נסמן P **- אחוז ההנחה מ-** 900 **שקל, או ההתייקרות מ-** 600 **שקל.**

מחיר הטלפון הנייד, שעלה 600 **שקל, לאחר ההתייקרות** $\frac{100+P}{100}\cdot 600=6(100+P)$

מחיר הטלפון הנייד, שעלה 900 **שקל, לאחר ההנחה** $\frac{100-P}{100}\cdot 900=9(100-P)$

המחירים בשתי החנויות זהים, לאחר שינויי המחירים.

$$6(100+P)=9(100-P)$$
$$600+6P=900-9P$$
$$15P=300$$
$$P=20$$

בהתאם, אחוז ההנחה, או אחוז ההתייקרות הוא 20%.

המחיר הסופי של הטלפון הנייד הוא $\frac{100+20}{100}\cdot 600=1.2\cdot 600=720$ **, או** $0.8\cdot 900=720$.

תשובה: המחיר הסופי של הטלפון הנייד הוא 720 **שקל.**

א. נציב $x=-8$ **במשוואת הצלע** AB : $y=\frac{3}{4}x-6$ **ונקבל** $y=\frac{3}{4}(-8)-6=-12$ **, ובהתאם** $A(-8,-12)$.

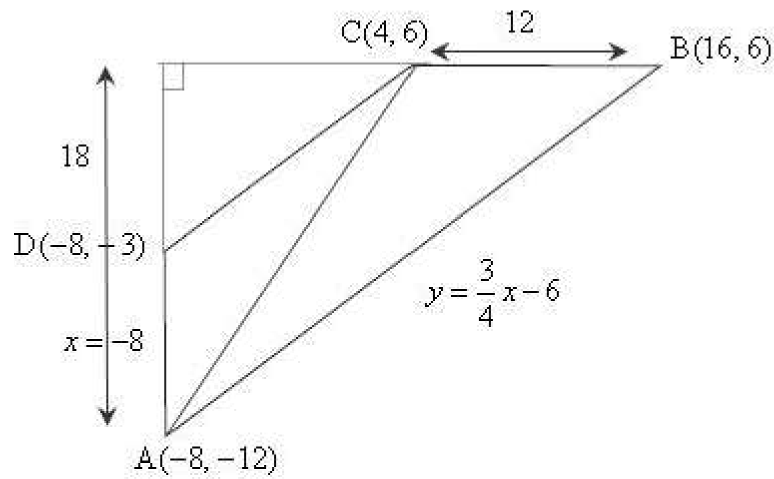
שיפוע הצלע CB **הוא** 0**, ולכן** $y_B=y_C=6$.

נציב $y=6$ **במשוואת הצלע** AB : $y=\frac{3}{4}x-6$ **ונקבל** $6=\frac{3}{4}x-6 \leftarrow x=16$ **, ובהתאם** $B(16,6)$.

$DC \parallel AB$ **(בסיסי הטרפז מקבילים זה לזה), ובהתאם** $m_{CD}=m_{AB}=\frac{3}{4}$ **, כאשר שיעורי** D **הם** $(-8,y_D)$.

$$\frac{3}{4}=\frac{6-y_D}{4-(-8)} \leftarrow y_D=-3$$

תשובה: $A(-8,-12)$, $B(16,6)$, $D(-8,-3)$.



ב. (1) $\sphericalangle BCA$ **קהה, ולכן הגובה לצלע** BC **ב-** ΔACB **הוא גובה חיצוני, להמשך הצלע** BC .

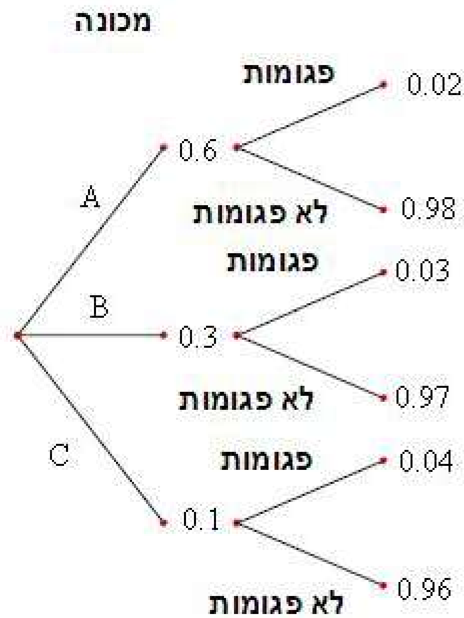
אורכו של הגובה, המקביל לציר ה- y **כי** BC **מקביל לציר ה-** x **, הוא** $6-(-12)=18$.

תשובה: אורכו של הגובה 18 **יחידות.**

(2) $$S_{\Delta ACB}=\frac{BC\cdot h_{BC}}{2}=\frac{(16-4)\cdot 18}{2}=108$$

שטחו של ΔACB **הוא** 108 **יח"ר.**

א. (1) נעלה את הנתונים על עץ אפשרויות מתאים.



ההסתברות לנורות פגומות היא: $0.6\cdot 0.02+0.3\cdot 0.03+0.1\cdot 0.04=0.025$ **,**

ולכן אחוז הנורות הפגומות הוא $0.025\cdot 100=2.5\%$

תשובה: אחוז הנורות הפגומות הוא 2.5% **.**

(2) נמצא ההסתברות שנורה שנמצאה כפגומה, יוצרה על ידי מכונה C

$$\mathrm{P(C\ machine\,/\,defective\ bulb)}=\frac{\mathrm{P(C\ machine}\cap\mathrm{defective\ bulb)}}{\mathrm{P(defective\ bulb)}}=\frac{0.1\cdot 0.04}{0.025}=0.16$$

תשובה: ההסתברות היא 0.16 **.**

ג. בוחרים באקראי 5 **נורות, ויש למצוא את ההסתברות שלכל היותר** 3 **מהן תהיינה תקינות.**

נחשב את ההסתברות של המאורע המשלים: 4 **נורות תקינות, או** 5 **נורות תקינות, כאשר** $p=1-0.025=0.975$ **.**

זו התפלגות בינומית . נחשב בנוסחת ברנולי, כאשר נתון כי $n=5$ **,** $p=0.975$

$$\mathrm{P}_5(4)=\binom{5}{4}(0.975)^4(1-0.975)^{5-4}$$

$$\mathrm{P}_5(4)=\frac{5!}{4!(5-4)!}\cdot 0.975^4\cdot 0.025^1$$

$$\mathrm{P}_5(4)=5\cdot 0.975^4\cdot 0.025^1$$

$$\mathrm{P}_5(4)=0.11296$$

$$\mathrm{P}_5(5)=\binom{5}{5}(0.975)^5(1-0.975)^{5-5}$$

$$\mathrm{P}_5(5)=0.975^5$$

$$\mathrm{P}_5(5)=0.8811$$

וההסתברות היא $0.0811+0.11296=0.99406$ **,**

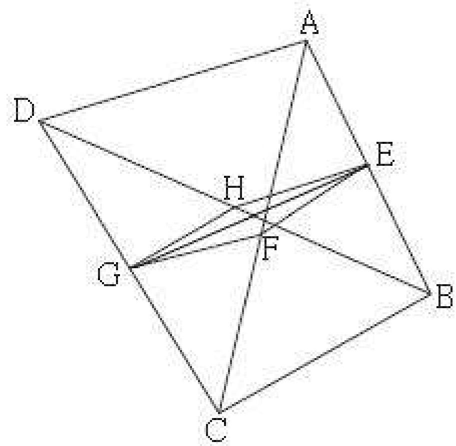
ובהתאם ההסתברות ל"לכל היותר 3 **תקינות" היא** $1-0.99406=0.0059$

תשובה: ההסתברות שלכל היותר שלוש נורות תהיינה פגומות היא 0.0059 **.**

נתונים

1. E **אמצע** AB **2.** G **אמצע** DC

3 . F **אמצע** AC **4.** H **אמצע** DB



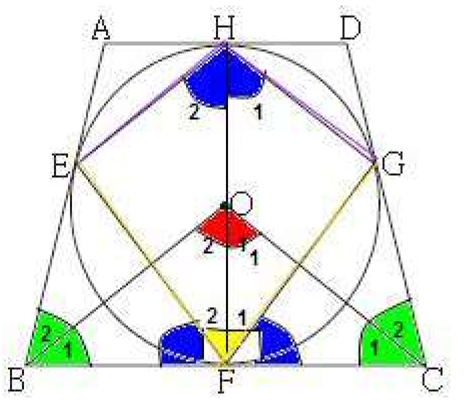
צ"ל: א. $EF \parallel HG$

ב. $\Delta EHG \cong \Delta EFG$

הוכחה

הסבר		טענה	נימוק
1	5	E **אמצע** AB	נתון
3	6	F **אמצע** AC	נתון
5, 6	7	EF **קטע אמצעים** ΔABC	מחבר אמצעי שתי צלעות
7	8	$EF \parallel BC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
4	9	H **אמצע** DB	נתון
2	10	G **אמצע** DC	נתון
9, 10	11	HG **קטע אמצעים** ΔBDC	מחבר אמצעי שתי צלעות
11	12	$HG \parallel BC$	קטע אמצעים מקביל לצלע השלישית
8, 12	13	$EF \parallel HG$	אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי אז הם מקבילים ביניהם
מ.ש.ל. א			
7	14	$EF = 0.5 \cdot BC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
11	15	$HG = 0.5 \cdot BC$	קטע אמצעים שווה למחצית הצלע השלישית
14, 15	16	$EF = HG$ **(צ)**	כלל המעבר
13	17	$\measuredangle HGE = \measuredangle GEF$ **(ז)**	אם ישרים מקבילים אז הזוויות המתחלפות שוות
	18	$EG = EG$ **(צ)**	צלע משותפת
16, 17, 18	19	$\Delta EHG \cong \Delta GFE$	משפט חפיפה **צלע זווית צלע**
מ.ש.ל. ב			

עב מאי 12 מועד קיץ א שאלון 35804



<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **טרפז שווה שוקיים** **2.** $AD \parallel BC$

3. BC **משיק למעגל בנקודה** F

4. AD **משיק למעגל בנקודה** H

5. CD **משיק למעגל בנקודה** G

6. AB **משיק למעגל בנקודה** E

צ"ל: א. $\Delta BOF \cong \Delta COF$ **ג.** $EHGF$ **דלתון.**

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	7	$ABCD$ טרפז שווה שוקיים	נתון
7	8	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB$	זוויות בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים
5	9	CD משיק למעגל בנקודה G	נתון
3	10	BC משיק למעגל בנקודה F	נתון
9, 10	11	$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2 = 0.5 \cdot \sphericalangle DCB$	אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל, אז הקטע מהנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין המשיקים
6	12	AB משיק למעגל בנקודה E	נתון
10, 12	13	$\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2 = 0.5 \cdot \sphericalangle ABC$	נימוק דומה לשורה 11
8, 11, 13	14	$\sphericalangle C_1 = \sphericalangle B_1$	הצבה
10	15	(ז) $\sphericalangle OFB = \sphericalangle OFC = 90°$	המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה
	16	(צ) $OF = OF$	צלע משותפת
14, 16	17	(ז) $\sphericalangle O_1 = \sphericalangle O_2$	סכום זוויות במשולש $180°$
15, 16, 17	18	$\Delta BOF \cong \Delta COF$	משפט חפיפה זווית צלע זווית
		מש.ל. א	
9, 10	19	$CF = CG$	אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל אז אורכיהם שווים
9, 12	20	$BF = BE$	אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל אז אורכיהם שווים
18	21	(צ) $CF = BF$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים
19, 20, 21	22	(צ) $CG = BE$	כלל המעבר
21, 8, 22	23	$\Delta CGF \cong \Delta BEF$	משט חפיפה צלע זווית צלע
23	24	(צ) $GF = EF$	צלעות מתאימות במשולשים חופפים

הסבר	מס'	טענה	נימוק
23	25	$\sphericalangle GFC = \sphericalangle EFB$	זוויות מתאימות במשולשים חופפים
15, 25	26	$\sphericalangle F_1 = \sphericalangle F_2$	כלל החיסור
26	27	$HD = HE$	לזוויות היקפיות שוות שייכים מיתרים שווים
24, 27	28	$EHGF$ דלתון	שני משולשים שווי שוקיים עם בסיס משותף
		מ.ש.ל. ב	

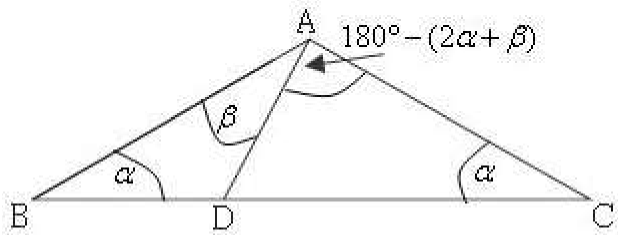
א. ΔABC **שווה שוקיים,** $AB = AC$ **(נתון)**

$\sphericalangle ABC = \alpha$ **(נתון)**

$\sphericalangle ACB = \alpha$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים** ΔABC **)**

$\sphericalangle BAD = \beta$ **(נתון)**

$\sphericalangle DAC = 180° - (2\alpha + \beta)$ **(סכום זוויות ב-** ΔABC °)



נמצא את היחס המבוקש:

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\cancel{0.5} \cdot AD \cdot \cancel{AB} \cdot \sin\sphericalangle BAD}{\cancel{0.5} \cdot AD \cdot \cancel{AC} \cdot \sin\sphericalangle CAD}$$

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\sin\beta}{\sin(180° - (2\alpha + \beta))}$$

$$\boxed{\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\sin\beta}{\sin(2\alpha + \beta)}} \quad \leftarrow \sin(x) = \sin(180° - x)$$

תשובה: $\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\sin\beta}{\sin(2\alpha + \beta)}$

ב. נתון כי $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$ **ו-** $\beta = 30°$ **.**

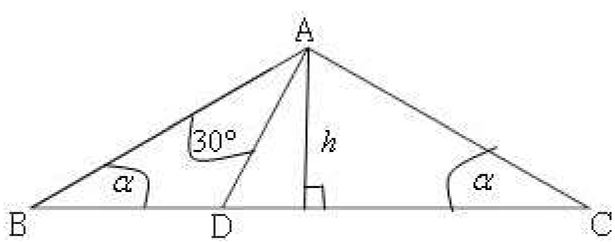
נראה כי היחס בין שטחי המשולשים שווה גם ל- $\frac{BD}{DC}$ **,**

על ידי בניית עזר $h \perp BC$ **, כאשר גובה זה משותף לשני המשולשים.**

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{\cancel{0.5} \cdot BD \cdot \cancel{h}}{\cancel{0.5} \cdot DC \cdot \cancel{h}}$$

$$\frac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}} = \frac{BD}{DC} \quad \rightarrow \frac{1}{2}$$

נציב את הנתונים, בנוסחת יחס השטחים, שמצאנו בסעיף א:



$$\frac{1}{2} = \frac{\sin 30°}{\sin(2\alpha + 30°)}$$

$$\sin(2\alpha + 30°) = 1$$

$$2\alpha + 30° = 90° \quad \leftarrow 0 < \alpha < 90°$$

$$\boxed{\alpha = 30°}$$

תשובה: $\alpha = 30°$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x^2-4}{2x-1}$

מכנה הפונקציה מתאפס עבור $x=0.5 \quad \rightarrow 2x=1 \quad \rightarrow 2x-1=0$ **.**

תשובה: $x\neq 0.5$ **.**

ב. חזקת פולינום המונה (2) **גדולה מחזקת פולינום המכנה** (1) **ולכן אין אסימפטוטה אופקית .**

$x=0.5$ **, מאפס מכנה ולא מונה, לכן הישר** $x=0.5$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה:אסימפטוטות מקבילות לציר ה- y **:** $x=0.5$ **.**

ג. בנקודת חיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $f(0)=\dfrac{0^2-4}{2\cdot 0-1}=4 \quad \rightarrow (0,4)$ **.**

בנקודת חיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ובהתאם** $0=\dfrac{x^2-4}{2x-1} \quad \rightarrow x^2-4=0 \quad \rightarrow x=\pm 2 \quad \rightarrow (2,0),(-2,0)$ **.**

תשובה: $(0,4)$ **,** $(2,0),(-2,0)$

ד. נמצא את תחומי העלייה והירידה.

$$f'(x)=\frac{2x(2x-1)-2\cdot(x^2-4)}{(2x-1)^2}$$

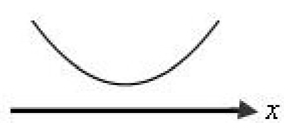
$$f'(x)=\frac{4x^2-2x-2x^2+8}{(2x-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x^2-2x+8}{(2x-1)^2}}$$

$$0=2x^2-2x+8$$

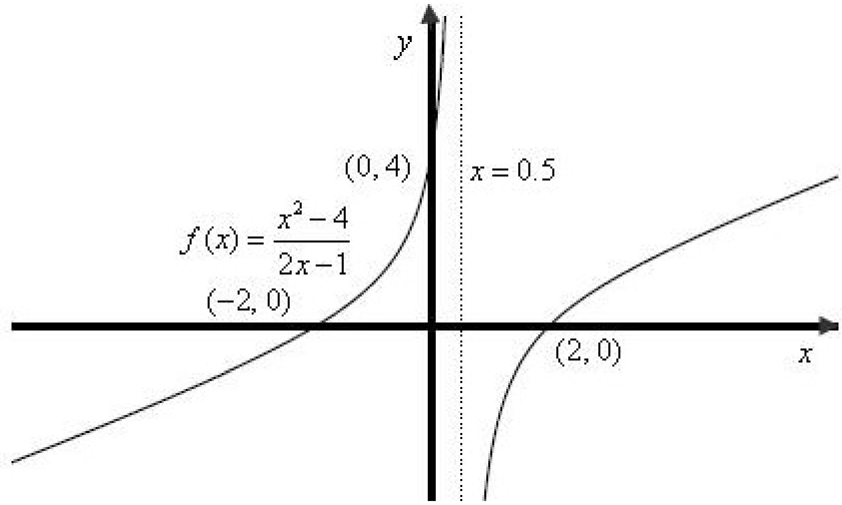
$$\Delta=(-2)^2-4\cdot 2\cdot 8<0$$

לכן, מונה הנגזרת חיובי לכל x **, כי הוא ביטוי ריבועי של פרבולה בעלת מינימום,**
שאין לה נקודת אפס, ומכנה הנגזרת חיובי – ובהתאם הנגזרת חיובית לכל $x\neq 0.5$ **.**



תשובה: עלייה: $x>0.5$ **או** $x<0.5$ **, ירידה: אף** x **.**

ה. הסקיצה המתאימה

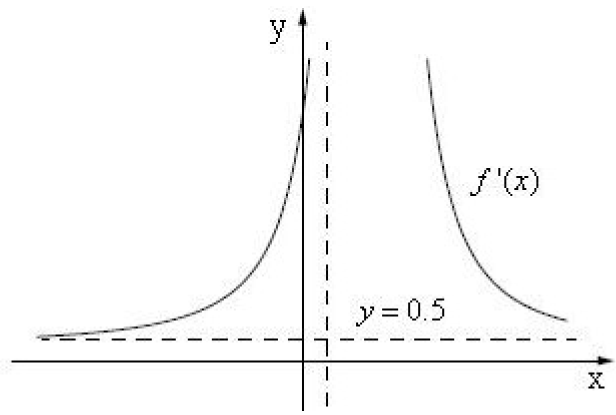


ו. על פי סעיף ה: $f'(x)=\frac{2x^2-2x+8}{(2x-1)^2}=\frac{2x^2-2x+8}{4x^2-4x+1}$ **.**

חזקת פולינום המונה (2) **שווה לחזקת פולינום המכנה** (2) **,**

ולכן אסימפטוטה אופקית תהיה על פי מנת המקדמים: $y=\frac{2}{4}=0.5$ **,**

וניתן לראות בסקיצה של גרף הנגזרת את האסימפטוטה האופקית $y=0.5$ **.**



ולכן עבור $k\le 0.5$ **הישר** $y=k$ **אינו חותך את גרף הנגזרת** $f'(x)$ **.**

תשובה: $k\le 0.5$

א. נתונות שתי פונקציות הפונקציה $f(x)=\sqrt{12-3x}$ **,** $g(x)=-\sqrt{12-3x}$

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי, זהה לשתי הפונקציות.

$12-3x\geq 0$

$-3x>-12$

$x\leq 4$

תשובה: $x\leq 4$ **תחום ההגדרה של שתי הפונקציות.**

ב. נמצא תחומי עלייה וירידה:

$f'(x)=\frac{-3}{2\sqrt{12-3x}}$ **שלילית עבור** $x\leq 4$ **ולכן** $f(x)$ **יורדת בתחום** $x<4$ **.**

$g'(x)=\frac{3}{2\sqrt{12-3x}}$ **חיובית עבור** $x\leq 4$ **ולכן** $g(x)$ **עולה בתחום** $x<4$ **.**

תשובה: $f(x)$ **יורדת עבור** $x<4$ **ועולה לאף** x **,** $g(x)$ **עולה עבור** $x<4$ **ויורדת לאף** x **.**

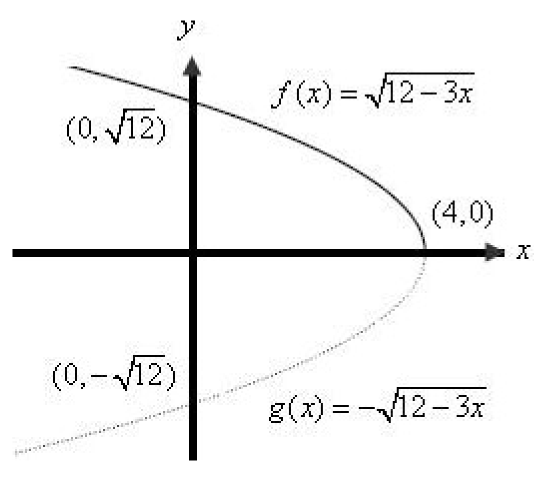
ג. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

ונקבל את הנקודה $(0,\sqrt{12})$ **עבור** $f(x)$ **ו-** $(0,-\sqrt{12})$ **עבור** $g(x)$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודה** $(4,0)$ **עבור שתי הפונקציות.**

תשובה: $f(x)$ **:** $(0,\sqrt{12})$ **,** $(4,0)$ **,** $g(x)$ **:** $(0,-\sqrt{12})$, $(4,0)$.

ד. הסקיצה המתאימה:



ה. (1) נמצא את משוואות המשיקים, לשתי הפונקציות, עבור $x=1$ **:**

$$f(1)=\sqrt{12-3\cdot 1}=3 \quad \to (1,3) \qquad\qquad g(1)=-\sqrt{12-3\cdot 1}=-3 \quad \to (1,-3)$$

$$f'(1)=\frac{-3}{2\sqrt{12-3\cdot 1}}=-0.5 \quad \to m=-0.5 \qquad\qquad g'(1)=\frac{3}{2\sqrt{12-3\cdot 1}}=0.5 \quad \to m=0.5$$

$$y-3=-0.5(x-1) \quad \to \boxed{y=-0.5x+3.5} \qquad\qquad y+3=0.5(x-1) \quad \to \boxed{y=0.5x-3.5}$$

שני המשיקים, עקב הסימטריה נפגשים על ציר ה- x **,**

אבל נחשב את שיעורי נקודת החיתוך בדרך הרגילה:

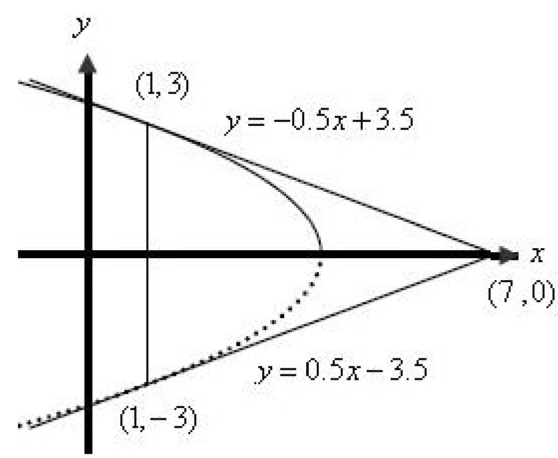
$$\begin{cases} y=0.5x-3.5 \\ y=-0.5x+3.5 \end{cases}$$

$$0.5x-3.5=-0.5x+3.5$$

$$x=7 \quad \to y=0.5\cdot 7-3.5=0 \quad \to \boxed{(7,0)}$$

תשובה: $(7,0)$

(2)



שטח המשולש הוא $S=\frac{(7-1)\cdot(3-(-3))}{2}=\frac{6\cdot 6}{2}=18$

תשובה: שטח המשולש 18 **יח"ר.**

א. משאית נוסעת 100 ק"מ במהירות קבועה של x קמ"ש, ולכן זמן הנסיעה שלה $\frac{100}{x}$ שעות.

תשובה: זמן הנסיעה של המשאית הוא $\frac{100}{x}$ שעות.

ב. עלות הנסיעה של המשאית היא פונקציה של המהירות שלה - $(16+\frac{x^2}{400})$ שקלים לשעת נסיעה.

(1) הפונקציה שיש להביא למינימום היא עלות הנסיעה של המשאית

$$p(x)=\frac{100}{x}\cdot(16+\frac{x^2}{400})$$

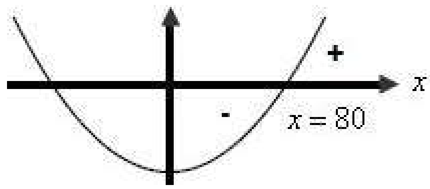
$$\boxed{p(x)=\frac{1600}{x}+\frac{x}{4}}$$

$$p'(x)=-\frac{1600}{x^2}+\frac{1}{4}$$

$$\boxed{p'(x)=\frac{-6400+x^2}{4x^2}}$$

$$0=-6400+x^2$$

$$\boxed{x=80} \leftarrow x>0$$



מכנה הנגזרת חיובי, כאשר מונה הנגזרת פרבולה ישרה, בעלת מינימום,
לכן הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=80$ וזו נקודת מינימום.
הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום
תשובה: $x=80$ יביא את עלות נסיעת המשאית למינימום.

(2) נציב $x=80$ בפונקציית העלות:

$$p(80)=\frac{1600}{80}+\frac{80}{4}=40$$

תשובה: העלות המינימלית של נסיעת המשאית, למרחק 100 ק"מ, היא 40 שקלים.