א. הסוחר מכר 5 **גופיות פגומות במחיר כולל של** 80 **₪, כלומר שילם על כל אחת** $80:5=16$₪

ההפסד היה 20% **לגופיה, כלומר קיבל תמורתן** 80% **מעלות הקנייה.**

x **- מחיר גופיה בקנייה (₪)**

המשוואה המתאימה: $80\%x=16$

הפתרון:

$0.8x=16 \quad /:0.8$

$\boxed{x=20}$

תשובה: הסוחר שילם 20 **₪ עבור גופייה אחת.**

ב. את שאר הגופיות מכר הסוחר ברווח של 30%**, כלומר במחיר של** 26 **₪** $=130\%\cdot 20=\frac{130}{100}\cdot 20=1.3\cdot 20=$ **.**

n **- מספר הגופיות שקנה הסוחר**

		כמות	מחיר לגופייה ₪	סך הכול ₪
קנייה		n	20	$20n$
מכירה	בהפסד	5	16	80
	ברווח	$n-5$	26	$26(n-5)$

הרווח הכולל (ממכירת גופיות פגומות ולא פגומות) היה 190 **₪.**

והמשוואה המתאימה: $20n+190=80+26(n-5)$

נפתור את המשוואה:

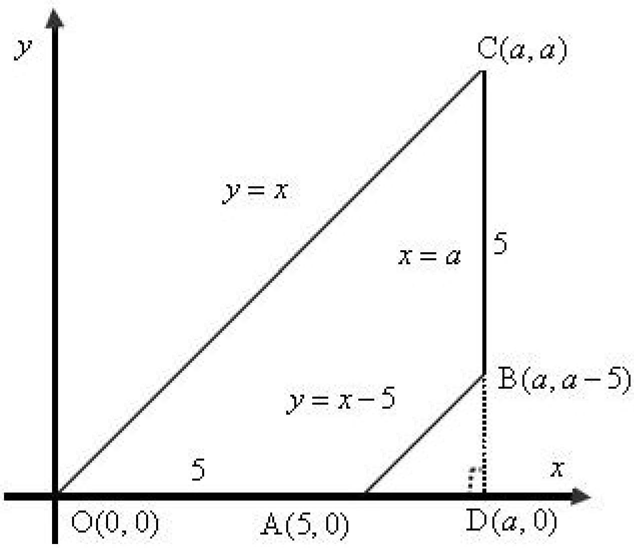
$20n+190=80+26(n-5)$

$20n+190=80+26n-130$

$-6n=-240 \quad /:(-6)$

$\boxed{n=40}$

תשובה: הסוחר קנה 40 **גופיות.**



א. הישרים $y=x$ **ו-** $y=x-5$ **מקבילים זה לזה, כי שיפועיהם שווים** $(m=1)$.

$OC \parallel AD$**, אולם** $CB \nparallel OA$**, ולכן המרובע** ABCO **הוא טרפז.**

כיוון שהישר $y=x$ **יוצר זווית של** $45°$ **עם ציר ה-** x $(m=1)$**,**

וזווית $\sphericalangle ODC$ **ישרה, הרי שגם** $\sphericalangle OCD$ **בת** $45°$**,**

כלומר שזוויות הבסיס שוות זו לזו והטרפז הוא שווה שוקיים.

תשובה: המרובע ABCO **הוא טרפז שווה שוקיים.**

ב. נמצא את קדקודי המרובע ABCO.

הישר $y=x$ **עובר בראשית הצירים וחותך את** $x=a$ **ב-** C,

לכן $O(0,0)$, $C(a,a)$.

הישר $y=x-5$ **חותך את ציר ה-** x $(y=0)$ **ב-** A

וחותך את $x=a$ **ב-** C**, לכן** $A(5,0)$, $C(a,a-5)$.

תשובה: $A(5,0)$, $B(a,a-5)$, $C(a,a)$, $O(0,0)$.

ג. הישר $x=a$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** D **ולכן שיעוריה** $D(a,0)$.

(1) $$S_{\Delta ADB}=\frac{AD\cdot BD}{2}=\frac{(a-5)\cdot(a-5)}{2}=\frac{(a-5)^2}{2}$$

תשובה: שטח המשולש ADB **הוא** $\frac{(a-5)^2}{2}$ **יחידות שטח.**

(2) $$S_{\Delta ODC}=\frac{OD\cdot CD}{2}=\frac{a\cdot a}{2}=\frac{a^2}{2}$$

$$S_{ABCO}=S_{\Delta ODC}-S_{\Delta ADB}$$
$$S_{ABCO}=\frac{a^2}{2}-\frac{(a-5)^2}{2}=\frac{a^2-(a^2-10a+25)}{2}=\frac{a^2-a^2+10a-25}{2}$$
$$\boxed{S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}}$$

תשובה: $S_{ABCO}=\frac{10a-25}{2}$ **יחידות שטח.**

(3) נתון כי שטח המרובע ABCO **הוא** 22.5 .

$$22.5=\frac{10a-25}{2}$$
$$45=10a-25$$
$$70=10a \quad /:10$$
$$\boxed{a=7}$$

תשובה: $a=7$.

א. (1) בקובייה מאוזנת הסיכוי לקבלת מספר כלשהו בהטלה אחת הוא $\frac{1}{6}$

$P(4\cup 6)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ **היא ההסתברות לקבלת מספר זוגי גדול מ-** 3 **(** 4 **או** 6**) בהטלת קובייה אחת.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$**.**

(2) ההסתברות לקבלת מספר זוגי $P(2\cup 4\cup 6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

ההסתברות לקבלת מספר גדול מ- 3 $P(4\cup 5\cup 6)=3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ **.**

מאורע החיתוך של שני מאורעות אלו, הוא המאורע "מספר זוגי גדול מ- 3**" שההסתברות לו היא** $\frac{1}{3}$**,**

כאשר $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$**, ולכן המאורעות תלויים זה בזה** ($P(A)\cdot P(A)\neq P(A\cap B)$)

תשובה: לא, המאורעות תלויים.

ג. כאשר מטילים 3 **פעמים את הקובייה, הרי שאין תלות בין ההטלות השונות**

ולכן זו התפלגות בינומית, כאשר $p=\frac{1}{3}$ **על פי סעיף א (1) למאורע "מספר זוגי הגדול מ-** 3**"**

נחשב בנוסחת ברנולי, כאשר נתון כי $p=\frac{1}{3}$ **,** $n=3$ **,** $k=2$

$$P_3(2)=\binom{3}{2}(\frac{1}{3})^2(1-\frac{1}{3})^{3-2}=\frac{3!}{3!\left(3-1\right)!}\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(\frac{2}{3})^1=3\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{9}$ **.**

ד. אין תלות בין ההטלות השונות ולכן ההסתברות היא כפל הסתברויות.

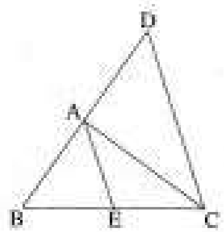
$$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

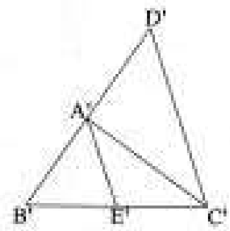
תשובה: ההסתברות היא $\frac{2}{27}$ **.**

ה. ההסתברות מושפעת רק מההטלה הראשונה והשלישית.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{9}$





נתונים

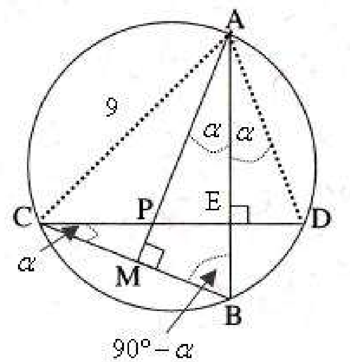
1. $BE = CE$ 2. $B'E' = C'E'$
3. $BA = B'A'$ 4. $AC = A'C'$
5. $AE = A'E'$
6. $BA = AD$ 7. $B'A' = A'D'$

צ"ל: **א.** $AE \parallel DC$

ב. $\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$

ג. $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

הסבר		טענה	נימוק
6	8	$BA = AD$	נתון
1	9	$BE = CE$	נתון
9 ,8	10	AE קטע אמצעים ΔBDC	מחבר אמצעי שתי צלעות
10	11	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
		מ.ש.ל א	
7	12	$B'A' = A'D'$	נתון
2	13	$B'E' = C'E'$	נתון
13 ,12	14	AE קטע אמצעים $\Delta B'D'C'$	מחבר אמצעי שתי צלעות
15	15	$AE \parallel DC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
5	16	$AE = A'E'$	נתון
16	17	$2AE = 2A'E'$	כפל ב- 2
11	18	$2AE = DC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
14	19	$2A'E' = D'C'$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
19 ,17 ,16	20	$DC = D'C'$ (צ)	כלל המעבר
4	21	$AC = A'C'$ (צ)	נתון
3	22	$BA = B'A'$	נתון
22 ,12 ,8	23	$AD = A'D'$ (צ)	כלל המעבר
23 ,21 ,20	24	$\Delta ADC \cong \Delta A'D'C'$	משפט חפיפה צלע צלע צלע
		מ.ש.ל. ב	
24	25	$\sphericalangle DAC = \sphericalangle D'A'C'$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
25	26	$\sphericalangle BAC = \sphericalangle B'A'C'$ (ז)	זוויות צמודות לזוויות שוות
25 ,26 ,21	27	$\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ג	



נתונים

1. $AB \perp CD$

2. $AM \perp CB$

עבור ב' :3. $AC = 9$ **ס"מ . 4. רדיוס המעגל** 5 **ס"מ.**

צ"ל: א. $\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB$ **ב.** ΔAPD **שווה שוקיים**

ג. זוויות ΔPCM .

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$\sphericalangle AMB = 90°$	נתון
	6	$\sphericalangle MAB = \alpha$	סימון
6 ,5	7	$\sphericalangle ABM = 90° - \alpha$	סכום זוויות ΔABM הוא $180°$
1	8	$\sphericalangle AEC = 90°$	נתון
8 ,7	9	$\sphericalangle DCB = \alpha$	סכום זוויות ΔDEC הוא $180°$
9 ,6	10	$\sphericalangle DCB = \sphericalangle MAB$	כלל מעבר
		מ.ש.ל. א	
	11	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle DCB$	על קשת שווה $(\overset{\frown}{BD})$ נשענות זוויות היקפיות שוות
11 ,6	12	$\sphericalangle BAD = \sphericalangle MAB$	כלל מעבר
12 ,8	13	ΔAPD שווה שוקיים	התיכון (AE) מתלכד עם הגובה ולכן המשולש ש"ש
		מ.ש.ל. א (2)	

ג. ולעבודת הטריגו: **נמצא את זוויות** ΔPCM

משפט סינוסים: ΔACB **חסום במעגל שרדיוסו** 5 **ס"מ (נתון)**

$AC = 9$ **ס"מ (נתון)**

$\underline{\Delta ACB}$

$$\frac{AC}{\sin\sphericalangle ABC} = 2R$$

$$\frac{9}{\sin\sphericalangle ABC} = 2 \cdot 5$$

$$0.9 = \sin\sphericalangle ABC$$

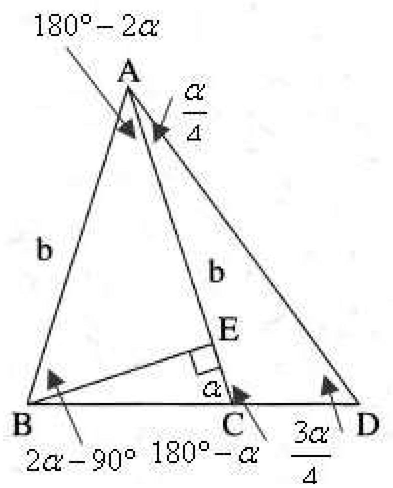
$$\sphericalangle ABC = 64.16° \quad \leftarrow 0 < \sphericalangle ABC < 90°$$

$\sphericalangle MCP = 25.84°$ **(סכום זוויות** ΔEBC **הוא** $180°$) $\sphericalangle PMC = 90°$ **(נתון)**

$\sphericalangle CPM = 64.16°$ (**סכום זוויות** ΔPCM **הוא** $180°$**)**

תשובה: , $\sphericalangle MCP = 25.84°$, $\sphericalangle CPM = 64.16°$, $\sphericalangle PMC = 90°$

עפר ילין



א. $\sphericalangle CAD=\frac{\alpha}{4}$ **(נתון)**

$\sphericalangle ACB=\alpha$ **(נתון)**

$\sphericalangle D=\frac{3\alpha}{4}$ **(זווית חיצונית ל-** ΔACD

שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה)

$\sphericalangle ACD=180°-\alpha$ **(זוויות צמודות משלימות ל-** $180°$**)**

על פי משפט הסינוסים:

$\underline{\Delta ACD}$

$$\frac{AD}{\sin\sphericalangle ACD}=\frac{AC}{\sin\sphericalangle D}$$

$$\frac{AD}{\sin\sphericalangle(180°-\alpha)}=\frac{b}{\sin\frac{3\alpha}{4}}$$

$$AD=\frac{b\sin\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{4}}\leftarrow \sin x=\sin(180°-x)$$

$AB=b$ **(נתון** ΔACD **שווה שוקיים** $AB=AC$**)**

$\sphericalangle CAB=180°-2\alpha$ **(סכום זוויות** ΔABC $180°$**, כאשר זוויות הבסיס היא** α**)**

$\underline{\Delta ABE}$

$$\sin\sphericalangle EAB=\frac{BE}{AB}$$

$$b\sin 2\alpha=BE$$

$$\frac{AD}{BE}=\frac{\frac{b\sin\alpha}{\sin\frac{3\alpha}{4}}}{b\sin 2\alpha}$$

$$\frac{AD}{BE}=\frac{b\sin\alpha}{2b\sin\alpha\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}\quad\leftarrow \sin 2x=2\sin x\cos x$$

$$\boxed{\frac{AD}{BE}=\frac{1}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}}$$

תשובה: $\frac{AD}{BE}=\frac{1}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}$

ב. נשתמש ביחס שמצאנו בסעיף א', בחישוב יחס השטחים המבוקש.

$$\sphericalangle ABE=\alpha-(90^\circ-\alpha)=2\alpha-90^\circ$$

$$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}}=\frac{\cancel{0.5}\cdot AD\cdot \cancel{AC}\cdot\sin\sphericalangle DAC}{\cancel{0.5}\cdot BE\cdot \cancel{AB}\cdot\sin\sphericalangle ABE}$$

$$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}}=\frac{1}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}}\cdot\frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{\sin(2\alpha-90^\circ)}$$

$$\boxed{\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}}=-\frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}\cos2\alpha}}\quad\leftarrow\sin(2\alpha-90^\circ)=-\sin((90^\circ-2\alpha)=-\cos2\alpha$$

תשובה: $\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABE}}=-\frac{\sin\frac{\alpha}{4}}{2\cos\alpha\sin\frac{3\alpha}{4}\cos2\alpha}$

א. נתונות הפונקציות $f(x)=-x^2+2x$ **ו-** $g(x)=\sin(bx)$ **.**

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** A $x_A=\frac{\pi}{b}$ **.**

$$0=\sin(bx)$$
$$bx=\pi k$$
$$x=\frac{\pi}{b}k$$

k	$x=\frac{\pi}{b}k$
0	0
1	$\frac{\pi}{b}$ -

תשובה: $x_A=\frac{\pi}{b}$ **(ניתן לקבל ישירות ע"פ המחזוריות** $\frac{2\pi}{b}$ **של הפונקציה** $g(x)=\sin(bx)$ **)**

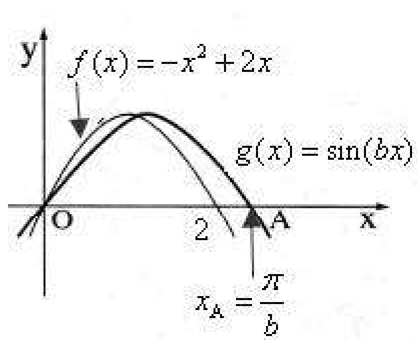
ב. נחשב את שני השטחים ונשווה ביניהם.

$$f(x)=-x^2+2x=-x(x-2)$$

חותכת את ציר ה- x **כאשר** $x=0$ **או** $x=2$ **.**

$$S_f=\int_0^2(-x^2+2x-0)dx$$
$$S_f=-\frac{x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}\Big]_0^2$$
$$S_f=(-\frac{2^3}{3}+2^2)-(-\frac{0^3}{3}+0^2)$$
$$\boxed{S_f=1\frac{1}{3}}$$

$$S_g=\int_0^{\frac{\pi}{b}}(\sin(bx)-0)dx$$
$$S_g=\frac{-\cos(bx)}{b}\Big]_0^{\frac{\pi}{b}}$$
$$S_g=\left(\frac{-\cos(b\cdot\frac{\pi}{b})}{b}\right)-\left(\frac{-\cos(b\cdot 0)}{b}\right)$$
$$S_g=\frac{1}{b}+\frac{1}{b}$$
$$\boxed{S_g=\frac{2}{b}}$$



ובהתאם

$$\frac{2}{b}=1\frac{1}{3}$$
$$\boxed{b=1.5}$$

תשובה: $b=1.5$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x+2}+\sqrt{-x}+2$.

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$\left.\begin{array}{l} x+2\ge 0 \quad \to x\ge -2 \\ -x\ge 0 \quad \to x\le 0 \end{array}\right\} -2\le x\le 0$$

תשובה: $-2\le x\le 0$

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

נמצא תחילה את נקודות הקצה.

$$f(-2)=\sqrt{-2+2}+\sqrt{-(-2)}+2=2+\sqrt{2} \quad \to (-2,2+\sqrt{2})$$

$$f(0)=\sqrt{0+2}+\sqrt{-(-0)}+2=2+\sqrt{2} \quad \to (0,2+\sqrt{2})$$

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}-\frac{1}{2\sqrt{-x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{-x}}}$$

$$0=\sqrt{-x}-\sqrt{x+2}$$

$$\sqrt{x+2}=\sqrt{-x}$$

$$x+2=-x$$

$$2x=-2$$

$$x=-1 \quad \to \sqrt{-1+2}\overset{?}{=}\sqrt{-(-1)} \quad \to 1=1 \quad o.k.$$

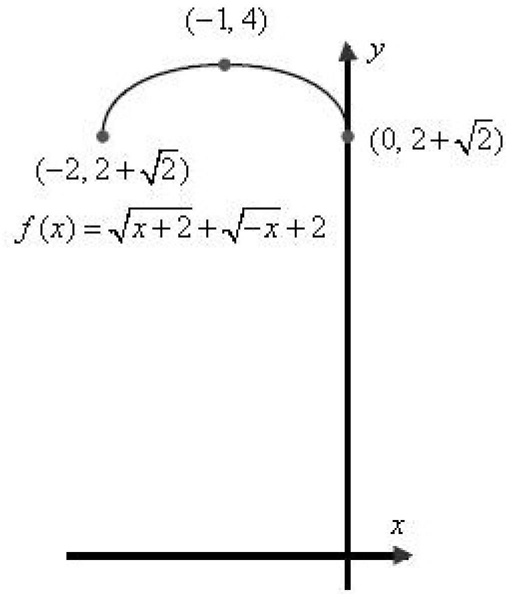
$$f(-1)=\sqrt{-1+2}+\sqrt{-(-1)}+2=4 \quad \to (-1,4)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה

x	-2		-1		0
$f(x)$	$2+\sqrt{2}$		4		$2+\sqrt{2}$
$f'(x)$					
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(0,2+\sqrt{2})$ **מינימום ,** $(-2,2+\sqrt{2})$ **מינימום,** $(-1,4)$ **מקסימום** .

ג. סרטוט סקיצה



ד. שיעורי ה- y **של נקודות המינימום שווים, ל-** $2+\sqrt{2}$**, ולכן משוואת הישר** $y=2+\sqrt{2}$

תשובה: $y=2+\sqrt{2}$

ה. למשוואה $f(x)=k$ **יש שני פתרונות, כאשר** $2+\sqrt{2}\le k<4$**,**

כי במקרים אלה הישר $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה בדיוק בשתי נקודות.**

תשובה: $2+\sqrt{2}\le k<4$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$, $x\neq 0.5a$,

הביטוי שבמכנה $(x-2)^2$ **מתאפס עבור** $x=2$.

נמצא אסימפטוטה אופקית - חזקת פולינום המונה (0) **קטנה חזקת פולינום המכנה** (1)

ולכן הביטוי $\frac{1}{(x-2)^2}$ **שואף ל-** 0 **כאשר** $x\to\infty$

ובהתאם $f(x)\to a$ **כאשר** $x\to\infty$ **ו-** $y=a$ **אסימפטוטה אופקית .**

אסימפטוטה אנכית מתקבלת עבור הישר $x=2$ **, שכן** $x=2$ **מאפס מכנה ולא מונה ולכן** $\lim\limits_{x\to 2}\frac{1}{(x-2)^2}=\frac{1}{0^{\pm}}=\pm\infty$.

תשובה: $x\neq 2$, $y=a$, $x=2$.

ב. (1) נמצא את משוואת המשיק, בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **בה מתקיים** $x=0$.

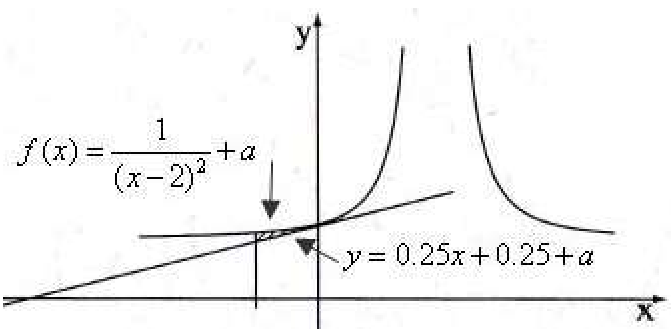
$$f(0)=\frac{1}{(0-2)^2}+a \quad\to \boxed{y_{x=0}=0.25+a}$$

$$f'(x)=\frac{-2(x-2)}{(x-2)^2}$$

$$f'(0)=\frac{-2\cdot(0-2)}{(0-2)^2}=1 \quad\to m=0.25$$

$$y-(0.25+a)=0.25(x-0)$$

$$\boxed{y=0.25x+0.25+a}$$



תשובה: $y_{x=0}=0.25+a$, $y=0.25x+0.25+a$

(2)

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}+a$
פונקציה תחתונה	$y=0.25x+0.25+a$
x **גדול**	$x=0$
x **קטן**	$x=-1$

$$S_1=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}+a-(0.25x+0.25+a)\right)dx$$

$$S=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{(x-2)^2}-0.25x-0.25\right)dx$$

$$S=-\frac{1}{x-2}-\frac{0.25x^2}{2}-0.25x\ \Big]_{-1}^{0}$$

$$S=\left(-\frac{1}{0-2}-\frac{0.25\cdot 0^2}{2}-0.25\cdot 0\right)-\left(-\frac{1}{-1-2}-\frac{0.25\cdot(-1)^2}{2}-0.25\cdot(-1)\right)$$

$$S=0.5-\frac{11}{24}$$

$$\boxed{S=\frac{1}{24}}$$

תשובה: $\frac{1}{24}$ **יח"ר.**