נסמן ב- x את מהירות מכונית א' (קמ"ש), וב- y את זמן הנסיעה שלה עד הפגישה.

לכן:

$\frac{100+25}{100}\cdot x=1.25x$ **היא המהירות של מכונית ב' (קמ"ש), שמהירותה גבוהה ב- 25% מזו של מכונית א'.**

- $y-0.5$ **זמן נסיעתה של מכונית ב' עד הפגישה, שיצאה חצי שעה לאחר מכונית א'.**

$s=vt$ **- המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)**

נשלים את הנתונים בטבלה , שמתבססת על מרחק הנסיעה וזמן הנסיעה של שתי המכוניות עד פגישתן.

מכוניות	זמן t שעות	מהירות v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
א	y	x	xy
ב	$y-0.5$	$1.25x$	$1.25x(y-0.5)$

המרחקים שעברו שתי המכוניות שווים,

לכן, המשוואה המתאימה: $xy=1.25x(y-0.5)$

נפתור את המשוואה:

$$xy=1.25x(y-0.5) \quad /:x \quad (x>0)$$
$$y=1.25(y-0.5)$$
$$y=1.25y-0.625$$
$$-0.25y=-0.625$$
$$\boxed{y=2.5}$$

תשובה: המכוניות נפגשו לאחר 2.5 שעות מרגע יציאתה של מכונית א' ממקום A .

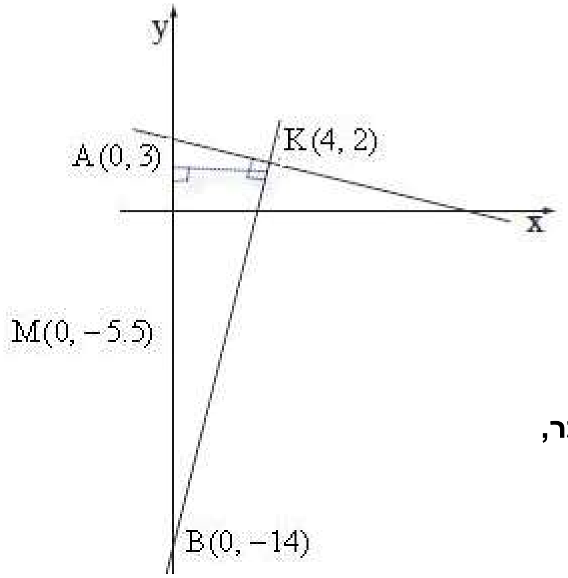
א. משוואת הישר BK **היא** $y = 4x - 14$ **,**

בהתאם שיעורי הנקודה B**, שעל ציר -** y **בו מתקיים** $x = 0$ **, הם** $B(0, -14)$ **.**

אורך הקטע AB **, המונח על ציר -** y **, הוא** 17 **ולכן:** $y_A = -14 + 17 = 3$ **.**

תשובה: $A(0, 3)$ **.**

ב. שטח המשולש AKB **הוא** 34**, כלומר** $h = 4 \; \leftarrow 68 = 17h \; \leftarrow 34 = \frac{AB \cdot h}{2}$ **.**



כלומר, אורך הגובה מ- AB **לקדקוד** K **הוא** 4 **ולכן** $x_K = 4$ **.**

נציב 4 **במשוואת הישר** BK **ונקבל** $y = 4 \cdot 4 - 14 = 2$ **.**

תשובה: $K(4, 2)$

ג. (1) נמצא את שיפוע AK **:** $m_{AK} = \frac{2-3}{4-0} = -\frac{1}{4}$ **.**

לכן $m_{AK} \cdot m_{AK} = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1$ **והישרים מאונכים זה לזה.**

משולש AKB **הוא ישר זווית ומרכז המעגל החוסם הוא אמצע היתר,**

מכאן ש- AB **הוא קוטר המעגל החוסם.**

תשובה: הוּכח.

(2) שיעורי מרכז המעגל, שמונח על ציר ה- y **:** $y_M = \frac{3 + (-14)}{2} = -5.5$ **, כלומר** $M(0, -5.5)$ **.**

רדיוס המעגל: $\frac{17}{2} = 8.5$

תשובה: משוואת המעגל היא $x^2 + (y + 5.5)^2 = 72.25$ **.**

א. בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

לכן, $P(4\cup 6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ **היא ההסתברות לקבלת המספרים** 4 **או** 6 **בהטלת קובייה אחת.**

כיוון שאין תלות בין הטלת קובייה A **להטלת קובייה** B,

הרי שההסתברות לקבלת המספרים 4 **או** 6 **בשתיהן היא** $(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$**.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$**.**

ב. המאורע שלפחות באחת מהקוביות יתקבלו המספרים 4 **או** 6**,**

הוא המאורע המשלים של האפשרות שאף אחת מהקוביות תראה מספרים אלו.

ולכן ההסתברות היא $1-(\frac{2}{3})^2=\frac{5}{9}$**.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{5}{9}$**.**

ג. כאשר מטילים 6 **פעמים את שתי הקוביות, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות**

ולכן זו התפלגות בינומית .

נחשב בנוסחת ברנולי:, כאשר נתון כי $p=\frac{5}{9}$ **,** $n=6$ **,** $k=3$

$$P_6(3)=\binom{6}{3}(\frac{5}{9})^3(1-\frac{5}{9})^{6-3}=\frac{6!}{3!\left(6-3\right)!}\cdot(\frac{5}{9})^3\cdot(\frac{4}{9})^3=20\cdot(\frac{5}{9})^3\cdot(\frac{4}{9})^3=0.301$$

תשובה: ההסתברות היא 0.301 **.**

<u>נתונים</u>

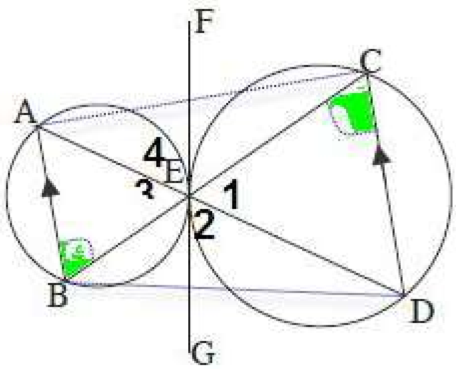
1. FG משיק למעגל הימני
2. FG משיק למעגל השמאלי

צ"ל:

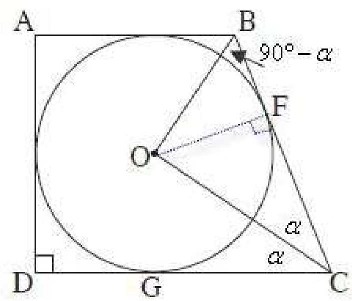
א. $\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED$

ב. $\dfrac{AE}{DE} = \dfrac{BE}{CE}$

ג. $h_{CD(\Delta ACD)} = h_{CD(\Delta ACD)}$



הסבר		טענה	נימוק
1	3	FG משיק למעגל השמאלי	נתון
3	4	$\sphericalangle E_4 = \sphericalangle ABE$	זווית בין משיק למיתר
	5	$\sphericalangle GED = \sphericalangle E_4$	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
4, 5	6	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle GED$	כלל המעבר
מ.ש.ל א			
2	7	FG משיק למעגל הימני	נתון
7	8	$\sphericalangle ECD = \sphericalangle GED$	זווית בין משיק למיתר
6, 8	9	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle ECD$	כלל המעבר
9	10	$AB \parallel CD$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
10	11	$\dfrac{AE}{DE} = \dfrac{BE}{CE}$	משפט תאלס הרחבה 2
מ.ש.ל. ב			
10	12	$h_{CD(\Delta ACD)} = h_{CD(\Delta BCD)}$	מרחקים שווים בין ישרים מקבילים
מ.ש.ל. ג			



נתונים

1. ABCD **טרפז ישר זווית** $(\measuredangle ADC = 90°)$

2. ABCD **חוסם מעגל שמרכזו** O.

3. DC **משיק למעגל בנקודה** G.

4. BC **משיק למעגל בנקודה** F.

עבור ב' : 5. $\frac{OC}{OB} = 2$ **6. רדיוס המעגל החסום** R.

צ"ל: א. (1) OC **חוצה זווית** $\measuredangle BCD$ **(2)** $\measuredangle BOC = 90°$

ב. (1) זוויות הטרפז (2) OC .

הסבר	מס'	טענה	נימוק
3	7	DC **משיק למעגל בנקודה** G.	**נתון**
4	8	BC **משיק למעגל בנקודה** F	**נתון**
7, 8	9	OC **חוצה זווית** $\measuredangle BCD$	**אם מנקודה** (C) **יוצאים שני משיקים למעגל** (CF, CG)**, אז הישר שמחבר את הנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים**
		מ.ש.ל א (1)	
9	10	$\measuredangle FCO = \measuredangle OCG = \alpha$	**סימון**
10	11	$\measuredangle BCD = 2\alpha$	**סכום זוויות**
1	12	ABCD **טרפז ישר זווית** $(\measuredangle ADC = 90°)$	**נתון**
12	13	$AB \parallel DC$	**בסיסי הטרפז מקבילים זה לזה**
11, 13	14	$\measuredangle ABC = 180° - 2\alpha$	**זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל-** $180°$
2	15	ABCD **חוסם מעגל שמרכזו** O	**נתון**
15	16	BO **חוצה זווית** $\measuredangle ABC$	**אם מנקודה** (B) **יוצאים שני משיקים למעגל** (BA, BC)**, אז הישר שמחבר את הנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים**
14, 16	17	$\measuredangle OBF = 90° - \alpha$	**חישוב**
10, 17	18	$\measuredangle BOC = 90°$	**סכום זוויות** ΔBOC **הוא** $180°$
		מ.ש.ל. א (2)	

ב. ולעבודת הטריגו

(1) נמצא את זוויות הטרפז

$\underline{\Delta OBC}$

$$\tan\alpha = \frac{OB}{OC}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{2}$$

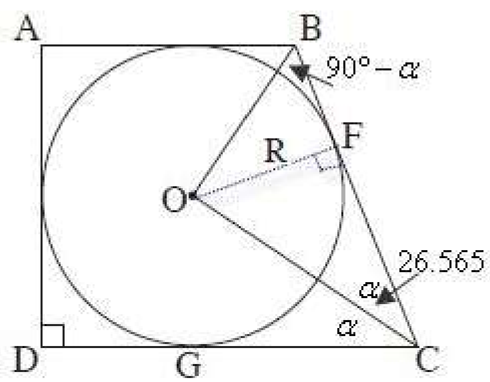
$$\alpha = 26.565$$

$$\sphericalangle C = 53.13°$$

$$\sphericalangle B = 126.87°$$

תשובה: זוויות הטרפז , $53.13°$, $126.87°$, $90°$, $90°$

(2) נביע את OC **באמצעות** R



$\underline{\Delta OFC}$

$$\sin 26.565 = \frac{R}{OC}$$

$$OC = \frac{R}{\sin 26.565}$$

$$\boxed{OC = 2.236R}$$

תשובה: $OC = 2.236R$

א. נשתמש במשפט הקוסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

$$(BC)^2=(AC)^2+(AB)^2-2AC\cdot AB\cdot\cos\measuredangle CAB$$
$$(BC)^2=8^2+5^2-2\cdot 8\cdot 5\cdot\cos 40^\circ$$
$$(BC)^2=27.72$$

$BC=$ **ס"מ** 5.265

משפט הסינוסים

$\underline{\Delta ABC}$

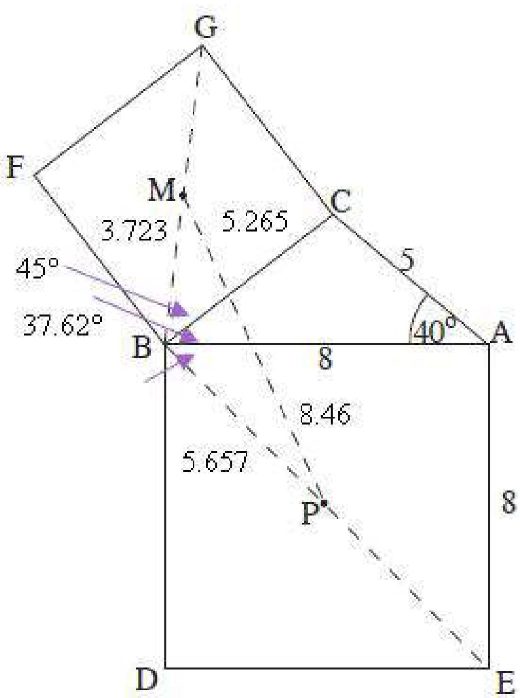
$$\frac{AC}{\sin\measuredangle CBA}=\frac{BC}{\sin\measuredangle CAB}$$
$$\frac{5}{\sin\measuredangle CBA}=\frac{5.265}{\sin 40^\circ}$$
$$\frac{5\sin 40^\circ}{5.265}=\sin\measuredangle CBA$$
$$\boxed{\measuredangle CBA=37.62^\circ}\qquad \cancel{\measuredangle CBA=142.38^\circ}$$

תשובה: $\measuredangle CBA=37.62^\circ$ **(אפשרות שנייה נפסלה עקב סכום זוויות ב-** ΔABC 180°**)**

ב. $\measuredangle GBC=\measuredangle ABE=45^\circ$ **כי אלכסוני הריבועים חוצים את הזוויות הישרות.**

$$\measuredangle MBP=45^\circ+37.62^\circ+45^\circ=127.62^\circ$$

תשובה: $\measuredangle MBP=127.62^\circ$



ג. MB **שווה למחצית האלכסון בריבוע העליון.**

$MB=0.5\cdot\sqrt{5.265^2+5.265^2}=$ **ס"מ** 3.723

PB **שווה למחצית האלכסון בריבוע התחתון.**

$PB=0.5\cdot\sqrt{8^2+8^2}=$ **ס"מ** 5.657

נשתמש במשפט הקוסינוסים.

$\underline{\Delta BMP}$

$$(MP)^2=(MB)^2+(PB)^2-2MB\cdot PB\cdot\cos\measuredangle MBP$$
$$(MP)^2=3.723^2+5.657^2-2\cdot 3.723\cdot 5.657\cdot\cos 127.62^\circ$$

$MP=$ **ס"מ** 8.46

תשובה: $MB=$ **ס"מ** 3.723 , $PB=$ **ס"מ** 5.657 , $MP=$ **ס"מ** 8.46

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x+5}{x^2-a}+b$ **.** a **פרמטר שונה מ-** 0 **(** $a\neq 0$ **).**

תחום ההגדרה הוא $x\neq \pm 2$ **, ולכן** $x=\pm 2$ **מאפס את מכנה הפונקציה.**

$$2^2-a=0 \quad \rightarrow \boxed{a=4}$$

האסימפטוטה האופקית היא $y=2$ **.**

חזקת פולינום המונה (1) **קטנה מחזקת פולינום המכנה** (2) **,**

לכן הביטוי $\frac{x+5}{x^2-a}$ **שואף ל-** 0 **עבור** $x\rightarrow \pm\infty$ **ומכאן ש-** $f(x)$ **שואפת ל** $y=b$ **ולכן** $\boxed{b=2}$

תשובה: $a=4$ **,** $b=2$ **.**

ב. $\boxed{f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2}$

(1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן:**

$$0=\frac{x+5}{x^2-4}+2$$
$$0=x+5+2(x^2-4)$$
$$0=x+5+2x^2-8$$
$$0=2x^2+x-3$$
$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{4} \quad \rightarrow x=1, \quad x=-1.5$$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן:** $f(0)=\frac{0+5}{0^2-4}+2=0.75$

תשובה: $(-1.5,0)$ **,** $(1,0)$ **,** $(0,0.75)$ **.**

ד. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

$$f'(x)=\frac{x^2-4-2x(x+5)}{(x^2-4)^2}$$
$$f'(x)=\frac{x^2-4-2x^2-10x}{(x^2-4)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2-10x-4}{(x^2-4)^2}}$$

$$0=-x^2-10x-4$$

$$x_{1,2}=\frac{10\pm\sqrt{84}}{-2}$$

$$x_1=-9.58 \quad \to f(-9.58)=\frac{-9.58+5}{(-9.58)^2-4}+2=1.95 \to (-9.58,1.95)$$

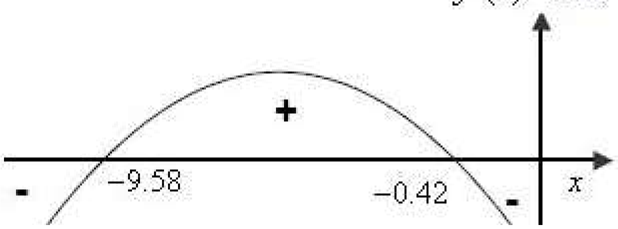
$$x_2=-0.42 \quad \to f(-0.42)=\frac{-0.42+5}{(-0.42)^2-4}+2=0.80 \to (-0.42,0.80)$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי), בעזרת ציור גרף סימני $f'(x)$,

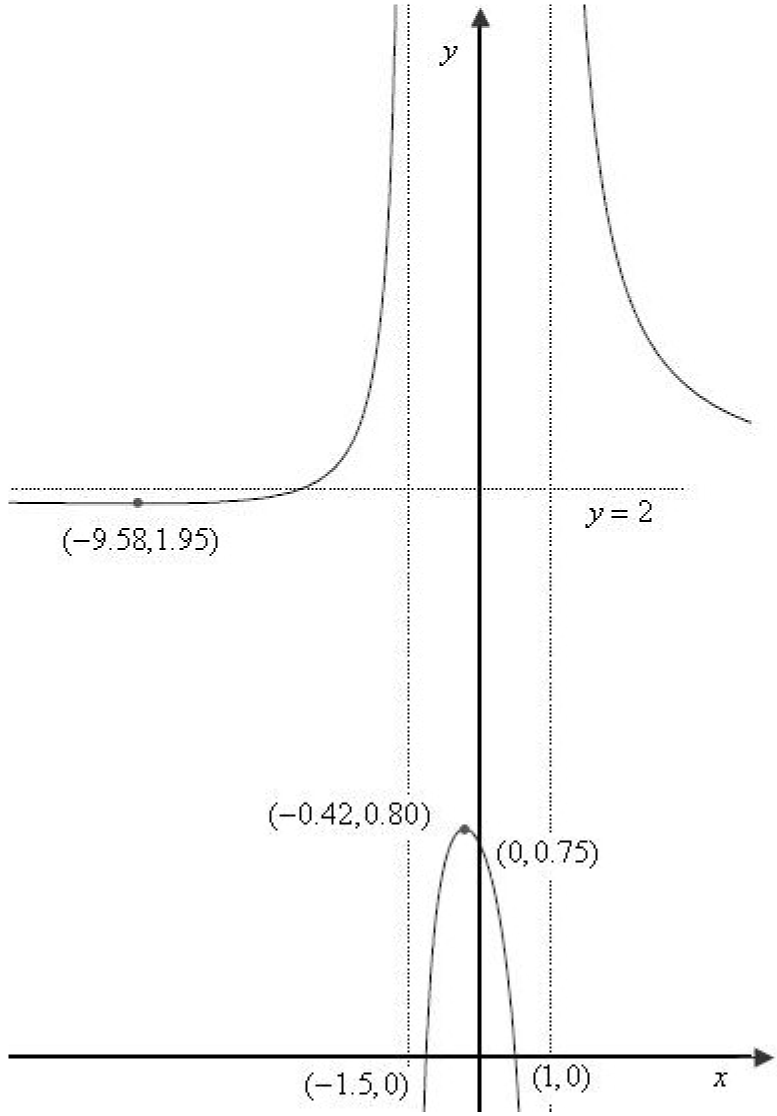
כאשר מכנה הנגזרת חיובי והמונה הוא ביטוי אלגברי של פרבולה הפוכה (עצובה).

x		2		-0.42		-2		-9.58	
$f'(x)$	-		-		+		+		-
מסקנה	↘		↘	**Max**	↗		↗	**Min**	↘

תשובה: $(-9.58,1.95)$ **מינימום** , $(-0.42,0.80)$ **מקסימום.**



(3) הסקיצה המתאימה



ג. תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)=\frac{x+5}{x^2-4}$ **זהה לזה של** $f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2$ **וגם הנגזרות שוות.**

למעשה, $g(x)=\frac{x+5}{x^2-4}$ **היא הסטה אנכית כלפי מטה, של** 2 **יחידות של הפונקציה** $f(x)=\frac{x+5}{x^2-4}+2$ **.**

תשובה: שיעורי ה- x **של נקודות הקיצון וסוגן זהים, שיעורי ה** y **של נקודות הקיצון קטנים ב-** 2 **יחידות.**

$(-9.58,-0.05)$ **מינימום ,** $(-0.42,-1.20)$ **מקסימום.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=1+a\sin x$ **בתחום** $0\le x\le 2\pi$ **.** a **הוא פרמטר,** $0<a<1$**.**

נמצא נקודות קצה ולאחר מכן נקודות קיצון.

$$f(0)=1+a\sin(0)=1 \quad \rightarrow (0,1)$$
$$f(2\pi)=1+a\sin(2\pi)=1 \quad \rightarrow (2\pi,1)$$

$$\boxed{f'(x)=a\cos x}$$
$$0=a\cos x$$
$$\cos x=0=\cos\frac{\pi}{2}$$
$$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k \quad x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

k	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
0	$\frac{\pi}{2}$	-
1	-	$\frac{3\pi}{2}$

$$f(\frac{\pi}{2})=1+a\sin(\frac{\pi}{2})=1+a \quad \rightarrow (\frac{\pi}{2},1+a)$$
$$f(\frac{3\pi}{2})=1+a\sin(\frac{3\pi}{2})=1-a \quad \rightarrow (\frac{3\pi}{2},1-a)$$

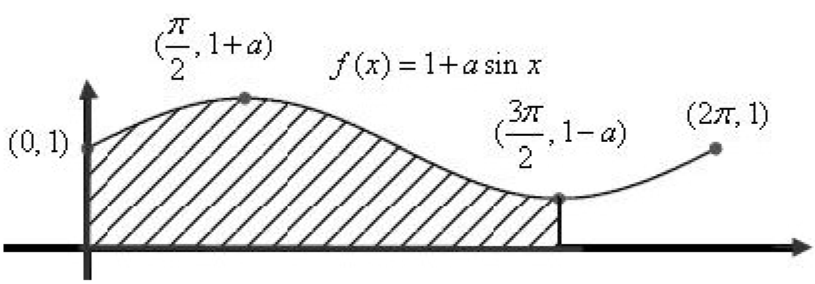
נמצא את סוג הקיצון, בעזרת ערכי הפונקציה:

2π		$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		0	x
1		$1-a$		$1+a$		1	y
0							y'
Max	↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**	**מסקנה**

$0<a<1$ **ולכן** $1+a>1$ **וגם** $1-a<1$ **נקבל את נקודות הקיצון המוחלט על פי ערכי הפונקציה.**

תשובה: $(\frac{3\pi}{2},1-a)$ **מינימום מוחלט,** $(\frac{\pi}{2},1+a)$ **מקסימום מוחלט**

ג. גודלו של השטח המסומן הוא $\frac{7\pi}{4}$**:**



$$\frac{7\pi}{4}=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}}(1+a\sin x-0)dx$$
$$\frac{7\pi}{4}=x-a\cos x\Big]_0^{\frac{3\pi}{2}}$$
$$\frac{7\pi}{4}=(\frac{3\pi}{2}-a\cos(\frac{3\pi}{2}))-(0-a\cos(0))$$
$$\frac{7\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}+a$$
$$\boxed{a=\frac{\pi}{4}}$$

תשובה: $a=\frac{\pi}{4}$.

א. (1) $AE = AH = CF = CG = x$ **, כאשר** $ABCD$ **מלבן.**

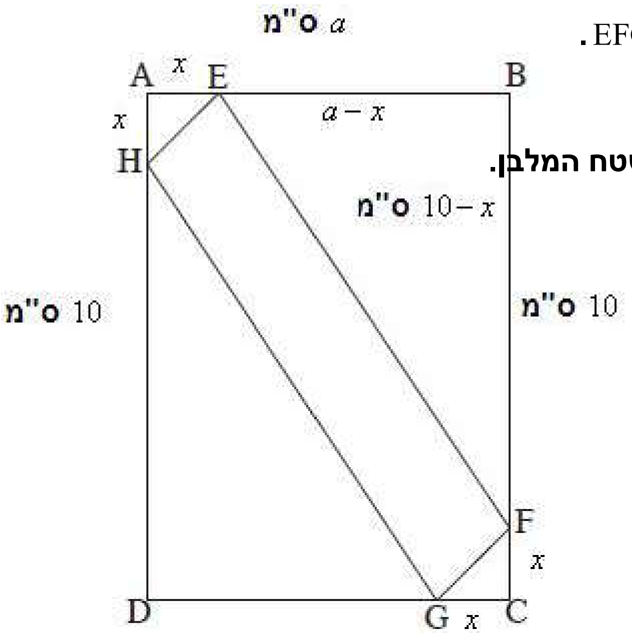
צלעות המלבן שוות זו לזה ומאונכות זה לזה.

10 **ס"מ** $BC = AD =$ **ולכן** $10-x$ **ס"מ** $BF =$ **.** a **ס"מ** $AB =$ **ולכן** $a-x$ **ס"מ** $BE =$ **.**

נמצא את סכום שטחי שני המשולשים ישרי הזווית, ΔBEF **ו-** ΔAEH **:**

$$\frac{x\cdot x}{2}+\frac{(a-x)\cdot(10-x)}{2}=\frac{x^2+10a-ax-10x+x^2}{2}=\frac{2x^2-ax-10x+10a}{2}$$

תשובה: סכום שטחי ΔBEF **ו-** ΔAEH **הוא** $\frac{2x^2-ax-10x+10a}{2}$**.**



(2) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *שטח המרובע* $EFGH$**.**

$\Delta BEF \cong \Delta DGH, \quad \Delta AEH \cong \Delta CGF$ **(משפט חפיפה צ.ז.צ)**

שטח המרובע $EFGH$ **שווה להפרש של שטחי המשולשים משטח המלבן.**

$$S(x)=10a-\cancel{2}\cdot\frac{2x^2-ax-10x+10a}{\cancel{2}}=$$

$$S(x)=10a-2x^2+ax+10x$$

$$\boxed{S(x)=-2x^2+ax+10x-10a}$$

$$\boxed{S'(x)=-4x+a+10}$$

$$0=-4x+a+10$$

$$4x=a+10$$

$$\boxed{x=0.25a+2.5}$$

פונקציית השטח היא פונקציה ריבועית, שהגרף שלה הוא פרבולה הפוכה ולכן זו נקודת מקסימום.

תשובה: $x=0.25a+2.5$ **עבורו שטח המרובע** $EFGH$ **מקסימלי.**

ב. נתון כי $DH=6$ **, כלומר** $x=10-6=4$ **כאשר שטח המרובע** $EFGH$ **מקסימלי.**

לכן: $4=0.25a+2.5$

$$1.5=0.25a$$

$$\boxed{a=6}$$

תשובה: $a=6$