך בענת – הוא תומך בדוד.

$$P(C / \overline{A}) = \frac{N(C \cap \overline{A})}{N(\overline{A})} = \frac{150}{500} = 0.3$$

תשובה: ההסתברות היא 0.3**.**

(2) נחשב את ההסתברות שמתוך 5 **תלמידים שאינם בוחרים בענת – לפחות** 1 **תומך בדוד.**

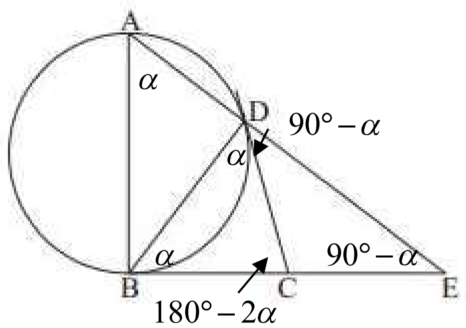
המאורע המשלים הוא ש- 0 **מתוכם תומכים בדוד.**

בתת סעיף ג(1) מצאנו כי 0.3 **היא ההסתברות שתלמיד שלא תומך בענת – הוא תומך בדוד.**

כלומר חמישה תומכים בענת וההסתברות היא 0.7^5 **.**

ולכן ההסתברות שלפחות אחד תומך בדוד היא : $1 - 0.7^5 = 0.8319$

תשובה: ההסתברות היא 0.8319 **.**



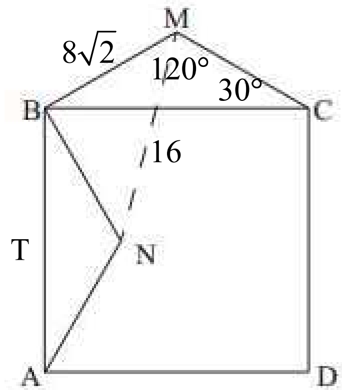
נתונים

1. BC **משיק ב-** B **2.** CD **משיק ב-** D **3.** AB **קוטר במעגל**

צ"ל: א. $\sphericalangle DCB = 2 \cdot \sphericalangle E$ **ב** $BD^2 = AD \cdot DE$ **ג.** DC **תיכון ב-** ΔBDE

הסבר		טענה	נימוק
1	4	BC **משיק ב-** B	נתון
2	5	CD **משיק ב-** D	נתון
5 ,4	6	$CD = CB$	שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה
6	7	$\sphericalangle CDB = \sphericalangle CBD = \alpha$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ב- ΔBDC וסימון
7 ,4	8	$\sphericalangle A = \sphericalangle CBD = \alpha$	זוויות בין משיק למיתר וכלל המעבר
3	9	AB **קוטר במעגל**	נתון
9	10	$\sphericalangle ABE = 90°$	הקוטר מאונך למשיק בנקודת ההשקה
10 ,8	11	$\sphericalangle E = 90° - \alpha$	סכום זוויות $180°$ ΔABE
7	12	$\sphericalangle DCB = 180° - 2\alpha$	סכום זוויות $180°$ ΔBDC
12 ,11	13	$\sphericalangle DCB = 2 \cdot \sphericalangle E$	חישוב
		מ.ש.ל. א	
9	14	$\sphericalangle BDA = 90°$	זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא ישרה
14 ,10	15	$BD^2 = AD \cdot DE$	הגובה ליתר שווה למכפלת ההיטלים שלו על היתר (הערה – ניתן גם להראות כי $\Delta ABD \sim \Delta BED$)
		מ.ש.ל. ב	
14 ,7	16	$\sphericalangle EDC = 90° - \alpha$	זווית שטוחה שווה ל- $180°$
16 ,11	17	$\sphericalangle EDC = \sphericalangle E$	כלל המעבר
17	18	$CD = CE$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ב- ΔDEC
18 ,6	19	$CD = CE = CB$	כלל המעבר
19	20	DC **תיכון ב-** ΔBDE	חוצה את הצלע BE
		מ.ש.ל. ג	

בגרות עד פברואר 14 מועד חורף שאלון 35804



נתונים

1. ΔMBC **שווה שוקיים ב-** $(MC = MB)$

2. $ABCD$ **ריבוע**

3. $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ **בהתאמה (על-פי סדר קדקודים)**

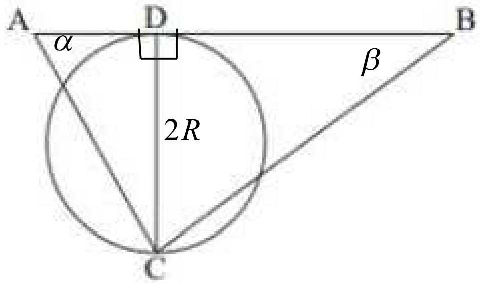
עבור ג: 4. $MN = 16$ **ס"מ** **5.** $\sphericalangle BMC = 120°$

צ"ל: א. $\sphericalangle MBN = 90°$ **ב** $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$ **ג. צלע הריבוע**

הסבר		טענה	נימוק
3	6	$\Delta NBA \cong \Delta MBC$ **בהתאמה**	נתון
6	7	$\sphericalangle MBC = \sphericalangle NBA$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
2	8	$ABCD$ **ריבוע**	נתון
8	9	$\sphericalangle ABC = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
9	10	$\sphericalangle NBC = 90° - \sphericalangle NBA$	הפרש זוויות
10	11	$\sphericalangle MBN = 90° - \sphericalangle NBA + \sphericalangle MBC$	סכום זוויות
7, 11	12	$\sphericalangle MBN = 90°$	הצבה וחישוב
מ.ש.ל. א			
6	13	$NB = MB$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
13	14	$\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔMBN
מ.ש.ל. ב			
4	15	$MN = 16$ **ס"מ**	נתון
12, 13, 15	16	$BM = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$ **ס"מ**	משפט פיתגורס ב- ΔMBN שווה שוקיים וישר זווית
5	17	$\sphericalangle BMC = 120°$	נתון
1	18	ΔMBC **שווה שוקיים**	נתון
17, 18	19	$\sphericalangle MCB = 30°$	זווית בסיס שוות במשולש שווה שוקיים ΔMBC וסכום זוויות $180°$
16, 17, 19	20	$\frac{BC}{\sin 120°} = \frac{BM}{\sin 30°}$ $BC = \frac{8\sqrt{2}\sin 120°}{\sin 30°}$ $BC = 8\sqrt{6}\ cm$	משפט סינוסים ΔBMC (הערה – ניתן גם לעבוד עם משפט פיתגורס , לאחר הורדת גובה לצלע BC במשולש $30°, 60°, 90°$)
מ.ש.ל. ג			

א. $\sphericalangle BAC=\alpha$ **,** $\sphericalangle ABC=\beta$ **(נתון).**

AB **משיק בנקודה** D **למעגל, שקוטרו** CD **ולכן מאונך לקוטר.**



ΔBDC

$$tg\beta=\frac{DC}{DB}$$

$$\boxed{DB=\frac{2R}{tg\beta}}$$

ΔADC

$$tg\alpha=\frac{DC}{AD}$$

$$\boxed{DB=\frac{2R}{tg\alpha}}$$

$$AB=AD+BD$$

$$AB=\frac{2Rtg\beta+2Rtg\alpha}{tg\alpha tg\beta}$$

$$\boxed{AB=\frac{2R(tg\beta+tg\alpha)}{tg\alpha\ tg\beta}}$$

תשובה: $AB=\frac{2R(tg\beta+tg\alpha)}{tg\alpha\ tg\beta}$ **.**

ב. נתון כי $\alpha=\beta$ **ושטח המשולש** ABC **הוא** $4R^2$ **.**

<u>דרך פתרון ראשונה</u>

ΔABC **שווה שוקיים.**

DC **הוא גובה לבסיס** AB **ולכן גם תיכון.**

$$S_{\Delta ABC}=4R^2$$

$$4R^2=\frac{AB\cdot DC}{2}$$

$$8R^2=2R\cdot DC \quad /:2R$$

$$\boxed{DC=4R}$$

מתקבל שהתיכון שווה למחצית הצלע,

אותה הוא חוצה. לכן, המשולש ישר זווית

על פי המשפט ההפוך לתיכון ליתר.

$$\boxed{\sphericalangle ACB=90°}$$

<u>דרך פתרון שנייה</u>

$$AB=\frac{2R(tg\alpha+tg\alpha)}{tg\alpha\ tg\alpha}=\frac{2R\cdot 2tg\alpha}{tg^2\alpha}=\frac{4R}{tg\alpha}$$

$$S_{\Delta ABC}=4R^2$$

$$4R^2=\frac{AB\cdot DC}{2}$$

$$8R^2=AB\cdot DC$$

$$8R^2=\frac{4R}{tg\alpha}\cdot 2R$$

$$8R^2=\frac{8R^2}{tg\alpha} \quad /:4R^2>0$$

$$1=\frac{1}{tg\alpha}$$

$$tg\alpha=1$$

$$\alpha=45°$$

$$\sphericalangle ACB=180°-2\cdot 45°$$

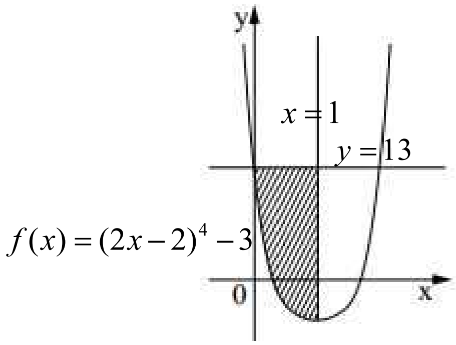
$$\boxed{\sphericalangle ACB=90°}$$

תשובה: $\sphericalangle ACB=90°$ **.**

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=(2x-2)^4-3$.

תשובה: תחום ההגדרה כל x .

ב. נמצא את שיעור ה- x **של נקודת המינימום.**



$f'(x)=4(2x-2)^3\cdot 2$

$\boxed{f'(x)=8(2x-2)^3}$

$0=2x-2$

$x=1$

$$\left.\begin{matrix} f'(0)=8(2\cdot 0-0)^3<0 \\ f'(2)=8(2\cdot 2-2)^3>0 \end{matrix}\right\} Min$$

ובהתאם משוואת האנך היא $x=1$.

(הערה – לא חובה להוכיח מינימום כי הגרף נתון.)

בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$.

$f(0)=(2\cdot 0-2)^4-3=13$.

ובהתאם משוואת הישר המקביל לציר ה- x **היא** $y=13$.

תשובה: $x=1$ **,** $y=13$.

ג. הפרש הפונקציות: $13-((2x-2)^4-3)=13-(2x-2)^4+3=16-(2x-2)^4$

$$S=\int_0^1(16-(2x-2)^4\ )dx$$

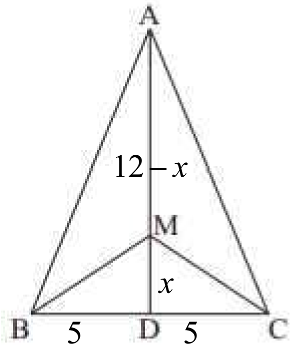
$$S=(16x-\frac{(2x-2)^5}{2\cdot 5}\Big]_0^1$$

$$\left.\begin{matrix} x=1 \quad 16\cdot 1-\dfrac{(2\cdot 1-2)^5}{10}=16 \\ x=0 \quad 16\cdot 0-\dfrac{(2\cdot 0-2)^5}{10}=3.2 \end{matrix}\right\} S=16-3.2$$

$\boxed{S=12.8}$

תשובה: גודל השטח 12.8 .

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* **היא** *סכום הקטעים* $AM+MB+MC$.



אורך הגובה לבסיס 12 **ס"מ** $= AD$,

ולכן הוא גם תיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים ABC .

$\Delta CDM \cong \Delta BDM$ **על פי משפט חפיפה צלע זווית צלע, ולכן** $MB = MC$.

אורך הבסיס 10 **ס"מ** $= BC$ **, ולכן** 5 **ס"מ** $DC = DB =$.

נסמן $MD = x$ **ובהתאם** $AM = 12 - x$.

על פי משפט פיתגורס ב- ΔCDM **מתקיים:** $MC = \sqrt{x^2+25}$

ולכן מתקיים גם $MB = \sqrt{x^2+25}$.

פונקציית סכום הקטעים היא: $\boxed{f(x) = 12 - x + 2\sqrt{x^2+25}}$

$$f'(x) = -1 + \frac{2\cdot 2x}{2\sqrt{x^2+25}}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-\sqrt{x^2+25}+2x}{\sqrt{x^2+25}}}$$

$$-\sqrt{x^2+25}+2x = 0$$

$$2x = \sqrt{x^2+25} \quad \to (2x)^2 = x^2+25$$

$$4x^2 = x^2 + 25 \quad \to$$

$$3x^2 = 25$$

$$\boxed{x = \frac{5}{\sqrt{3}}} \quad (x>0) \quad \text{test}: -\sqrt{(\frac{5}{\sqrt{3}})^2+25}+2\cdot\frac{5}{\sqrt{3}} = 0 \quad \to 0=0 \quad o.k.$$

$$\left.\begin{aligned} f'(2) &= \frac{-\sqrt{2^2+25}+2\cdot 2}{+} = -1.38 < 0 \\ f'(3) &= \frac{-\sqrt{3^2+25}+2\cdot 3}{+} = 0.17 > 0 \end{aligned}\right\} Min$$

תשובה: $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$ **, עבורו סכום הקטעים** $AM+MB+MC$ **הוא מינימלי.**

ב. עבור $x = \frac{5}{\sqrt{3}}$ **, כאשר** MD **הוא גם חוצה זווית הראש ב-** ΔBMC .

$\underline{\Delta MDC}$

$$tg\sphericalangle DMC = \frac{DC}{DM} = \frac{5}{5/\sqrt{3}} = \sqrt{3} \quad \to \sphericalangle DMC = 60°$$

$$\boxed{\sphericalangle BMC = 120°}$$

תשובה: $\sphericalangle BMC = 120°$

א. נתונה פונקציית הנגזרת: $\boxed{f'(x) = x - \frac{16}{x^3}}$ $x \neq 0$.

(1) נמצא את שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון של הפונקציה** $f(x)$

$$0 = x - \frac{16}{x^3}$$

$$0 = x^4 - 16$$

$$16 = x^4$$

$$x = \pm 2$$

$$f''(x) = 1 - \frac{16 \cdot 3x^2}{x^6} = 1 - \frac{48}{x^4}$$

$$f''(2) = f''(-2) = 1 - \frac{48}{16} > 0 \quad \rightarrow Min$$

תשובה: $x = \pm 2$ **מינימום.**

(2) נתון כי שיעור ה- y **של נקודות הקיצון של** $f(x)$ **הוא** 4**, לכן** $f(2) = 4$.

$$f(x) = \int (x - \frac{16}{x^3})\, dx$$

$$f(x) = \int (x - 16x^{-3})\, dx$$

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{16x^{-2}}{-2} + c = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2} + c$$

$$4 = \frac{2^2}{2} + \frac{8}{2^2} + c \quad \rightarrow c = 0$$

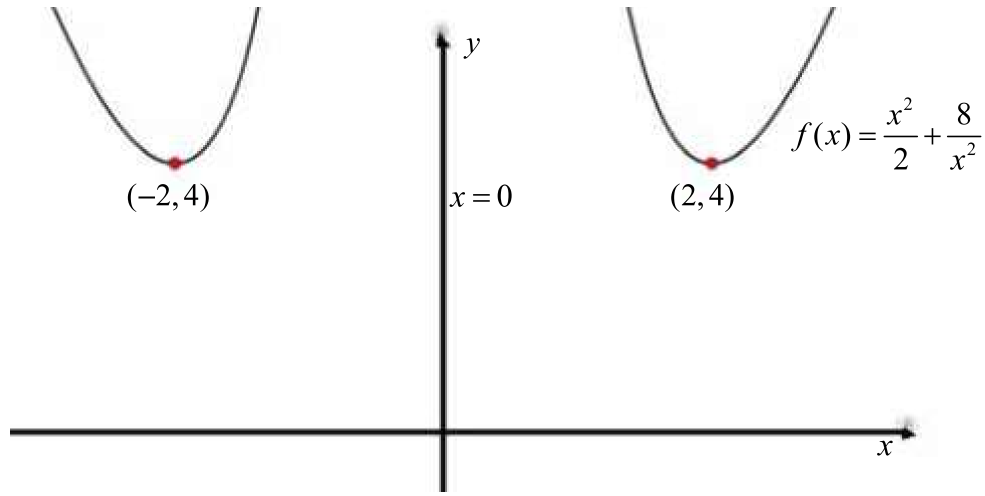
$$\boxed{f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}}$$

תשובה: $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$.

ב. (1) $x=0$ **מאפס את המונה ולא את המכנה לכן הישר** $x=0$ **מהווה אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $x=0$.

על פי שיעורי נקודות הקיצון $(2,4)$ **ו-** $(-2,4)$ **והאסימפטוטה האנכית** $x=0$ **.**



(2) נתון כי לפונקצית הנגזרת $f'(x)=x-\frac{16}{x^3}$ **אין נקודות קיצון.**

$x=0$ **אסימפטוטה אנכית גם לגרף הנגזרת.**

על פי תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ **ידוע כי:**

$f'(x)>0$ **כאשר** $f(x)$ **עולה, כלומר עבור** $2<x$ **או** $-2<x<0$

$f'(x)<0$ **כאשר** $f(x)$ **יורדת, כלומר עבור** $0<x<2$ **או** $x<-2$