א. נסמן ב- x (קמ"ש) את מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה).

בהתאם $1.2x$ **היא מהירותו של אהוד לאחר המנוחה,** $\frac{100+20}{100}\cdot x=1.2x$ **,**

ומהירותה של תמר $x+3$**.**

כאשר נפגשו, אהוד ותמר, המרחק שעבר אהוד היה 30 **ק"מ והמרחק שעברה תמר היה** 40 **ק"מ** $=70-30$**.**

$s=vt$ **- המרחק** (s) **שווה למהירות** (v) **כפול זמן** (t)

נציב בטבלה המתאימה:

		זמן - t שעות	מהירות - v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
אהוד	התחלה	2	x	$2x$
	מנוחה	0.5	-	-
	המשך עד הפגישה	$\frac{30-2x}{1.2x}$	$1.2x$	$30-2x$
תמר	עד לפגישה	$\frac{40}{x+3}$	$x+3$	40

תמר הלכה עד הפגישה 2.5 **שעות, פחות מהזמן שאהוד הלך (כולל זמן המנוחה).**

המשוואה המתאימה היא : $\frac{40}{x+3}+2.5=2+0.5+\frac{30-2x}{1.2x}$**.**

נפתור את המשוואה:

$$\frac{40}{x+3}+2.5=2+0.5+\frac{30-2x}{1.2x}$$
$$\frac{40}{x+3}=\frac{30-2x}{1.2x}$$
$$48x=(x+3)(30-2x)$$
$$2x^2+24x-90=0$$
$$\boxed{x=3}\ o.k.\quad \cancel{x=-30}\quad \leftarrow x>0$$

תשובה: מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה) הייתה 3 **קמ"ש.**

ב. תמר הלכה 40 **ק"מ , במהירות של** 6 **קמ"ש , כלומר ב-** $\frac{40}{6}=6\frac{2}{3}$ **ק"מ,** 6 **שעות ו-** 40 **דקות.**

היא יצאה מאשקלון לכיוון תל-אביב בשעה $9:30$**, ולכן נפגשה עם אהוד בשעה** $16:10$ **.**

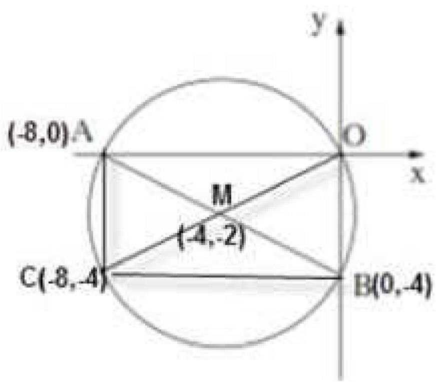
תשובה: אהוד ותמר נפגשו בשעה $16:10$**.**

א. כיוון שהמעגל עובר בראשית הצירים, הרי ש- $\sphericalangle AOB = 90°$ **ולכן** AB **קוטר, כי נשען על זווית היקפית ישרה.**

תשובה: כן, AB **קוטר.**

ב. נמצא את שיעורי מרכז המעגל, על פי נוסחת אמצע קטע AB **.**

$$\left.\begin{aligned} x_M &= \frac{-8+0}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \\ y_M &= \frac{0+(-4)}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{aligned}\right\} M(-4,-2)$$



נמצא את רדיוס המעגל, על פי נוסחת מרחק בין שתי נקודות.

$R = d_{MO} = \sqrt{(-4-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{20}$ **.**

תשובה: משוואת המעגל היא: $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 20$ **.**

ג. (1) שטח $\Delta BOC = 16$ **.**

כיוון שהצלע BO **מונחת על ציר ה-** y **, הרי שהגובה לצלע זו יהיה מאונך לציר ה-** y **.**

$$16 = \frac{BO \cdot h}{2}$$
$$32 = 4h$$
$$h = 8$$

קבלנו שאורך הגובה שווה לאורך הצלע AO **, שגם מאונכת ל-** BO **, ולכן** $x_C = x_A = -8$ **.**

(כל נקודה אחרת על המעגל, ברביע השלישי, תהייה במרחק גדול יותר, או קטן יותר , מהצלע BO **.)**

תשובה: $x_C = -8$ **.**

(2) מכאן גם ש- BC **מקביל לציר ה-** x **, ו-** $y_C = y_B = -4$ **.**

ניתן גם להציב $x_C = -8$ **במשוואת המעגל ולקבל את** $y_A = 0$ **ו-** $y_C = -4$ **.**

תשובה: $y_C = -4$ **.**

ד. BM **הוא תיכון לצלע** OC **ב-** ΔBOC **.**

התיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח, ולכן $S_{\Delta BMC} = \frac{16}{2} = 8$ **.**

תשובה: $S_{\Delta BMC} = 8$ **.**

א. נסמן ב- p **את ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי הוא תושב העיר.**

בהתאם $p^3 = 0.512$ **, ו-** $p = 0.8$ **.**

תשובה: ההסתברות שתלמיד שנבחר באקראי, מבין תלמידי בית הספר, הוא תושב העיר - היא 0.8 **.**

ב. יש למצוא את ההסתברות שבדיוק 3 **מתוך** 4 **תלמידים שנבחרו, הם תושבי העיר.**

זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 4$ **,** $p = 0.8$ **,** $k = 3$**.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k) = \binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$ **,**

$$\mathrm{P}_4(3) = \binom{4}{3}(0.8)^3(1-0.8)^{4-3}$$

$$\mathrm{P}_4(3) = \frac{4!}{4!(4-3)!} \cdot 0.8^3 \cdot 0.2^1$$

$$\mathrm{P}_4(3) = 4 \cdot 0.8^3 \cdot 0.2^1$$

$$\mathrm{P}_4(3) = 0.4096$$

תשובה: ההסתברות היא 0.4096 **.**

ג. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- תושבי העיר** $\quad\quad$ $\overline{A}$ **- לא תושבי העיר**

B **- בעלי טלפון נייד** $\quad\quad$ $\overline{B}$ **- אין להם טלפון נייד**

<u>נתונים ומשמעויות מיידיות</u>

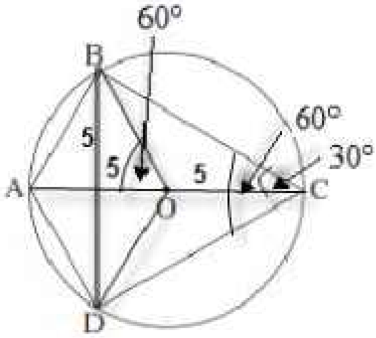
$$P(A)=0.8 \quad \to P(\overline{A})=0.2$$
$$P(\overline{B})=0.18 \quad \to P(B)=0.82$$
$$P(\overline{B}/A)=\frac{1}{8} \quad \to P(B/A)=\frac{7}{8}$$
$$P(\overline{B}/A)=\frac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}$$
$$\frac{1}{8}=\frac{P(\overline{B}\cap A)}{0.8}$$
$$P(\overline{B}\cap A)=0.1$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	תושבי העיר A	**לא תושבי העיר** $\overline{A}$	
בעלי טלפון נייד B	0.7	0.12	0.82
ללא טלפון נייד $\overline{B}$	0.1	0.08	0.18
	0.8	0.2	1

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.1}{0.18}=\frac{5}{9}$$

תשובה: ההסתברות לבחור תושב העיר, מבין התלמידים שאין להם טלפון נייד, היא $\frac{5}{9}$.



בגרות עז ינואר 17 מועד חורף שאלון 35804

נתונים

1. $ABCD$ **דלתון חסום במעגל,** $AB = AD$ **,** $BC = DC$ **.**

2. $\sphericalangle BCD = 60°$ **. 3.** O **מרכז המעגל.**

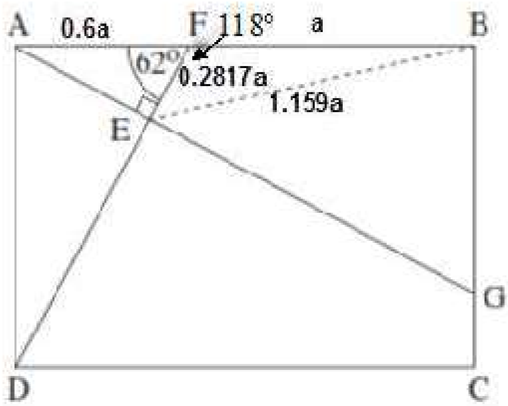
עבור ג. 4. $AB = 5$ **ס"מ .**

צ"ל: א. (1) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 90°$ **(2)** ΔABO **שווה צלעות ב.** $ABOD$ **מעוין.**

ג. BC **. ד.** $\Delta ABO \sim \Delta BCD$

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$ABCD$ **דלתון חסום במעגל**	**נתון**
5	6	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$	**זוויות צד שוות בדלתון**
5	7	$\sphericalangle ABC + \sphericalangle ADC = 180°$	**סכום זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל**
6, 7	8	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 90°$	**חישוב**
מ.ש.ל. א (1)			
2	9	$\sphericalangle BCD = 60°$	**נתון**
5, 9	10	$\sphericalangle BCA = 30°$	**אלכסון ראשי בדלתון חוצה את זווית הראש**
3,8	11	O **מרכז המעגל ו-** AC **קוטר**	**נתון, והקוטר נשען על זווית היקפית ישרה**
9, 11	12	$\sphericalangle BOA = 60°$	**זווית מרכזית כפולה מזווית היקפית שנשענת על אותה הקשת**
11	13	$OB = OA$	**רדיוסים שווים במעגל**
12, 13	14	ΔABO **משולש שווה צלעות**	**משולש שווה שוקיים עם זווית** $60°$
מ.ש.ל. א (2)			
11	15	$OB = OA$	**רדיוסים שווים במעגל**
1	16	$AB = AD$	**נתון**
13, 15, 16	17	$OB = AB = AD = OD$	**כלל המעבר**
17	18	$ABOD$ **מעוין**	**מרובע עם ארבע צלעות שוות**
מ.ש.ל. ב			
4	19	$AB = 5$ **ס"מ**	**נתון**
8, 10, 19	20	$AC = 10$ **ס"מ** .	ΔABC **- במשולש ישר זווית, ניצב מול זווית בת** $30°$ **שווה למחצית היתר (או כל רדיוס 5 ס"מ)**
8, 19, 20	21	$BC = \sqrt{75}$ **ס"מ**	ΔABC **משפט פיתגורס**
מ.ש.ל. ג			

הסבר		טענה	נימוק
	22	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle BDC$	**על קשת שווה $\overset{\frown}{BC}$ נשענות זוויות היקפיות שוות**
9, 12	**23**	$\sphericalangle BOA = \sphericalangle BCD$	**כלל המעבר**
22, 23	**24**	$\Delta ABO \sim \Delta BCD$	**משפט דמיון זווית זווית**
מ.ש.ל. ד			



א. (1) נביע את EF **באמצעות** a **.**

$\underline{\Delta AFE}$

$$\cos 62° = \frac{EF}{AF}$$

$$0.6a\cos 62° = EF$$

$$\boxed{EF = 0.2817a}$$

תשובה: $EF = 0.2817a$ **.**

(2) נביע את BE **באמצעות** a **.**

$\sphericalangle BFE = 118°$ **(זוויות צמודות משלימות ל-** $180°$**).**

$\underline{\Delta FBE}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(BE)^2 = (EF)^2 + (BF)^2 - 2 \cdot EF \cdot BF \cdot \cos\sphericalangle BFE$$

$$(BE)^2 = (0.2817a)^2 + a^2 - 2 \cdot 0.2817a \cdot a \cdot \cos 118°$$

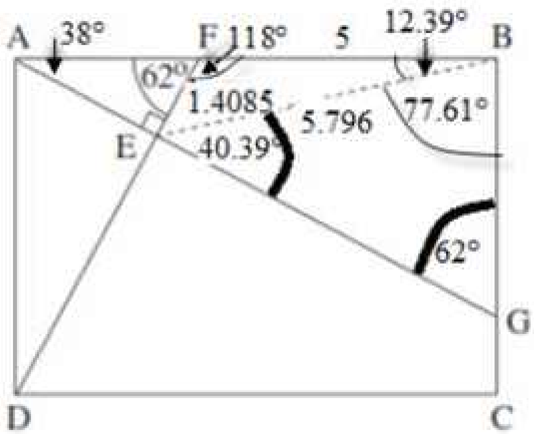
$$(BE)^2 = 1.3438a^2$$

$$\boxed{BE = 1.159a}$$

תשובה: $BE = 1.159a$ **.**

ב. נתון $a=5$ **ס"מ, ובהתאם** $BE=5.796$ **ס"מ,** $EF=1.4085$ **ס"מ .**

(1) $\underline{\Delta FBE}$ **לפי משפט הסינוסים**



$$\frac{EF}{\sin\sphericalangle EBA}=\frac{BE}{\sin 118^\circ}$$

$$\frac{1.4085\sin 118^\circ}{5.796}=\sin\sphericalangle EBA$$

$$\boxed{\sphericalangle EBA=12.39^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle EBA=12.39^\circ$ **.**

(2) $\sphericalangle GBE=77.61^\circ$ **(הפרש זוויות)**

$\sphericalangle BAG=38^\circ$ **(סכום זוויות** 180° ΔAEF **)**

$\sphericalangle BGE=62^\circ$ **(סכום זוויות** 180° ΔBAG **)**

$\sphericalangle BEG=40.39^\circ$ **(סכום זוויות** 180° ΔEBG **)**

$$S_{\Delta EBG}=\frac{(EB)^2\cdot\sin\sphericalangle BEG\cdot\sin\sphericalangle GBE}{2\cdot\sin\sphericalangle BGE}$$

$$S_{\Delta EBG}=\frac{5.796^2\cdot\sin 40.39^\circ\cdot\sin 77.61^\circ}{2\cdot\sin 62^\circ}$$

$$\boxed{S_{\Delta EBG}=12.04cm^2}$$

תשובה: $S_{\Delta EBG}=12.04$ **סמ"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x-2}{2x+4}$.

(1) $2x+4\neq 0 \quad \rightarrow x\neq -2$

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq -2$.

(2) נמצא נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ציר y **:** $x=0$ **-** $\boxed{(0,-0.5)} \leftarrow \quad f(0)=\dfrac{0-2}{2\cdot 0+4}=\dfrac{-2}{4}=-0.5$

ציר x **:** $y=0$ **-** $\boxed{(2,0)} \leftarrow \quad x=2 \leftarrow \quad 0=x-2$

תשובה: $(0,-0.5)$ **,** $(2,0)$.

(3) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים.

אסימפטוטות מקבילה לציר ה- y **: הישר** $x=-2$ **(מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x **:** $y=0.5$ **(חזקת מונה (1) שווה לחזקת מכנה (1)).**

תשובה: $x=-2$ **,** $y=0.5$.

(4) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, ונקודות קיצון (אם יש כאלה).

$$f'(x)=\frac{2x+4-2(x-2)}{(2x+4)^2}$$

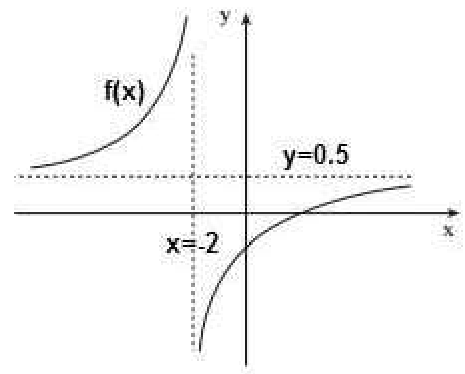
$$f'(x)=\frac{2x+4-2x+4}{(2x+4)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{8}{(2x+4)^2}}$$

הנגזרת חיובית בתחום ההגדרה, ולכן אין נקודות קיצון.

תשובה: עלייה: $x>-2$ **או** $x<-2$ **, ירידה: אף** x .

(5) הסקיצה המתאימה.



ב. נמצא את שיפוע המשיק בנקודה $(2,0)$ **.**

$$f'(0)=\frac{8}{(2\cdot 2+4)^2}=\frac{1}{8}$$

לישרים מקבילים שיפועים שווים.

נשווה את השיפוע לנגזרת, על-מנת למצוא את שיעור ה- x **של הנקודה** P **.**

$$\frac{1}{8}=\frac{8}{(2x+4)^2}$$

$$(2x+4)^2=64$$

$$2x+4=8 \qquad 2x+4=-8$$

$$x=2 \qquad x=-6$$

$$y=\frac{-6-2}{2\cdot(-6)+4}=1 \quad \to \boxed{\mathrm{P}(-6,1)}$$

תשובה: $\mathrm{P}(-6,1)$ **.**

ג. $g(x)=f(x)+\mathrm{C}$

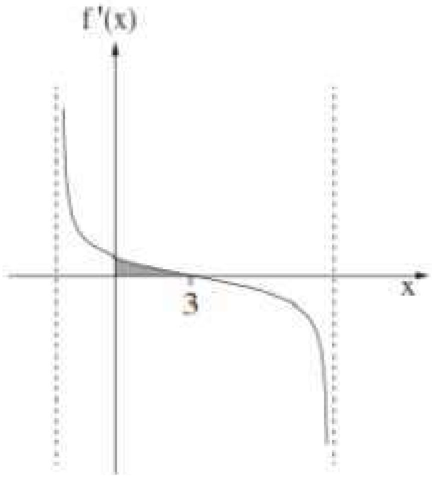
זו הזזה אנכית של $f(x)$ **ב-** C **יחידות.**

נתון כי האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ **היא** $y=0$ **,**

כלומר תזוזה של 0.5 **יחידות כלפי מטה, מהאסימפטוטה האופקית של** $f(x)$ **שהיא** $y=0.5$ **.**

תשובה: $\mathrm{C}=-0.5$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+16}$ **,** b **פרמטר.**



(1) על פי גרף הנגזרת, הנתון, עבור $x=3$ **,**

הנגזרת עוברת מחיוביות לשליליות,

ולכן הפונקציה עוברת מעלייה לירידה.

תשובה: $x=3$ **(מקסימום).**

(2) נציב $x=3$ **בנגזרת ונשווה ל-** 0**.**

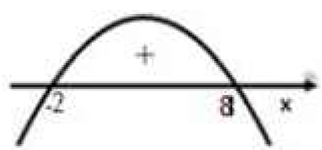
$$f'(x)=\frac{-2x+b}{2\sqrt{-x^2+bx+16}}$$

$$0=-2\cdot 3+b$$

$$\boxed{b=6}$$

תשובה: $b=6$**.**

ב. $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+16}$ **.**



ביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.

$$-x^2+6x+16\geq 0$$

$$x=8,\ x=-2$$

מתקבל ביטוי שהגרף שלו הוא פרבולה הפוכה (בוכה).

תשובה: תחום ההגדרה: $-2\leq x\leq 8$**.**

ג. נקודות קצה: $(8,0)$ **,** $(-2,0)$ **.**

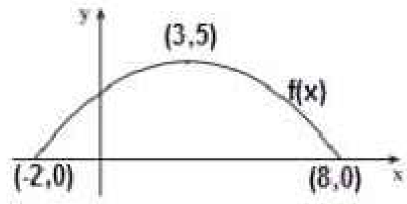
על פי סעיף א (1) מתקיים מקסימום עבור $x=3$ **.**

$$x=3\quad\rightarrow y=\sqrt{-3^2+6\cdot 3+16}=5\quad\rightarrow(3,5)$$

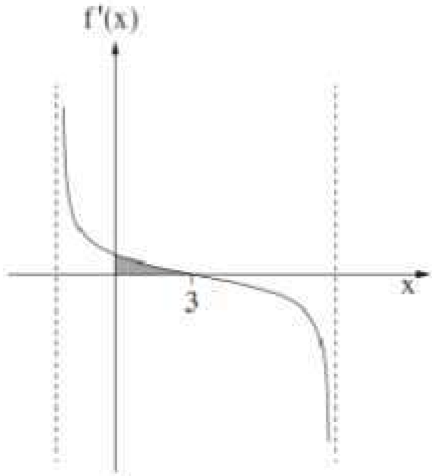
ועל פי ערכי הפונקציה בקצוות ניתן לקבוע את סוגי הקיצון.

תשובה: $(3,5)$ **מקסימום,** $(8,0)$ **,** $(-2,0)$ **מינימום.**

ד. הסקיצה המתאימה.



ה. נמצא את השטח המבוקש.



$$S=\int_0^3 f'(x)\,dx=f(x)\Big]_0^3$$

$$S=f(3)-f(0)$$

$$S=5-(\sqrt{-0^2+6\cdot 0+16})$$

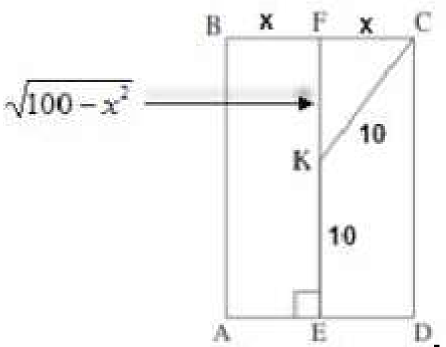
$$S=5-4$$

$$\boxed{S=1}$$

תשובה: השטח הוא 1 **יח"ר.**

א. נסמן $FC = x$.

נחשב את FK **באמצעות משפט פיתגורס ב-** ΔFKC .



$$(KC)^2 + x^2 = 10^2$$
$$(KC)^2 = 100 - x^2$$
$$KC = \sqrt{100 - x^2}$$

תשובה: $KC = \sqrt{100 - x^2}$.

ב. הפונקציה שיש להביא ***למקסימום היא היקף המלבן*** $ABCD$.

$BC = 2x$ **, כי נתון שהנקודה** F **היא אמצע הצלע.**

$FE = 10 + \sqrt{100 - x^2}$ **, ולכן גם** $CD = 10 + \sqrt{100 - x^2}$ **(כי** $FCDE$ **גם מלבן)**

$$P = 2 \cdot 2x + 2 \cdot (10 + \sqrt{100 - x^2})$$
$$\boxed{P = 4x + 20 + 2\sqrt{100 - x^2}}$$
$$P' = 4 - \frac{\cancel{2} \cdot 2x}{\cancel{2}\sqrt{100 - x^2}}$$
$$\boxed{P' = \frac{4\sqrt{100 - x^2} - 2x}{\sqrt{100 - x^2}}}$$
$$0 = 4\sqrt{100 - x^2} - 2x$$
$$x = 2\sqrt{100 - x^2} \quad ()^2$$
$$x^2 = 4(100 - x^2)$$
$$5x^2 = 400$$
$$x^2 = 80$$
$$\boxed{x = \sqrt{80}}$$
$$test: \quad \sqrt{80} = 2\sqrt{100 - \sqrt{80}^2} \quad \rightarrow \sqrt{80} = 2\sqrt{20} \quad \rightarrow \sqrt{80} = \sqrt{80} \quad o.k.$$
$$\left.\begin{aligned} P'(8) &= \frac{4\sqrt{100 - 8^2} - 2 \cdot 8}{+} = \frac{8}{+} > 0 \\ P'(9) &= \frac{4\sqrt{100 - 9^2} - 2 \cdot 9}{+} = \frac{-0.56}{+} < 0 \end{aligned}\right\} x = \sqrt{80} \quad Max$$

תשובה: $BC = 2\sqrt{80}$ **, עבורו היקף המלבן** $ABCD$ **מקסימלי.**