א. x **- מחיר מטר בד מסוג א (שקלים).** y **- מחיר מטר בד מסוג א (שקלים).**

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה. סך הכול של התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

		כמות	מחיר למטר ₪	סך הכול ₪
	בד סוג א	4	x	$4x$
	בד סוג ב	3	y	$3y$
לקוח	בד סוג א	3	x	$3x$
	בד סוג ב	4	y	$4y$

המחיר של 4 **מטרים בד מסוג א' גדול ב-** 135 **שקלים מהמחיר של** 3 **מטרים בד מסוג ב'**

והמשוואה המתאימה: $4x = 3y + 135$

לקוח קנה 3 **מטרים בד מסוג א' ו-** 4 **מטרים בד מסוג ב', ושילם בסך הכול** 382.5 **שקלים**

והמשוואה המתאימה: $3x + 4y = 382.5$

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 135 & / \cdot 4 \\ 3x + 4y = 382.5 & / \cdot 3 \end{cases}$$

$$+\begin{cases} 16x - 12y = 540 & / \cdot 4 \\ 9x + 12y = 1147.5 & / \cdot (-3) \end{cases}$$

$$25x = 1687.5$$

$$\boxed{x = 67.5} \rightarrow 4 \cdot 67.5 - 3y = 135 \rightarrow -3y = -135 \rightarrow \boxed{y = 45}$$

תשובה: מחיר של מטר בד סוג א' הוא 67.5 **שקלים, ומחיר של מטר בד סוג ב' הוא** 45 **שקלים.**

ב. z **- אורך בד סוג א, או סוג ב (מטרים).**

		כמות	מחיר למטר ₪	סך הכול ₪
	בד סוג א	z	67.5	$67.5z$
	בד סוג ב	z	45	$45z$

המחיר של כל הבד מסוג א' שיש בחנות, גדול ב- 396 **שקלים מהמחיר של כל הבד מסוג ב'.**

והמשוואה המתאימה:

$$67.5z = 45z + 396$$

$$22.5z = 396$$

$$\boxed{z = 17.6}$$

תשובה: מספר המטרים של הבד מכל סוג שיש בחנות הוא 17.6 **.**

א. MA **מקביל לציר ה-** y **ובהתאם לשיעורי** $A(5,7)$ **משוואתו** $x=5$ **.**

MB **מקביל לציר ה-** y **ובהתאם לשיעורי** $B(3,5)$ **משוואתו** $y=5$ **.**

לכן שיעורי מרכז המעגל: $M(5,5)$

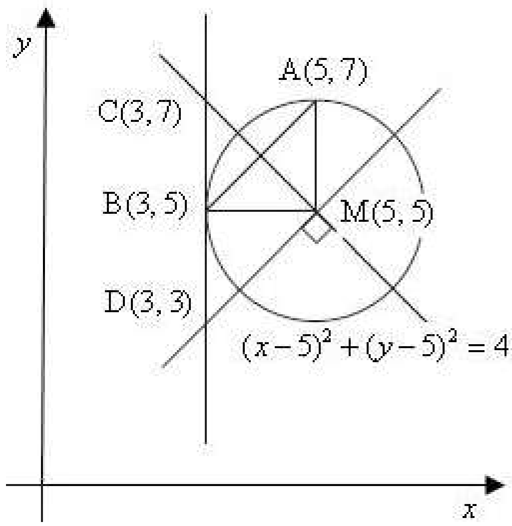
נמצא את שיפוע המיתר AB **:** $m=\frac{7-5}{5-3}=\frac{2}{2}=1$

ועל פי תנאי ניצבות: $m_{mC}=-1$

נמצא את משוואת האנך למיתר MC **:** $M(5,5), m_{MC}=-1$

$$MC \equiv y-5=-1(x-5)$$
$$MC \equiv y=-x+10$$

תשובה: $y=-x+10$



ב (1) הרדיוס MA **עם שיעורי** x **שווים**

ובהתאם אורכו $7-5=2$ **.**

תשובה: משוואת המעגל $(x-5)^2+(y-5)^2=4$

(2) אורך הרדיוס 2 **קטן ממרחק המרכז מציר ה-** x **שהוא** 5

ובהתאם המעגל אינו משיק לציר ה- x **.**

ג. נמצא את משוואת MD **המקביל למיתר** AB **ובהתאם עם אותו שיפוע:**

$$M(5,5), m_{MD}=1$$

$$MD \equiv y-5=1(x-5)$$
$$MC \equiv y=x$$

MB **מאונך למשיק** CD **, כיוון שרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה ולכן משוואתו** $x=3$

ובהתאם שיעורי הנקודה $D(3,3)$ **.**

שיעורי הנקודה $C(3,7) \quad \rightarrow \quad y=-3+10=7$

$$S_{\Delta CMD}=\frac{CD\cdot MB}{2}=\frac{(7-3)\cdot 2}{2}=4$$

תשובה: שטח המשולש CMD 4 **יח"ר**

א. (1) $P = (\text{עובר תרגיל בהסתברות}) = 0.6$, $P = (\text{עובר תרגיל בסטטיסטיקה}) = 0.8$,

המאורעות אינם תלויים, לכן $P = (A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ניתן לרכז את הנתונים בטבלה מתאימה:

	עובר	נכשל
תרגיל הסתברות	0.6	0.4
תרגיל הסתברות	0.6	0.4
תרגיל סטטיסטיקה	0.8	0.2

$P = (\text{עובר } 2 \text{ תרגילי הסתברות וגם } 1 \text{ בסטטיסטיקה}) = 0.6^2 \cdot 0.8 = 0.288$

תשובה: ההסתברות היא 0.288 .

(2) $P = (\text{עובר } 2 \text{ תרגילים ונכשל ב- } 1) = 0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.8 + 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.8 = 0.456$

תשובה: ההסתברות היא 0.456

(3) $P = (\text{עובר במבחן כולו}) = P = (\text{עובר } 2 \text{ תרגילים ונכשל ב- } 1) + P(\text{עובר את שלושת התרגילים}) =$

$= 0.456 + 0.6^2 \cdot 0.8 = 0.744$

תשובה: ההסתברות היא 0.744

ב. זוהי הסתברות מותנית.

נשתמש בנתונים של סעיף א', כאשר די בנתון שעבר 2 תרגילי הסתברות ע"מ להבטיח שעבר הבחינה.

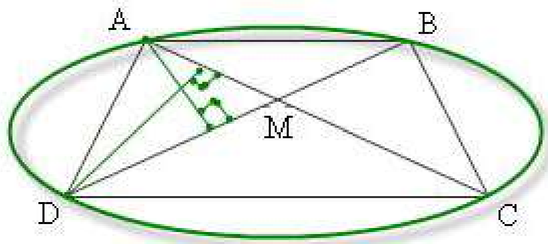
$$P(2 \text{ good } \mathit{probability} / \mathit{pass\ the\ exam}) = \frac{P(2 \text{ good } \mathit{probability} \cap \mathit{pass\ the\ exam})}{P(\mathit{pass\ the\ exam})} = \frac{0.6^2}{0.744} = \frac{0.36}{0.744} = 0.484$$

תשובה: ההסתברות היא 0.484 .

נתונים

1. $S_{\Delta ABM} = 5$ סמ"ר
2. $S_{\Delta ADM} = 10$ סמ"ר
3. $S_{\Delta DCM} = 20$ סמ"ר
4. עבור ג $ABCD$ בר חסימה במעגל

צ"ל: א. (1) $\frac{BM}{MD}$ (2) $\frac{AM}{MC}$

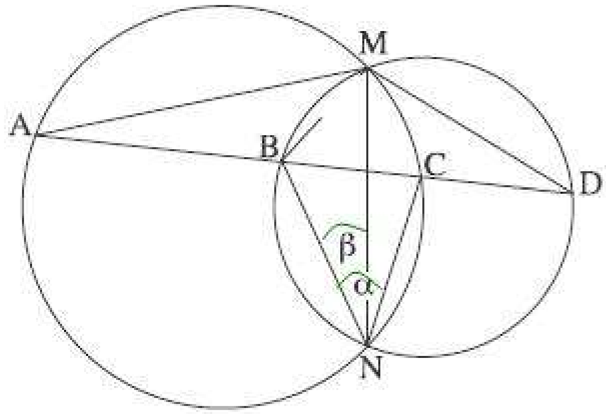


ב. (1) $\Delta AMB \sim \Delta CMD$ (2) $AB \parallel DC$

ג. $\Delta ADC \cong \Delta BCD$

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$S_{\Delta ABM} = 5$ סמ"ר	נתון
2	6	$S_{\Delta ADM} = 10$ סמ"ר	נתון
5, 6	7	$\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta ADM}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	חישוב
7	8	$\frac{BM}{MD} = \frac{1}{2}$	לשני המשולשים גובה משותף, לצלעות שהיחס ביניהן $1:2$
		מ.ש.ל. א. (1)	
3	9	$S_{\Delta DCM} = 20$ סמ"ר	נתון
6, 9	10	$\frac{S_{\Delta ADM}}{S_{\Delta ACM}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$	חישוב
10	11	$\frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$	לשני המשולשים גובה משותף, לצלעות שהיחס ביניהן $1:2$
		מ.ש.ל. א (2)	
8, 11	12	$\frac{AM}{MC} = \frac{BM}{MD}$	כלל מעבר
12	13	$\frac{AM}{BM} = \frac{MC}{MD}$	חישוב
	14	$\angle AMB = \angle CMD$	זווית קדקודיות שוות זו לזו
12, 13, 14	15	$\Delta AMB \sim \Delta CMD$	משפט דמיון צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב (1)	
12	16	$AB \parallel DC$	משפט תאלס הפוך הרחבה 2
		מ.ש.ל ב (1)	
	17	$BC = BC$ (צ)	צלע משותפת
4	18	$ABCD$ בר חסימה במעגל	נתון
18	19	$\angle BAD + \angle BCD = 180°$	זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל משלימות ל $180°$
18	20	$\angle BAD + \angle CDA = 180°$	זוויות חד צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות ל $180°$
19, 20	21	$\angle BCD = \angle CDA$ $ABCD$ (ז)	הצבה וחישוב
16	22	$\angle ACD = \angle BAC$	זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים
18, 22	23	$BC = BC$ (צ)	על זוויות היקפיות שוות נשענים מיתרים שווים

משפט חפיפה צלע זווית צלע	$\Delta ADC \cong \Delta BCD$	24	17, 21, 23
מ.ש.ל. ג			



נתונים

.1 $\angle BNC = \alpha$

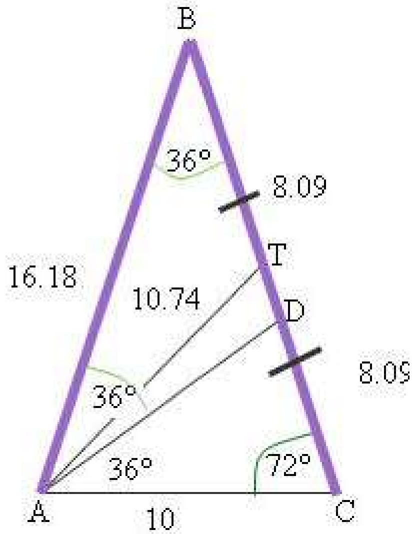
.2 $\angle BNM = \beta$

צ"ל:

א. **(1)** $\angle MDB$ **(2)** $\angle MAC$ **(3)** $\angle AMD$

ב. **האם** $AMDN$ **בר חסימה במעגל ?**

הסבר		טענה	נימוק
1	3	$\angle BNC = \alpha$	נתון
2	4	$\angle BNM = \beta$	נתון
4	5	$\angle BNM = \beta$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
מ.ש.ל. א (1)			
3, 4	5	$\angle MNC = \alpha - \beta$	הפרש זוויות
5	6	$\angle MAC = \alpha - \beta$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
מ.ש.ל. א. (2)			
5, 6	7	$\angle AMD = 180^\circ - (\alpha - \beta + \beta)$ $\angle AMD = 180^\circ - \alpha$	סכום זוויות במשולש ΔAMD הוא 180°
מ.ש.ל. א (3)			
	8	$\angle AND > \angle BNC$	השלם גדול מחלקו
3, 8	9	$\angle AND > \alpha$	הצבה
7, 91	10	$\angle AMD + \angle AND > 180^\circ$	הצבה וחישוב
12, 13, 14	15	$AMDN$ אינו בר חסימה	סכום זוויות נגדיות שונה מ 180°
מ.ש.ל. ב			



$\angle B = \frac{180° - 72°}{2} = 36°$ **(ז. בסיס שווה)**

$\angle BAD = \angle CAD = \frac{72°}{2} = 36°$ **(AD ח.ז.)**

א. (1) נשתמש במשפט הסינוסים

$$\underline{\Delta ABC}$$
$$\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle A}$$
$$\frac{10}{\sin 36°} = \frac{AB}{\sin 72°}$$
$$\frac{10\sin 72°}{\sin 36°} = AB$$
$$\boxed{AB = 16.18} \quad \to \quad \boxed{CB = 16.18}$$

תשובה: אורך השוק הוא 16.18 **ס"מ.**

(2) 8.09 **ס"מ** $= \frac{16.18}{2} = BT = CT$ **(AT תיכון)**

נשתמש במשפט הקוסינוסים

$$\underline{\Delta BAT}$$
$$(AT)^2 = (AB)^2 + (TB)^2 - 2AB \cdot TB \cdot \cos\angle B$$
$$(AT)^2 = 16.18^2 + 8.09^2 - 2 \cdot 16.18 \cdot 8.09 \cdot \cos 36°$$
$$(AT)^2 = 115.45$$
$$\boxed{AT = 10.74}$$

תשובה: 10.74 **ס"מ** $= AT$

ב. נשתמש במשפט הסינוסים

$$\underline{\Delta BAT}$$
$$\frac{AT}{\sin\angle B} = \frac{BT}{\sin\angle BAT}$$
$$\frac{10.74}{\sin 36°} = \frac{8.09}{\sin\angle BAT}$$
$$\sin\angle BAT = \frac{8.09\sin 36°}{10.74}$$
$$\angle BAT = 26.28° \qquad \cancel{\angle BAT = 153.72°}$$
$$\angle TAD = 36° - 26.28°$$
$$\boxed{\angle TAD = 9.72°}$$

אפשרות שנייה נפסלה בשל סכום זוויות ב- ΔBAT **הוא** $180°$ **.**

תשובה: $\angle TAD = 9.72°$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{\cos x}$ **בתחום** $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$

בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ **מתקיים** $\cos x\ge 0$ **ולכן הפונקציה מוגדרת בכל התחום הנתון.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

$$f(0)=2\sqrt{\cos 0}=2\quad\rightarrow\boxed{(0,2)}$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=2\sqrt{\cos x}$$
$$0=\cos x$$
$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

k	$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$
0	$\frac{\pi}{2}\rightarrow\boxed{(\frac{\pi}{2},0)}$
1	–
-1	$-\frac{\pi}{2}\rightarrow\boxed{(-\frac{\pi}{2},0)}$

תשובה: $(0,2)$, $(-\frac{\pi}{2},0),(\frac{\pi}{2},0)$

ב. נקודות קצה מצאנו בסעיף א'

נמצא נקודות קיצון פנימיות ונבדוק קיצון מוחלט

$$f'(x)=\frac{-2\sin x}{2\sqrt{\cos x}}\quad\rightarrow\boxed{f'(x)=\frac{-\sin x}{\sqrt{\cos x}}}$$

$$0=\sin x\quad\rightarrow x=\pi k$$

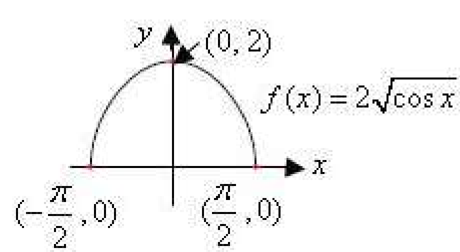
k	$x=\pi k$
0	$0\rightarrow\boxed{(0,2)}$
1	–
-1	–

נמצא את ערכי הקיצון המוחלט, באמצעות טבלת עלייה וירידה המבוססת על ערכי הפונקציה

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
y	0		2		0
y'			0		
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**

תשובה: $(0,2)$ **מקסימום מוחלט,** $(-\frac{\pi}{2},0),(\frac{\pi}{2},0)$ **מינימום מוחלט**

ג. הסקיצה המתאימה



ד. בתחום $\frac{\pi}{2}<x<\pi$ **(רביע שני) מתקיים** $\cos x<0$

ולכן הביטוי שבתוך השורש שלילי

והפונקציה $f(x)=2\sqrt{\cos x}$ **אינה מוגדרת.**

א. (1) לשתי הפונקציות נקודת השקה משותפת ומשיק משותף,

כלומר: $f(1)=g(1), \quad f'(1)=g'(1)$

$$f(x)=3x^2-4x+c$$
$$f'(x)=6x-4 \quad \rightarrow f'(1)=6\cdot 1+4=2$$
$$g(x)=-x^2+bx$$
$$g'(x)=-2x+b$$
$$2=-2\cdot 1+b \quad \rightarrow \boxed{b=4}$$

תשובה: $b=4$

(2) $g(1)=-1^2+4\cdot 1=3$

$$3=3\cdot 1^2-4\cdot 1+c$$
$$\boxed{c=4}$$

תשובה: $c=4$

בהתאם: $f(x)=3x^2-4x+4$ **(הפרבולה בעלת המינימום)**

$g(x)=-x^2+4x$ **(הפרבולה בעלת המקסימום)**

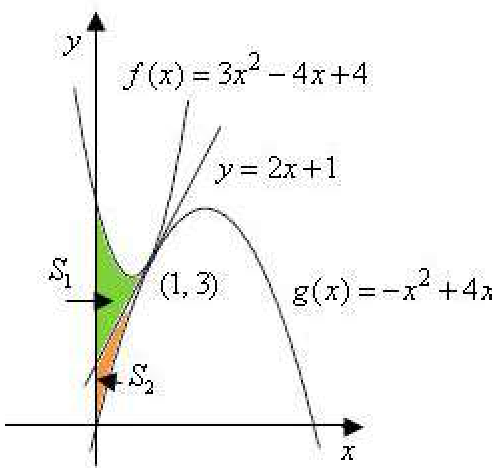
ב. נקודת ההשקה $(1,3)$ **, שיפוע המשיק** $m=f'(1)=2$

$$y-3=2(x-1)$$
$$\boxed{y=2x+1}$$

תשובה: משוואת המשיק המשותף היא $y=2x+1$

ג. נחשב את שני השטחים ולאחר מכן את היחס ביניהם:

$$S_1=\int_0^1 (3x^2-4x+4-(2x+1))dx$$
$$S_1=\int_0^1 (3x^2-6x+3)dx$$
$$S_1=x^3-3x^2+3x\Big]_0^1$$
$$S_1=(1^3-3\cdot 1^2+3\cdot 1)-(0^3-3\cdot 0^2+3\cdot 0)$$
$$\boxed{S_1=1}$$



$$S_2=\int_0^1 (2x+1-(-x^2+4x))dx$$
$$S_2=\int_0^1 (-2x+1+x^2)dx$$
$$S_2=-x^2+x+\frac{x^3}{3}\Big]_0^1$$
$$S_2=(-1^2+1+\frac{1^3}{3})-(-0^2+0+\frac{0^3}{3})$$
$$\boxed{S_2=\frac{1}{3}}$$

$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{1/3}=3$ **תשובה:** $\frac{S_1}{S_2}=3$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=ax-\sqrt{2-x^2}$ **,** a **הוא פרמטר.**

שיפוע המשיק $y=-x-\sqrt{2}$ **, עבור** $x=0$ **,** הוא -1 **, ובהתאם:** $f'(0)=-1$

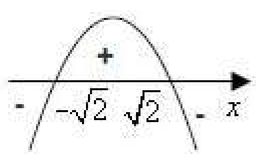
$$f'(x)=a-\frac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}} \rightarrow -1=a+\frac{2\cdot 0}{2\sqrt{2-0^2}}$$

$$\boxed{a=-1}$$

תשובה: $a=-1$

ב. (1) נציב $a=-1$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=-x-\sqrt{2-x^2}}$

ותחום ההגדרה נקבע על פי הפרבולה ההפוכה



$$2-x^2\ge 0$$
$$2-x^2=0$$
$$x=\pm\sqrt{2}$$

תשובה: $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$

(2)

$$f'(x)=-1-\frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{2-x^2}} \rightarrow \boxed{f'(x)=\frac{-\sqrt{2-x^2}+x}{\sqrt{2-x^2}}}$$

$$0=-\sqrt{2-x^2}+x \rightarrow \sqrt{2-x^2}=x \quad ()^2$$

$$2-x^2=x^2 \rightarrow 2x^2=2 \rightarrow x^2=1$$

$$\boxed{x=1} \rightarrow \sqrt{2-1^2}\overset{?}{=}1 \rightarrow 1=1\ o.k.$$

$$\cancel{x=-1} \rightarrow \sqrt{2-(-1)^2}\overset{?}{=}-1 \rightarrow 1=-1 \text{ fault}$$

תשובה: $x=1$

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה בעזרת ערכי הפונקציה.

$$f(\sqrt{2})=-\sqrt{2}-\sqrt{2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2} \rightarrow (\sqrt{2},-\sqrt{2})$$

$$f(-\sqrt{2})=-(-\sqrt{2})-\sqrt{2-(-\sqrt{2})^2}=\sqrt{2} \rightarrow (-\sqrt{2},\sqrt{2})$$

$$f(1)=-1-\sqrt{2-1}=-2 \rightarrow (1,-2)$$

x	$\sqrt{2}$	1	$-\sqrt{2}$
$f(x)$	$\sqrt{2}$	-2	$\sqrt{2}$
$f'(x)$	+	0	-
מסקנה	↖	Min	↘

תשובה: $(1,-2)$ **מינימום מוחלט,** $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ **מקסימום מוחלט**

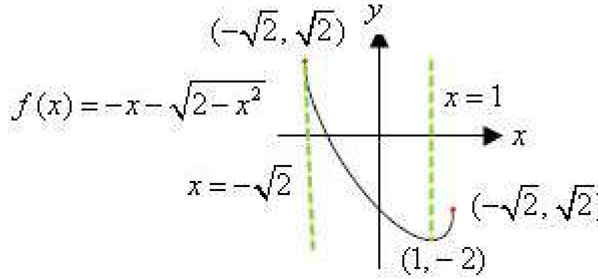
ג. הסקיצה המתאימה, כולל הישרים $x=1,\ x=-\sqrt{2}$ **עבור סעיף ד.**

ד. המרחק בין שני הישרים,

המקבילים לציר ה- y

הוא : $1-(-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}$

תשובה: המרחק הוא $1+\sqrt{2}$


$f(x)=-x-\sqrt{2-x^2}$
$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$
y
$x=1$
x
$x=-\sqrt{2}$
$(-\sqrt{2},\sqrt{2})$
$(1,-2)$