א. נסמן ב- x (ימים) את מספר הימים המתוכנן של הטיול, וב- y (שקלים) את סכום הכסף המתוכנן ליום.

ההוצאה הכוללת המתוכננת הייתה $1,400$ שקל והמשוואה המתאימה: $xy=1400$.

בחמשת הימים הראשונים היתה הוצאה ליום, כפי שתוכנן, ולכן הסתכמה ב- $5y$.

מספר הימים שנותר הוא $x-5$, ומכיוון שהטיול התארך ביום אחד – נותרו $x-4$ ימים,

כאשר סכום ההוצאות לכל יום היה $y+100$.

יוסי הוציא $1,900$ שקל בסך הכול, והמשוואה המתאימה $5y+(x-4)(y+100)=1900$.

$$\begin{cases} xy=1400 \\ 5y+(x-4)(y+100)=1900 \end{cases}$$

$$5y+xy+100x-4y-400=1900$$

$$y+1400+100x=2300 \quad \leftarrow xy=1400$$

$$\boxed{y=-100x+900}$$

$$x(-100x+900)=1400$$

$$-100x^2+900x-1400=0$$

$$\boxed{x=7} \quad \cancel{x=2}$$

$$y=-100\cdot 7+900$$

$$\boxed{y=200}$$

הפתרון השני נפסל, כי מספר הימים המתוכנן גדול מחמישה.

תשובה: הטיול תוכנן לשבעה ימים, וההוצאה המתוכננת ליום הייתה 200 שקל.

ב. ההוצאה ליום גדלה מ- 200 שקל ל- 300 שקל, כלומר במחצית מההוצאה המתוכננת, או ב- 50%.

תשובה: ההוצאות ליום (לאחר חמשת הימים הראשונים) גדלו ב- 50%, לעומת ההוצאות המתוכננות ליום.

א. שיפוע הצלע BC **הוא** $m_{\mathrm{BC}}=\frac{-2-2}{6+2}=\frac{-4}{8}=-\frac{1}{2}$ **, ולכן שיפוע האנך האמצעי (ההופכי והנגדי) הוא** 2 **.**

אמצע הקטע BC **הוא** $(\frac{6-2}{2},\frac{-2+2}{2})\rightarrow(2,0)$ **.**

משוואת האנך האמצעי לצלע BC **:** $y-0=2(x-2) \quad \rightarrow y=2x-4$

תשובה: משוואת האנך האמצעי לצלע BC **היא** $y=2x-4$ **.**

ב. מרכז המעגל החוסם את המשולש הוא מפגש אנכים אמצעיים.

$$\begin{cases} y=2x-4 \\ y=-3x+11 \end{cases}$$

$$2x-4=-3x+11$$

$$5x=15$$

$$x=3 \quad \rightarrow y=2 \quad \rightarrow \mathrm{M}(3,2)$$

$$R=d_{\mathrm{MC}}=x_{\mathrm{M}}-x_{\mathrm{C}}=3-(-2)=5$$

(הרדיוס חוּשַׁב כך, כיוון ש $y_{\mathrm{M}}=y_{\mathrm{C}}$ **והאורך הוא הפרש ה-** x **-ים).**

תשובה: משוואת המעגל החוסם את $\Delta\mathrm{ABC}$ **היא** $(x-3)^2+(y-2)^2=25$ **.**

ג. (1) נציב את שיעורי הקדקוד $\mathrm{B}(6,-2)$ **במשוואת האנך האמצעי לצלע** AC **.**

$$-2=-3\cdot 6+11$$

$$-2=-7$$

מכאן שהאנך האמצעי לצלע AC **אינו עובר דרך הקדקוד** B **.**

תשובה: לא.

(2) על פי תת סעיף ג(1) האנך האמצעי לצלע AC **, אינו גובה ותיכון מהקודקוד** B **,**
ולכן הקדקוד B **אינו קדקוד הראש של משולש שווה שוקיים.**
תשובה: $\mathrm{BA}\neq\mathrm{BC}$ **.**

א. בקופסה כדורים בשלושה צבעים: 2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים וכדור לבן אחד, סה"כ 5 כדורים.
ישנן שש אפשרויות להוצאת שני כדורים בצבעים שונים, (א,כ), (א,ל), (כ,א), (כ,ל), (ל,א), (ל,כ).
כאשר, לאחר הוצאת הכדור הראשון נשארים רק ארבעה כדורים בכד (הוצאה ללא חזרה).

לכן: $P(\text{different colurs}) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{4}{5}$ בהוצאת מטפחת אחת משקית א'.

ההסתברות להוצאת שני כדורים בצבעים שונים, ללא החזרה, היא: $\frac{4}{5}$.

ב. נחשב את ההסתברות להוצאת כדור לבן וכדור אדום- (ל,א), (א,ל),
אם ידוע שהוצאו שני כדורים בצבעים שונים.

$$P(\text{one white one red /different colours}) = \frac{P(\text{one white one red} \cap \text{different colours})}{P(\text{different colours})}$$

$$P(\text{one white one red /different colours}) = \frac{\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{4}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{4}$.

ג. לאחר שתי הוצאות של כדורים, יישארו בקופסה כדורים משלושה צבעים,
רק אם הוצא כדור אחד אדום וכדור שני כחול – (א,כ) , (כ,א).

$$P = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{2}{5}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{5}$.

נתונים

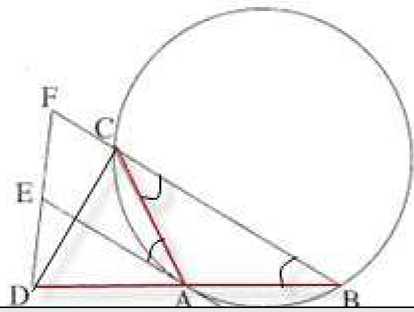
.1 ΔABC **שווה שוקיים,** $AB = AC$.

.2 $DA = AB$

.3 EA **משיק למעגל בנקודה** A .

צ"ל: א. AB **קטע אמצעים ב-** ΔBDF .

ב. $DC \perp BC$.



הסבר		טענה	נימוק
3	4	EA משיק למעגל בנקודה A	נתון
4	5	$\sphericalangle EAC = \sphericalangle B$	זווית בין משיק למיתר
1	6	$AB = AC$	נתון
6	7	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle B$	מול צלעות שוות זוויות שוות ΔABC
5	8	$\sphericalangle ACB = \sphericalangle EAC$	כלל המעבר
8	9	$AE \parallel BC$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
2	10	$DA = AB$	נתון
9, 10	11	AB קטע אמצעים ב- ΔBDF	יוצא מאמצע צלע ומקביל לצלע שממול
		מ.ש.ל. א	
6, 10	11	$AC = \frac{DB}{2}$	חישוב
11	12	$DC \perp BC$	אם תיכון שווה למחצית הצלע שממול אז המשולש ישר זווית (משפט הפוך לתיכון ליתר)
		מ.ש.ל. ב	

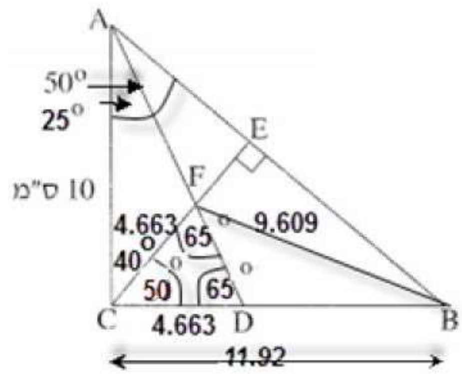
א. $\sphericalangle ACB = 90°$ **(נתון).**

$\sphericalangle CAB = 50°$ **(נתון).** $\sphericalangle CAD = 25°$ (AD **חוצה זווית** CAB).

$\sphericalangle ADC = 65°$. **(סכום זוויות** $180°$ ΔCDA). $\sphericalangle AEC = 90°$ **(נתון),** $\sphericalangle ACE = 40°$ **(סכום זוויות** $180°$ ΔCEA).

$\sphericalangle DCF = 50°$ **(הפרש זוויות).** $\sphericalangle CFD = 65°$ **(סכום זוויות** $180°$ ΔCDF).

$CD = CF$ **(מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות** ΔCDF)



$\underline{\Delta ACD}$

$$\tan 25° = \frac{CD}{AC}$$

$$10\tan 25° = CD$$

$$\boxed{CD = 4.663\,cm}$$

$$\boxed{CF = 4.663\,cm}$$

$$S_{\Delta CFD} = \frac{CD \cdot CF \cdot \sin\sphericalangle DCF}{2}$$

$$S_{\Delta CFD} = \frac{4.663^2 \sin 50°}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta CFD} = 8.329 cm^2}$$

תשובה: שטח ΔCDF **הוא** 8.329 **סמ"ר.**

ב. (1)

$\underline{\Delta ABC}$

$$\tan 50° = \frac{CB}{AC}$$

$$10\tan 50° = CB$$

$$\boxed{CB = 11.92\,cm}$$

$\underline{\Delta FBC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(FB)^2 = (CF)^2 + (BC)^2 - 2\cdot CF \cdot BC \cdot \cos\sphericalangle FCB$$

$$(FB)^2 = 4.663^2 + 11.92^2 - 2\cdot 4.663 \cdot 11.92 \cdot \cos 50°$$

$$(FB)^2 = 92.337$$

$$\boxed{FB = 9.609\ cm}$$

תשובה: 9.609 **ס"מ** $= FB$.

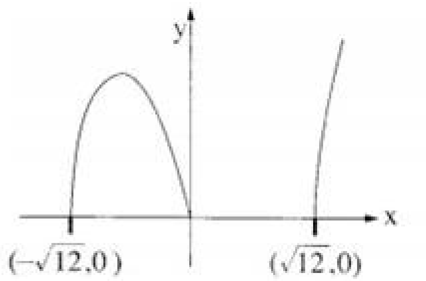
(2) ΔFEB **ישר זווית, כאשר** FB **הוא היתר, ולכן אמצע היתר הוא מרכז המעגל החוסם את המשולש.**

$$R = \frac{FB}{2} = \frac{9.609}{2} = 4.804\text{cm}$$.

תשובה: רדיוס המעגל החוסם את ΔFEB **הוא** 4.804 **ס"מ.**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{ax^3-12x}$.



על פי הגרף, הנתון, הפונקציה עוברת בנקודה $(\sqrt{12},0)$.

נציב את שיעורי הנקודה בתבנית הפונקציה:

$$0=\sqrt{a\sqrt{12}^3-12\sqrt{12}}$$
$$0=a\sqrt{12}^3-12\sqrt{12}$$
$$a=\frac{12\sqrt{12}}{\sqrt{12}^3}=1$$

תשובה: $a=1$.

ב. $f(x)=\sqrt{x^3-12x}$ **, ותחום ההגדרה הוא** $x\ge\sqrt{12}$ **,** $-\sqrt{12}\le x\le 0$.

על פי הציור, הנתון, יש שלוש נקודות מינימום מוחלט ונקודת מקסימום פנימית מקומית אחת.

$$\boxed{f'(x)=\frac{3x^2-12}{2\sqrt{x^3-12x}}}$$
$$0=3x^2-12$$
$$\cancel{x=2},\quad x=-2\ \to y=\sqrt{(-2)^3-12(-2)}=4\ \to \boxed{(-2,4)}$$

תשובה: $(-2,4)$ **מקסימום.**

ג. למשוואה $f(x)=k$ **, יש פתרון אחד, רק כאשר הישר** $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה פעם אחת בלבד.**

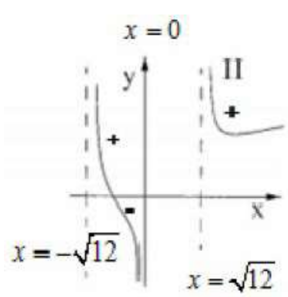
זה קורה כאשר הוא מעל לנקודת המקסימום, $(-2,4)$**, כלומר עבור** $k>4$.

תשובה: עבור $k>4$ **יש רק פתרון אחד למשוואה** $f(x)=k$.

ד. $$f'(x)=\frac{3x^2-12}{2\sqrt{x^3-12x}}$$

(1) $x=\sqrt{12}$ **,** $x=0$ **,** $x=-\sqrt{12}$ **מאפסים מכנה ולא מונה, ולכן ישרים אלה הם אסימפטוטות אנכיות.**

תשובה: $x=\sqrt{12}$ **,** $x=0$ **,** $x=-\sqrt{12}$ **- אסימפטוטות המאונכות לציר ה-** x **של פונקצית הנגזרת.**



(2) גרף II **הוא הגרף של פונקציית הנגזרת** $f'(x)$.

(א) ניתן לראות את שלוש האסימפטוטות האנכיות.

(ב) הגרף חיובי כאשר $f(x)$ **עולה, ושלילי כאשר** $f(x)$ **יורדת.**

תשובה: גרף II **הוא הגרף של פונקציית הנגזרת,** $f'(x)$.

א. נתונה הפונקציות $f(x)=-x^2+16$ **, ו-** $g(x)=-x^2-ax$ **.**

(1) לפונקציה $f(x)=-x^2+16$ **יש גרף של פרבולה הפוכה, בעלת מקסימום, ("בוכה") שקדקודה הוא** $(0,16)$ **,**
ובו עובר משיק המקביל לציר ה- x **.**

תשובה: משוואת המשיק היא $y=16$ **.**

(2) הפונקציה $g(x)=-x^2-ax$ **עוברת בנקודה** $(-4,16)$ **,**

$$16=-(-4)^2-a\cdot(-4)$$
$$32=4a \quad \rightarrow \boxed{a=8}$$

תשובה: $a=8$ **.**

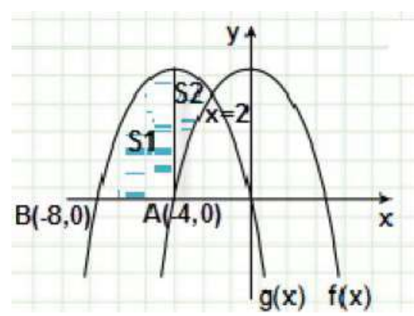
ב. נתונה הפונקציות $f(x)=-x^2+16$ **, ו-** $g(x)=-x^2-8x$ **.**

(1) נקודות החיתוך של $f(x)=-x^2+16$ **עם הצירים:** $(0,16)$ **, ו-** $(4,0),(-4,0) \leftarrow 0=-x^2+16$ **.**

נקודות החיתוך של $g(x)=-x^2-8x$ **עם הצירים:** $(0,16)$ **, ו-** $(0,0),(-8,0) \leftarrow 0=-x^2-8x$ **.**

תשובה: $f(x)$ - $(0,16)$, $(4,0)$, $(-4,0)$ **,** $g(x)$ - $(0,0)$, $(-8,0)$ **.**

(2) הסקיצות המתאימות, כלל סימון השטח המבוקש עבור סעיף ג.



ג. נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך שבין שני הגרפים.

$$-x^2+16=-x^2-8x$$
$$8x=-16 \quad \rightarrow x=-2$$

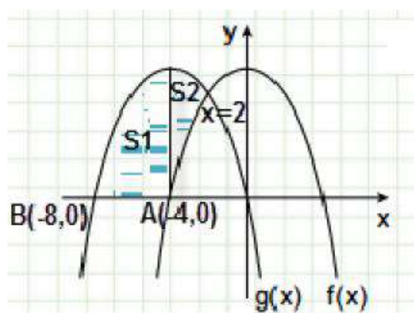
נחשב את השטח המבוקש על ידי חלוקתו לשני שטחים.

$$S_1=\int_{-8}^{-4}(-x^2-8x-0)\,dx$$
$$S_1=-\frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}\Big]_{-8}^{-4}$$
$$S_1=(-\frac{(-4)^3}{3}-4\cdot(-4)^2)-(-\frac{(-8)^3}{3}-4\cdot(-8)^2)$$
$$S_1=(-\frac{128}{3})-(-\frac{256}{3})$$
$$\boxed{S_1=42\frac{2}{3}}$$

$$S_2=\int_{-4}^{-2}(-x^2-8x-(-x^2+16)\,dx$$
$$S_2=\int_{-4}^{-2}(-8x-16)\,dx$$
$$S_2=-\frac{8x^2}{2}-16x\Big]_{-4}^{-2}$$
$$S_2=(16\cdot(-4)+4\cdot(-4)^2)-(16\cdot(-2)+4\cdot(-2)^2)$$
$$S_2=(0)-(-16)$$
$$\boxed{S_2=16}$$

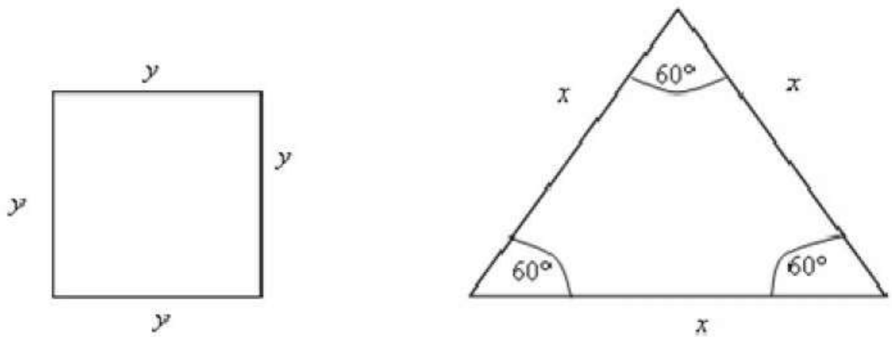
וגודל השטח כולו: $42\frac{2}{3}+16=58\frac{2}{3}$

תשובה: השטח הוא $58\frac{2}{3}$ **יח"ר.**



8

א. נסמן x **- אורך צלע המשולש ,** y **- אורך צלע הריבוע.**



הסכום של שני היקפים, היקף ריבוע והיקף משולש שווה צלעות, שווה ל- 9 **ס"מ,**

בהתאם: $3x+4y=9$

$$4y=9-3x$$

$$y=2.25-0.75x$$

תשובה: אורך צלע הריבוע הוא $2.25-0.75x$ **.**

ב. (1) שטח המשולש: $\frac{x\cdot x\cdot \sin 60}{2}=0.433x^2$

שטח הריבוע הוא: $(2.25-0.75x)^2=5.0625-3.375x+0.5625x^2$

תשובה: שטח המשולש הוא $0.433x^2$**, שטח הריבוע הוא** $5.0625-3.375x+0.5625x^2$ **.**

(2) הפונקציה שיש להביא למינימום היא סכום שטחי המשולש והריבוע.

$$S=5.0625-3.375x+0.5625x^2+0.433x^2$$

$$\boxed{S=5.0625-3.375x+0.9955x^2}$$

$$\boxed{S'=-3.375+1.991x}$$

$$0=-3.375+1.991x$$

$$1.991x=3.375$$

$$\boxed{x=1.695}$$

$$S''=1.991>0 \quad \to Min$$

תשובה: $x=1.695$ **, עבורו סכום שטחי הריבוע והמשולש יהיה מינימלי.**

ג. עבור $x=1.695$ **היקף המשולש הוא** 5.085 **ס"מ**$=1.695\cdot 3$ **, היקף הריבוע -** 3.915 **ס"מ**$=(2.25-0.75\cdot 1.695)\cdot 4$**.**

תשובה: היקף המשולש גדול יותר.