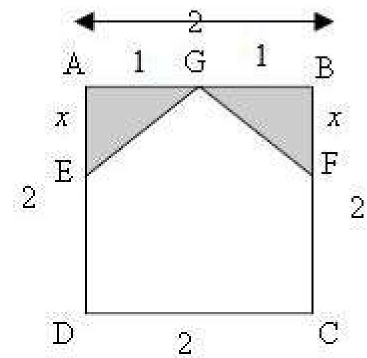


$\Delta AGE \cong \Delta BGF$ **, ובהתאם** $AG = BG = \frac{2}{2} = 1$

נחשב את השטח הכולל של המשולשים AGE **ו-** BGF**, שעשויים מזכוכית צבעונית**

x **מ"ר** $= S = \frac{x \cdot 1}{2} + \frac{x \cdot 1}{2} = \frac{x}{2} \cdot 2$ **.**

השטח של הזכוכית הרגילה הוא, בהתאם, $4 - x$ **מ"ר** $= 2^2 - x$

מטר מרובע של זכוכית צבעונית עולה 20 ₪ **ולכן הנחה של** 22% **שווה** 4.4 ₪ $= \frac{22}{100} \cdot 20$ **למ"ר**

מטר מרובע של זכוכית רגילה עולה 10 ₪ **ולכן ההנחה של** 10% **שווה** 1 ₪ $= \frac{10}{100} \cdot 10$ **למ"ר**

סך כל ההנחה על שני סוגי הזכוכית הדרושים לבניית החלון היא 14%**, כלומר** 0.14 **מהעלות המקורית.**

המשוואה המתאימה: $4.4 \cdot x + 1 \cdot (4 - x) = 0.14 \cdot (20 \cdot x + 10 \cdot (4 - x))$ **.**

נפתור את המשוואה

$$4.4x + 4 - x = 0.14 \cdot (20x + 40 - 10x)$$
$$3.4x + 4 = 2.8x + 5.6 - 1.4x$$
$$2x = 1.6 \quad /:2$$
$$\boxed{x = 0.8}$$

תשובה: האורך של AE **הוא** 0.8 **מטר (**80 **ס"מ).**

א. (1) משוואת האלכסון BD **היא** $x+3y=0$ **, או** $y=-\frac{1}{3}x$ **ולכן שיפוע האלכסון הוא** $-\frac{1}{3}$.

אלכסוני הריבוע ניצבים זה לזה ועל פי תנאי ניצבות: $m_{mC}=3$

תשובה: שיפוע האלכסון AC **הוא** 3 .

(2) נמצא את משוואת האלכסון השני

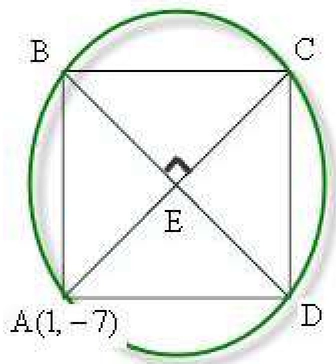
$$AC \equiv y+7=3(x-1)$$
$$AC \equiv y=3x-10$$

נמצא את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים E

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x \\ y=3x-10 \end{cases} \rightarrow 3x-10=-\frac{1}{3}x \rightarrow 3\frac{1}{3}x=10 \rightarrow x=3 \rightarrow y=-\frac{1}{3}\cdot 3=-1 \rightarrow \boxed{E(3,-1)}$$

תשובה: $E(3,-1)$

ב. הריבוע הוא צורה משוכללת ומפגש האלכסונים הוא מרכז המעגל החוסם וגם מרכז המעגל החסום.



משוואת המעגל החוסם $(x-3)^2+(y+1)^2=R^2$

נציב את שיעורי הקדקוד $A(1,-7)$

$$(1-3)^2+(-7+1)^2=R^2 \rightarrow R^2=40$$

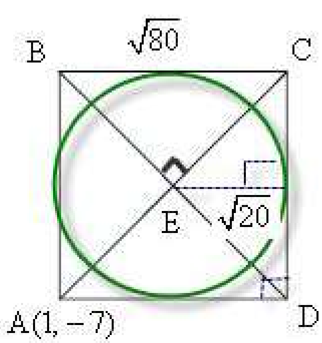
תשובה: משוואת המעגל החוסם $(x-3)^2+(y+1)^2=40$

ג. כיוון ש- $AE=BE=R=\sqrt{40}$,

הרי שבאמצעות משפט פיתגורס במשולש BEC :

$$(AB)^2=40+40 \rightarrow AB=\sqrt{80}$$

תשובה: אורך צלע הריבוע $\sqrt{80}$.



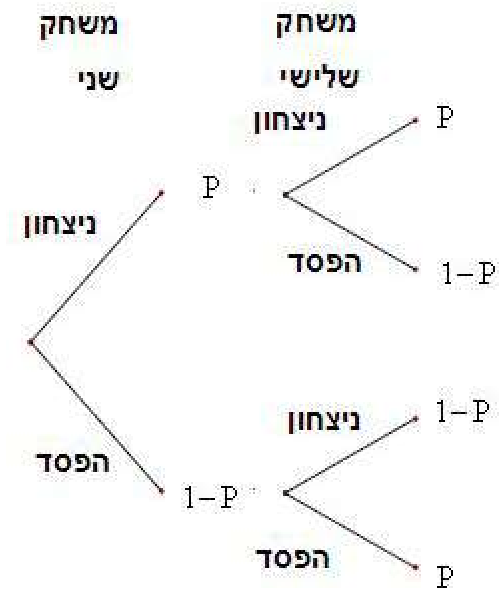
ד. רדיוס המעגל החסום משיק לצלע CD**, ולכן מאונך לה ומקביל לצלע** AD .

כיוון שהוא יוצא מאמצע האלכסון AC **הרי שהוא קטע אמצעים ב-** ΔACD ,

ושווה למחצית הצלע שממול, כלומר $r=\frac{\sqrt{80}}{2}=\frac{\sqrt{4\cdot 20}}{2}=\frac{2\sqrt{20}}{2}=\sqrt{20}$

תשובה: משוואת המעגל החסום $(x-3)^2+(y+1)^2=20$.

א. (1) ידוע כי יוסי ניצח במשחק הראשון ולכן זה עץ האפשרויות שעומד בפניו



$$P(\text{looses the 2nd, wins the 3rd}) = (1-P)(1-P) = (1-P)^2$$

תשובה: ההסתברות שיוסי יפסיד במשחק השני וינצח במשחק השלישי היא $(1-P)^2$.

(2) ההסתברות שיוסי ינצח במשחק השלישי היא $\frac{13}{25}$.

$$\frac{13}{25} = (1-P)^2 + P\cdot P$$

$$13 = 25(1-2P+P^2) + 25P^2$$

$$13 = 25 - 50P + 25P^2 + 25P^2$$

$$50P^2 - 50P + 12 = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{50 \pm 10}{100}$$

$$\boxed{P = 0.6} \quad \leftarrow P > 0.5$$

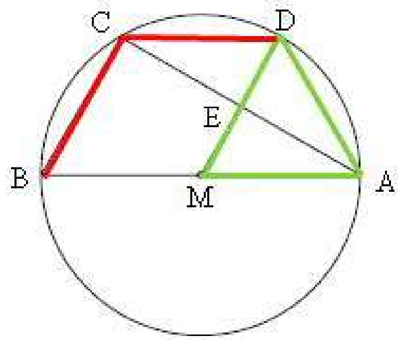
תשובה: $P = 0.6$

ב. נסמן ב- x את ההסתברות שיוסי מנצח במשחק הראשון.

$$0.144 = x \cdot 0.6^2$$

$$x = 0.4$$

תשובה: ההסתברות שיוסי מנצח במשחק הראשון היא 0.4 .



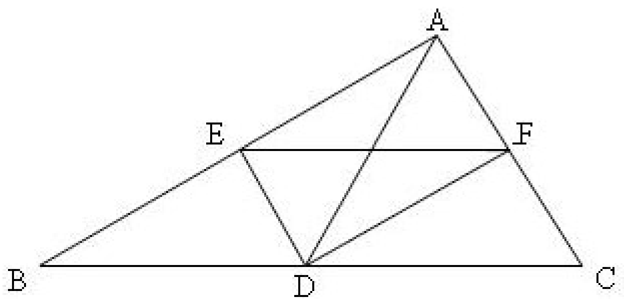
נתונים

1. מרובע $ABCD$ חסום במעגל
2. M מרכז המעגל
3. $AD = AM$ .4 $CD = CB$

צ"ל:

א. $ME = ED$. ב. $CB \parallel DM$. ג. $CD \parallel BM$.

הסבר		טענה	נימוק
4	5	$CD = CB$	נתון
5	6	$\overset{\frown}{DAC} = \overset{\frown}{BAC}$	על מיתרים שווים נשענות קשתות שוות
6	7	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAC$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
4, 5	6	$AD = AM$	נתון
6, 7	8	$ME = ED$	במש"ש AMD חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס
		מ.ש.ל. א.	
1	9	M מרכז המעגל	נתון
9	10	$DM = AM$	רדיוסים שווים זה לזה
8, 10	11	$AD = AM = DM$	כלל המעבר
11	12	$\sphericalangle DMA = 60°$	זוויות שוות ל- $60°$ במש"ץ AMD
11	13	$\sphericalangle DAM = 60°$	זוויות שוות ל- $60°$ במש"ץ AMD
7, 13	14	$\sphericalangle DAE = 30°$	חישוב
14	15	$\overset{\frown}{CD} = 60°$	קשת שווה לכפליים הזווית ההיקפית
12	16	$\overset{\frown}{AD} = 60°$	קשת שווה לזווית המרכזית
15, 16	17	$\overset{\frown}{CDA} = 120°$	חיבור קשתות
17	18	$\sphericalangle CBA = 60°$	קשת שווה לכפליים הזווית ההיקפית
12, 18	19	$\sphericalangle CBA = \sphericalangle DMA$	כלל המעבר
19	20	$CB \parallel DM$	אם זוויות מתאימות שוות אז הישרים מקבילים
		מ.ש.ל. ב.	
1	21	מרובע $ABCD$ חסום במעגל	נתון
13, 21	22	$\sphericalangle DCB = 120°$	במרובע חסום במעגל סכום זוויות נגדיות $180°$
18, 22	23	$CD \parallel BM$	אם זוויות חד צדדיות משלימות ל- $180°$ אז הישרים מקבילים
		מ.ש.ל. ג	



נתונים

1□ $DB = DC$ **.2** DE **חוצה זווית** $\angle ADB$

.3 DF **חוצה זווית** $\angle ADC$

עבור ב: .4 $\angle BED = 90°$

צ"ל: א. (1) $\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$ **(2)** $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$

(3) $\angle AEF = \angle ABC$ **ב. (1)** $AE = BE$ **(2)** $ED = \frac{1}{2}AC$

הסבר		טענה	נימוק
2	**5**	DE **חוצה זווית** $\angle ADB$	**נתון**
5	**6**	$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DB}$	**משפט חוצה זווית** ΔADB
1	**7**	$DB = DC$	**נתון**
7 ,6	**8**	$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$	**הצבה**
		מ.ש.ל. א (1)	
3	**9**	DF **חוצה זווית** $\angle ADC$	**נתון**
9	**10**	$\frac{AD}{DC} = \frac{AF}{FC}$	**משפט חוצה זווית** ΔADC
10 ,8	**11**	$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$	**כלל המעבר**
		מ.ש.ל. א (2)	
11	**12**	$EF \parallel BC$	**משפט תאלס הפוך**
12	**13**	$\angle AEF = \angle ABC$	**זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים**
		מ.ש.ל. א (3)	
4	**14**	$\angle BED = 90°$	**נתון**
14 ,5	**15**	ΔADB **שווה שוקיים**	**חוצה זווית מתלכד עם הגובה**
15 ,14	**16**	$AE = BE$	**הגובה לבסיס במש"ש** ΔADB **הוא גם תיכון**
		מ.ש.ל. ב (1)	
16 ,7	**17**	ED **קטע אמצעים** ΔACB	**מחבר אמצעי שתי צלעות**
17	**18**	$ED = \frac{1}{2}AC$	**קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית**
		מ.ש.ל. ב (2)	

א. (1) $\sphericalangle CAB = 70^\circ$ **(נתון)**

$\sphericalangle C = 90^\circ$ **(נתון)**

$\sphericalangle ABC = 20^\circ$ **(סכום זוויות חדות במשולש ישר זווית הוא** 90°**)**

$\sphericalangle OBC = 10^\circ$ **(מרכז מעגל חסום הוא מפגש חוצי זוויות)**

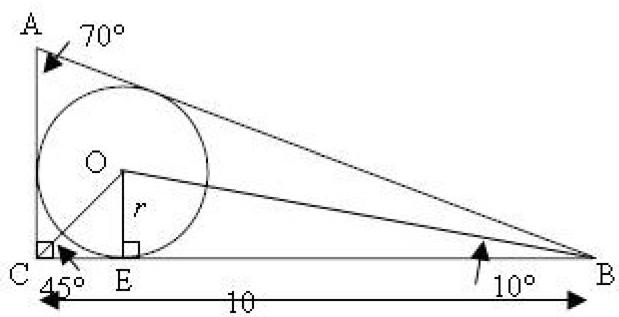
$\sphericalangle OCB = 45^\circ$ **(מרכז מעגל חסום הוא מפגש חוצי זוויות)**

$\sphericalangle COB = 125^\circ$ **(סכום זוויות חדות במשולש** COB **הוא** 180°**)**

תשובה: $\sphericalangle OBC = 10^\circ$ **,** $\sphericalangle OCB = 45^\circ$ **,** $\sphericalangle COB = 125^\circ$

(2) כיוון שהרדיוס משיק לנקודת ההשקה, הרי שמשולשים COE **,** BOE **הם ישרי זווית.**

משולש COE **ישר זווית שווה שוקיים (זוויות בסיס שוות ל-** 45° **) ולכן** $CE = r$



$\underline{\Delta BOE}$

$$\tan 10 = \frac{r}{BE}$$

$$BE = \frac{r}{\tan 10}$$

$$BE = 5.671r$$

נתון כי $BC = 10$ **ס"מ, ולכן:**

$$5.671r + r = 10$$

$$6.671r = 10$$

$r = 1.5$ **ס"מ**

תשובה: $r = 1.5$ **ס"מ**

ב. נשתמש במשפט הסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{BC}{\sin\sphericalangle A} = 2R$$

$$\frac{10}{2\sin 70} = R$$

$$R = 5.321$$

ובהתאם: $\frac{r}{R} = \frac{1.5}{5.231} = 0.282$

תשובה: היחס בין רדיוס המעגל החסום לרדיוס המעגל החוסם הוא 0.282.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$ **בתחום** $-\dfrac{\pi}{2}\le x\le 2\pi$

כיוון ש $-1\le \cos x\le 1$ **הרי שמכנה הפונקציה חיובי תמיד ולכן הפונקציה מוגדרת בכל התחום הנתון.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(-\frac{\pi}{2})=\frac{\sin(-\frac{\pi}{2})}{2+\cos(-\frac{\pi}{2})}=-\frac{1}{2}\quad\rightarrow(-\frac{\pi}{2},-\frac{1}{2})$$

$$f(2\pi)=\frac{\sin(2\pi)}{2+\cos(2\pi)}=0\quad\rightarrow(2\pi,0)$$

$$f'(x)=\frac{\cos x(2+\cos x)-(-\sin x)\sin x}{(2+\cos x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}{(2+\cos x)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\cos x+1}{(2+\cos x)^2}}$$

$$0=2\cos x+1$$

$$\cos x=-0.5=\cos\frac{2\pi}{3}$$

k	$x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k$	$x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi k$
0	$\frac{2\pi}{3}$	
1	$-$	$\frac{4\pi}{3}\rightarrow\boxed{(\frac{4\pi}{3},-0.577)}$

$$f(\frac{2\pi}{3})=\frac{\sin(\frac{2\pi}{3})}{2+\cos(\frac{2\pi}{3})}=0.577\quad\rightarrow(\frac{2\pi}{3},0.577)$$

$$f(\frac{4\pi}{3})=\frac{\sin(\frac{4\pi}{3})}{2+\cos(\frac{4\pi}{3})}=-0.577\quad\rightarrow(\frac{4\pi}{3},-0.577)$$

נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

x	$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{4\pi}{3}$		2π
y	$-\frac{1}{2}$		0.577		-0.577		0
y'							0
מסקנה	**Min**	↗	**Max**	↘	**Min**	↗	**Max**

תשובה: $(2\pi,0)$ **מקסימום ,** $(\frac{4\pi}{3},-0.577)$ **מינימום ,** $(\frac{2\pi}{3},0.577)$ **מקסימום ,** $(-\frac{\pi}{2},-\frac{1}{2})$ **מינימום.**

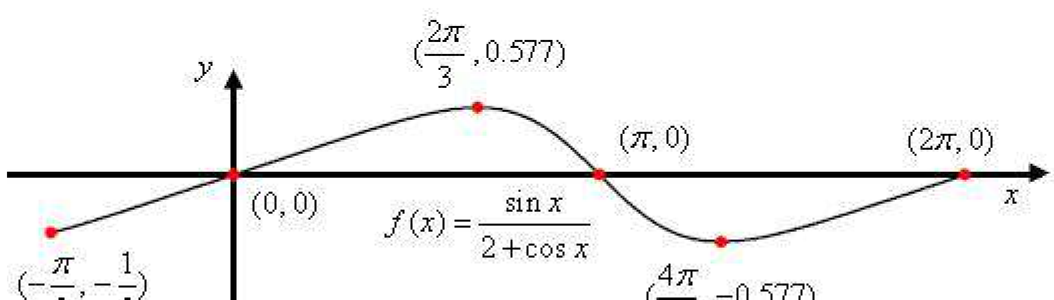
ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $\rightarrow(0,0)$ $f(0)=\dfrac{\sin(0)}{2+\cos(0)}=0$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ובהתאם** $0=\sin x\quad\rightarrow x=\pi k$

עבור $k=0$ **נקבל את הנקודה** $(0,0)$ **, עבור** $k=1$ **את** $(\pi,0)$ **ועבור** $k=2$ **את** $(2\pi,0)$

תשובה: $(0,0)$, $(\pi,0)$ **,** $(2\pi,0)$

ג. והסקיצה המתאימה:



א. נתונה הפונקציה $f(x)=2x^3-9x^2+12x-a$

$f'(x)=6x^2-18x+12$

$0=6x^2-18x+12$

$x_{1,2}=\frac{18\pm 6}{12}$

$x_1=\frac{18+6}{12}=\frac{24}{12}=2$

$x_2=\frac{18-6}{12}=\frac{12}{12}=1$

$f'(0)=6\cdot 0^2-18\cdot 0+12=12>0$

$f'(1.5)=6\cdot 1.5^2-18\cdot 1.5+12=-1.5<0$

$f'(2.5)=6\cdot 2.5^2-18\cdot 2.5+12=4.5>0$

עבור $x=1$ $f(x)$ **עוברת מעליה לירידה ולכן מינימום**

עבור $x=2$ $f(x)$ **עוברת מירידה לנסיעה ולכן מינימום**

תשובה: $x=1$ **מינימום,** $x=2$ **מקסימום.**

ב. הישר $y=-8x+14$ **עובר דרך נקודת המינימום,**

ולכן שיעוריה $(2,-2)\rightarrow$ $y=-8\cdot 2+14=-2$ **.**

נציב בפונקציה:

$-2=2\cdot 2^3-9\cdot 2^2+12\cdot 2-a$

$\boxed{a=6}$

תשובה: $a=6$

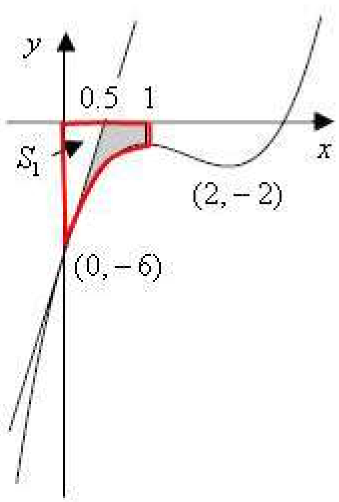
ג. נציב $a=6$ **והפונקציה היא** $f(x)=2x^3-9x^2+12x-6$ **.**

נקודת ההשקה $(0,-6)$ **, שיפוע המשיק** $m=f'(0)=12$

ובהתאם משוואת המשיק היא $y=12x-6$ **.**

נקודת חיתוך עם ציר ה- x **:** $0=12x-6\rightarrow x=0.5\rightarrow(0.5,0)$

שטח המשולש S_1 **הוא :** $S_1=\frac{6\cdot 0.5}{2}=1.5$ **.**



נמצא את S_2 **, השטח החסום בין הפונקציה לצירים (מוקף אדום):**

$S_2=\int_0^1(0-(2x^3-9x^2+12x-6))dx$

$S_2=\int_0^1(-2x^3+9x^2-12x+6)dx$

$S_2=-0.5x^3+3x^3-6x^2+6x\Big]_0^1$

$S_2=(-0.5\cdot 1^3+3\cdot 1^3-6\cdot 1^2+6\cdot 1)-(-0.5\cdot 1^3+3\cdot 1^3-6\cdot 1^2+6\cdot 1)$

$\boxed{S_2=2.5}$

וגודל השטח המקווקו $S=S_2-S_1=2.5-1.5=1$

תשובה: 1 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2+bx+5}$ **,** b **הוא פרמטר.**

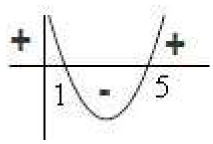
שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$, **הוא** $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$, **כלומר** $f'(0)=-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$$f'(x)=\frac{2x+b}{2\sqrt{x^2+bx+5}}$$
$$-\frac{3\sqrt{5}}{5}=\frac{2\cdot 0+b}{2\sqrt{0^2+b\cdot 0+5}}$$
$$-\frac{3\sqrt{5}}{5}=\frac{b}{2\sqrt{5}}$$
$$-\frac{6\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}{5}=b$$
$$\boxed{b=-6}$$

תשובה: $b=-6$

ב. נציב $b=-6$ **ובהתאם** $\boxed{f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}}$

ותחום ההגדרה נקבע על פי הפרבולה הישרה



$$x^2-6x+5\ge 0$$
$$x^2-6x+5=0$$
$$(x-1)(x-5)=0$$
$$x=1,5$$

תשובה: $x\ge 5$ **או** $x\le 1$

הערה: הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-6x+5}$ **דומה, פרט לתחום ההגדרה, לפונקציה** $y=x^2-6x+5$ **,**

רק שכל ערכי ה- y **יהיו קטנים יותר** $y=\sqrt{f(x)}$ **, עם ענף עולה מימין וענף יורד משמאל, ללא קיצון.**

ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם:** $f(0)=\sqrt{0^2+6\cdot 0+5}=\sqrt{5}\quad\rightarrow(0,\sqrt{5})$

שתי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הן** $(1,0)$ **ו-** $(5,0)$ **(והן גם נקודות מינימום קצה – לא נדרש)**

תשובה: $(0,\sqrt{5})$ **,** $(1,0)$ **,** $(5,0)$

ד. $f'(x)=\frac{2x-6}{2\sqrt{x^2-6x+5}}$ **כאשר הנגזרת מתאפסת רק עבור** $x=3$ **שלא בתחום ההגדרה.**

$$f'(6)=\frac{2\cdot 6-6}{+}>0,\quad f'(0)=-\frac{3\sqrt{5}}{5}<0$$

תשובה: עלייה - $x>5$ **, ירידה** $x<1$

ה. הסקיצה המתאימה