נסמן x **- מחיר דקת שיחה בשעות היום.**

מחיר דקת שיחה בשעות הערב נמוך ב- 40% **ממחיר דקת שיחה בשעות היום ולכן הוא** $\frac{100-40}{100}\cdot x=0.6x$ **.**

מחיר דקת שיחה בשעות הערב לאחר הוזלה של 18% **הוא** $\frac{100-18}{100}\cdot 0.6x=0.82\cdot 0.6x=0.492x$ **.**

אלעד דיבר 150 **דקות בשעות היום, במחיר** x **- כלומר שילם עבורן** $150x$**.**

אלעד דיבר 300 **דקות בשעות הערב, במחיר** $0.492x$ **- כלומר שילם עבורן** $300\cdot 0.492x=147.6x$**.**

התשלום הכולל היה 44.64 **שקלים והמשוואה המתאימה היא** $150x+147.6x=44.64$

$$150x+147.6x=44.64$$
$$297.6x=44.64 \quad /:297.6$$
$$x=0.15$$

כלומר דקת שיחה בשעות היום עולה 0.15 **שקל ובשעות הערב, לפני ההוזלה,** $0.6\cdot 0.15=0.09$ **שקלים.**

תשובה: מחיר דקת שיחה ביום הוא 0.15 **שקלים (**15 **אגורות) ובערב, לפני ההוזלה,** 0.9 **שקלים (**9 **אגורות).**

א. נתונה משוואת מעגל $(x-a)^2+(y-3)^2=25$ **, שעובר בראשית הצירים.**

נציב $(0,0)$ **במשוואת המעגל:**

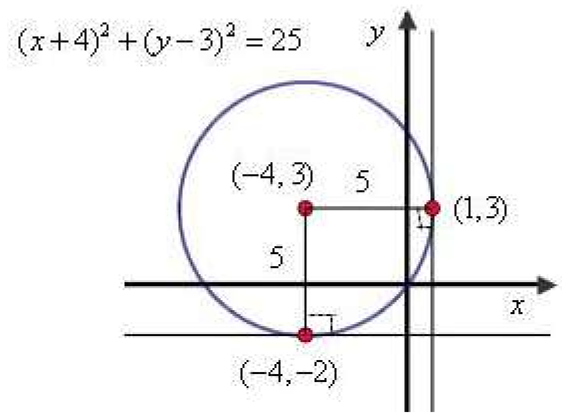
$$(0-a)^2+(0-3)^2=25$$
$$a^2=16$$
$$\boxed{a=-4} \quad \leftarrow a<0$$

הפתרון השני נפסל כי נתון שמרכז המעגל ברביע השני.

תשובה: $a=-4$

ב. משוואת המעגל היא $(x+4)^2+(y-3)^2=25$ **.**

נסמן את נקודות החיתוך המבוקשות $(x,x+2)$ **ונציב במשוואת המעגל.**



$$(x+4)^2+(x+2-3)^2=25$$
$$(x+4)^2+(x-1)^2=25$$
$$2x^2+6x-8=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-6\pm10}{4} \quad \to x=1,-4 \quad \to (1,3),(-4,-2)$$

תשובה: $(1,3)$ **,** $(-4,-2)$ **.**

ג. שיעורי מרכז המעגל הם $(-4,3)$ **הוא ורדיוסו** 5 **.**

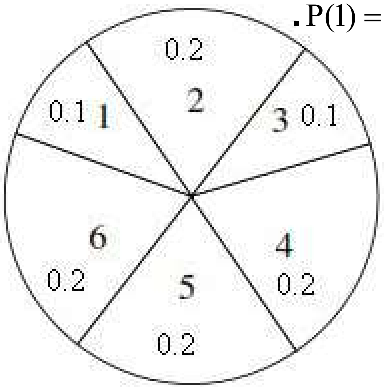
$(-4,-2)$ **היא הנקודה, על המעגל, ששיעור ה-** y **בה הוא הכי קטן (** $3-5=-2$ **),**

ובמקרה זה המשיק מקביל לציר ה- x **ומשוואתו** $y=-2$ **.**

$(1,3)$ **היא הנקודה, על המעגל, ששיעור ה-** x **בה הוא הכי גדול (** $-4+5=1$ **),**

ובמקרה זה המשיק מקביל לציר ה- y **ומשוואתו** $x=1$ **.**

תשובה: $y=-2$ **,** $x=1$ **.**



א. על פי שטחי הגזרות השונות בעיגול, $P(2)=P(4)=P(5)=P(6)=0.2$ $\quad P(1)=P(3)=0.1,$ **.**

בהתאם: $P(even\ no.)=P(2)+P(4)+P(6)=3\cdot 0.2=0.6$

תשובה: ההסתברות היא 0.6.

ב. (1) נמצא את ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי, פעמיים לכל היותר.

זו התפלגות בינומית, כאשר $n=5$ **,** $p=0.6$ **.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$ **,**

את הסתברות ל- 0**,** 1**, או** 2 **פעמים שהגלגל ייעצר על מספר זוגי.**

$$P_5(2)=\binom{5}{2}(0.6)^2(1-0.6)^{5-2}$$
$$P_5(2)=\frac{5!}{2!(5-2)!}\cdot 0.6^2\cdot 0.4^3$$
$$P_5(2)=10\cdot 0.6^2\cdot 0.4^3$$
$$P_5(2)=0.2304$$

$$P_5(1)=\binom{5}{1}(0.6)^1(1-0.6)^{5-1}$$
$$P_5(1)=\frac{5!}{1!(5-1)!}\cdot 0.6^1\cdot 0.4^4$$
$$P_5(1)=5\cdot 0.6^1\cdot 0.4^4$$
$$P_5(1)=0.0768$$

$$P_5(0)=\binom{5}{0}(0.6)^0(1-0.6)^{5-0}$$
$$P_5(0)=1\cdot 1\cdot 0.4^5$$
$$P_5(0)=0.01024$$

$$P(at\ most\ 2\ are\ even\ no.)=0.2304+0.0768+0.01024=0.31744$$

תשובה: ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי 2 **פעמים לכל היותר היא** 0.31744 **.**

(2) יש למצוא את ההסתברות שהגלגל נעצר על מספר זוגי בדיוק 2 **פעמים,**

אם ידוע שהגלגל נעצר על מספר זוגי 2 **פעמים לכל היותר.**

$$P(2\ are\ even\ no./\ at\ most\ 2\ are\ even\ no.)=\frac{P(2\ are\ even\ no.\cap at\ most\ 2\ are\ even\ no.)}{P(at\ most\ 2\ are\ even\ no.)}$$

$$P(2\ are\ even\ no./\ at\ most\ 2\ are\ even\ no.)=\frac{0.2304}{0.31744}=\frac{45}{62}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{45}{62}$ **.**

ג. כאשר חישבנו את ההסתברות לקבלת מספר זוגי בדיוק 2 **פעמים,**

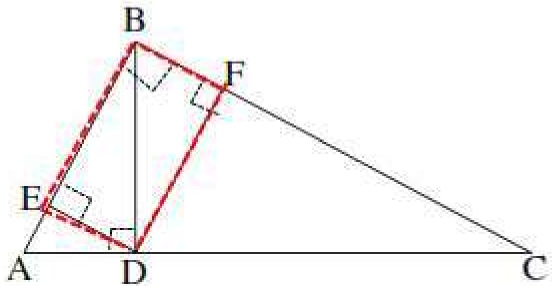
קבלנו את הביטוי 2 $10\cdot 0.6^2\cdot 0.4^3=0.2304$ **, כאשר המספר** 10 **מייצג את מספר האפשרויות,**

שוות ההסתברות, לשני מספרים זוגיים ושלושה אי-זוגיים.

לכן ההסתברות היא $\frac{0.2304}{10}=0.02304$ **.**

ניתן גם כמובן לחשב ישירות, בהתאם לסדר המתבקש: $P=0.6\cdot 0.4\cdot 0.4\cdot 0.4\cdot 0.6=0.02304$ **.**

תשובה: ההסתברות היא 0.02304 **.**



נתונים

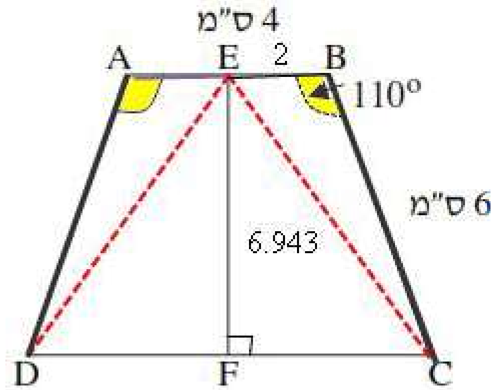
.1 $\sphericalangle ABC = 90°$ **.2** $\sphericalangle BDA = 90°$

.3 $\sphericalangle DFB = 90°$ **.4** $\sphericalangle DEB = 90°$

צ"ל: א. EF **ו-** BD **שווים זה לזה וחוצים זה את זה.**

ב. $ED^2 = DF \cdot AE$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$\sphericalangle ABC = 90°$	נתון
4	6	$\sphericalangle DEB = 90°$	נתון
3	7	$\sphericalangle DFB = 90°$	נתון
5, 6, 7	8	$EBFD$ מלבן	מרובע עם שלוש זוויות ישרות הוא מלבן
8	9	EF ו- BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה	האלכסונים במלבן שווים זה לזה וחוצים זה את זה
		מ.ש.ל. א	
2	10	$\sphericalangle BDA = 90°$	נתון
2, 10	11	$ED^2 = EB \cdot AE$	הגובה ליתר במשולש ישר זווית הוא ממוצע הנדסי של היטלי הניצבים על היתר
9, 11	12	$ED^2 = DF \cdot AE$	הצבה
		מ.ש.ל. ב	



<u>נתונים</u>

.1 $ABCD$ **טרפז שווה שוקיים** **.2** $AB \parallel DC$

.3 $AE = EB$ **.4** $DF = FC$

עבור ב: .5 $AB =$ 4 **ס"מ** **.6** $BC =$ 6 **ס"מ**

.7 $\measuredangle EBC = 110°$

צ"ל: א. (1) $ED = EC$ **(2)** $EF \perp DC$

ב. $\measuredangle ECB$.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	8	$ABCD$ **טרפז שווה שוקיים**	**נתון**
2	9	$AB \parallel DC$	**סימון**
9 ,8	10	$AD = BC$ **(צ)**	**השוקיים השוות בטרפז שווה השוקיים**
8	11	$\measuredangle A = \measuredangle B$ **(ז)**	**זוויות בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים**
3	12	$AE = EB$ **(צ)**	**נתון**
10, 11, 12	13	$\Delta DAE \cong \Delta CBE$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
13	14	$ED = EC$	**צלעות מתאימות במשולשים חופפים**
מ.ש.ל. א (1)			
4	15	$DF = FC$	**נתון**
14, 15	16	$EF \perp DC$	**התיכון מתלכד עם הגובה ב-** ΔDEC **שווה שוקיים**
מ.ש.ל. א (2)			

ונעבור לטריגונומטריה לסעיף ב

$AB =$ 4 **ס"מ** **(נתון)** $EB =$ 2 **ס"מ** **(חישוב)** $\measuredangle EBC = 110°$ **(נתון)** $BC =$ 6 **ס"מ** **(נתון)**

<u>ΔEBC</u> **משפט הקוסינוסים**

$$(EC)^2 = (EB)^2 + (BC)^2 - 2EB \cdot BC \cdot \cos \measuredangle EBC$$
$$(EC)^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \cdot 2 \cdot 6 \cdot \cos 110°$$
$$(EC)^2 = 48.21$$

$EC =$ 6.943 **ס"מ**

משפט סינוסים $\underline{\Delta EBC}$

$$\frac{EC}{\sin\sphericalangle B}=\frac{EB}{\sin\sphericalangle ECB}\quad\rightarrow\frac{6.943}{\sin 110^\circ}=\frac{2}{\sin\sphericalangle ECB}$$

$$\sin\sphericalangle ECB=\frac{2\sin 110^\circ}{6.943}$$

$$\boxed{\sphericalangle ECB=15.705^\circ}\quad\leftarrow\sphericalangle ECB<70^\circ$$

תשובה: $\sphericalangle ECB=15.705^\circ$.

א. (1) נראה כי $\sphericalangle BCD = 90° - \alpha$ **.**

$\sphericalangle A = 2\alpha$ **(נתון)**

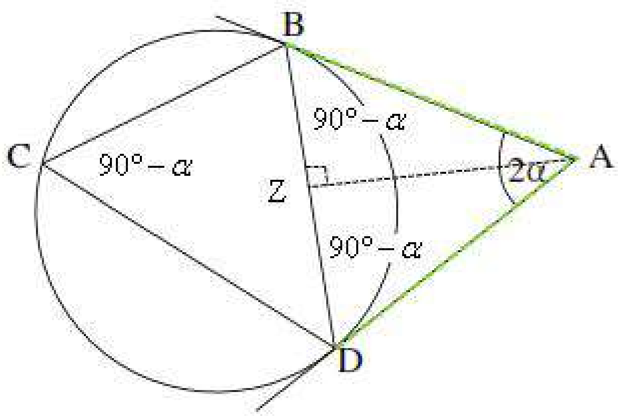
AB, AD **משיקים למעגל (נתון)**

$AB = AD$ **(אם מנקודה יוצאים שני משיקים למעגל אז הם שווים זה לזה)**

$\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB = \frac{180° - 2\alpha}{2} = 90° - \alpha$ **(זוויות בסיס שוות במש"ש וסכום זוויות** ΔADB **הוא** $180°$ **)**

$\sphericalangle BCD = 90° - \alpha$ **(זווית בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מצידו השני)**

תשובה: הוּכַח.



(2) נביע את אורך AB **באמצעות** α**.**

רדיוס המעגל הוא 10 **ס"מ.**

נמצא את BD **, בעזרת משפט סינוסים, ב-** ΔBCD

$$\frac{BD}{\sin \sphericalangle BCD} = 2R$$

$$BD = 2 \cdot 10 \cdot \sin(90° - \alpha)$$

$$\boxed{BD = 20\cos\alpha}$$

נוריד גובה AZ **לבסיס מש"ש** ΔADB **(לכן הוא גם תיכון וחוצה זווית).**

$\underline{\Delta ABZ}$

$$\sin \sphericalangle BAZ = \frac{BZ}{AB} = \frac{0.5BD}{AB}$$

$$\sin\alpha = \frac{10\cos\alpha}{AB}$$

$$AB = \frac{10\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{AB = 10\cot\alpha}$$

תשובה: $AB = 10\cot\alpha$ **או** $AB = \frac{10}{\tan\alpha}$ **.**

ב. נתון כי $\alpha = 30°$ **, ולכן** $\sphericalangle A = 60°$ **ו-** ΔADB **שווה צלעות וגם** $\sphericalangle BCD = 60°$ **.**

$AB = 10\cot 30° = 10\sqrt{3} =$ 17.32 **ס"מ** **.**

נתון: $\sphericalangle CBD = 70°$ **ולכן** $\sphericalangle ABC = 60° + 70° = 130°$ **ו-** $\sphericalangle BDC = 180° - 60° - 70° = 50°$

נמצא את BC **, בעזרת משפט סינוסים, ב-** ΔBCD **.**

$$\frac{BC}{\sin \sphericalangle BDC} = 2R$$
$$BC = 2 \cdot 10 \cdot \sin 50°$$

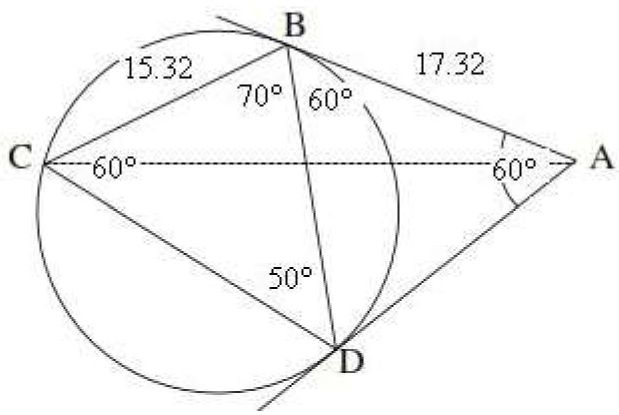
$BC =$ 15.32 **ס"מ**

נמצא את אורך הצלע AC **במשולש** ABC **, באמצעות משפט קוסינוסים.**

$$(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2 - 2BC \cdot AD \cdot \cos \sphericalangle ABC$$
$$(AC)^2 = 15.32^2 + 17.32^2 - 2 \cdot 15.32 \cdot 17.32 \cdot \cos 130°$$
$$(AC)^2 = 875.8$$

$AC =$ 29.59 **ס"מ**

תשובה: $AC =$ 29.59 **ס"מ**



א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2\sqrt{x+5}$ **.**

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$x+5\geq 0$

$x\geq -5$

תשובה: $x\geq -5$

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ונקבל את הנקודה** $(0,0)$**.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודות** $(0,0)$ **,** $(-5,0)$**.**

תשובה: $(0,0)$ **,** $(-5,0)$

ג. הביטויים x^2 **ו-** $\sqrt{x+5}$ **הם ביטויים אי-שליליים. עקב סימן המינוס לפניהם הפונקציה אי-חיובית.**

תשובה: לא קיימים ערכי x **עבורם** $f(x)>0$**.**

ד. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

$(-5,0)$ **בהכרח נקודת מקסימום (קצה) וגם** $(0,0)$ **מקסימום (פנימי) עקב אי-חיוביות הפונקציה.**

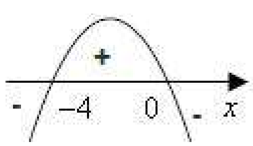
$$f'(x)=-2x\sqrt{x+5}+\frac{-x^2}{2\sqrt{x+5}}$$

$$f'(x)=\frac{-4x(x+5)-x^2}{2\sqrt{x+5}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-5x^2-20x}{2\sqrt{x+5}}}$$

$$0=-5x^2-20x \quad\rightarrow 0=5x(-x-4) \quad\rightarrow x=0,\ x=-4$$

$$f(-4)=-(-4)^2\sqrt{-4+5}=-16 \quad\rightarrow(-4,-16)$$



כיוון שמכנה הנגזרת חיובי, הרי שסימן הנגזרת נקבע ע"י המונה,

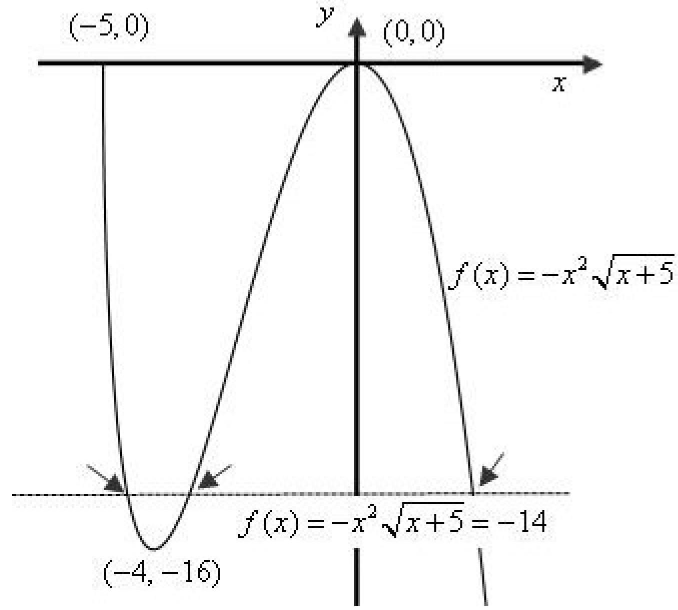
כאשר הפרבולה ההפוכה משמאל מראה כי את סימני הנגזרת.

עבור $x=-4$ **הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות, והפונקציה מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

עבור $x=0$ **הנגזרת עוברת מחיוביות לשליות, והפונקציה מעליה לירידה ולכן מקסימום.**

תשובה: $(-4,-16)$ **מינימום ,** $(-5,0)$ **,** $(0,0)$ **מקסימום.**

ה. הסקיצה המתאימה, כולל המחשה עבור סעיף ו.



ו. למשוואה $-x^2\sqrt{x+5}=-14$ **, השקולה למשוואה** $f(x)=-14$ **,**

יש שלושה פתרונות, המסומנים על ידי חיצים בסקיצה.

תשובה: שלושה פתרונות.

א. נתון DEFB **מקבילית,** $BD=40$ **ס"מ** , $DE=90$ **ס"מ. נסמן** $AD=x$.

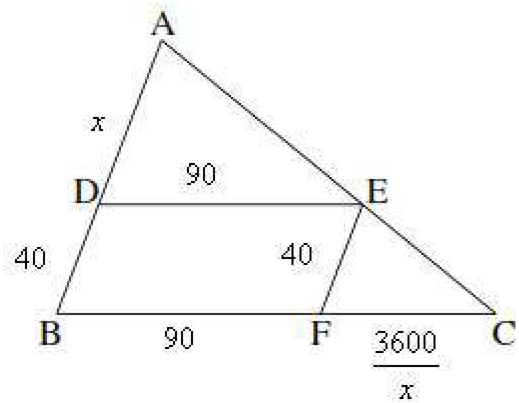
DEFB **מקבילית, ולכן** $DE \parallel BF$, $EF \parallel DB$ **(צלעות נגדיות מקבילות במקבילית).**

$\sphericalangle AED=\sphericalangle C$ **(ז) (זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים).**

$\sphericalangle EFC=\sphericalangle DEF$ **(זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים).**

$\sphericalangle DEF=\sphericalangle ADE$ **(ז) (זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים).**

$\Delta EFC \sim \Delta ADE$ **(משפט דמיון זווית זווית).**



$\frac{EF}{AD}=\frac{FC}{DE}$ **(יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים).**

$\frac{40}{x}=\frac{FC}{90}$ **(צלעות נגדיות שוות במקבילית והצבה).**

$FC=\frac{3600}{x}$

תשובה: $FC=\frac{3600}{x}$.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום הצלעות* AB **ו-** BC.

$f(x)=x+40+90+\frac{3600}{x}$

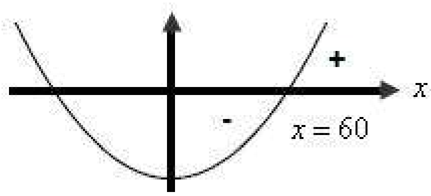
$\boxed{f(x)=x+130+\frac{3600}{x}}$

$f'(x)=1-\frac{3600}{x^2}$

$\boxed{p(x)=\frac{x^2-3600}{x^2}}$

$0=x^2-3600$

$\boxed{x=60} \leftarrow x>0$



מכנה הנגזרת חיובי, כאשר מונה הנגזרת פרבולה ישרה, בעלת מינימום,

לכן הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=60$ **,**

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $x=60$ **יביא את סכום הצלעות** AB **ו-** BC **למינימום.**

ג. נציב $x=60$ **בפונקציית הסכום:**

$f(60)=60+130+\frac{3600}{60}=250$ **(או ע"י חיבור הצלעות** $100+150=250$**)**

תשובה: הסכום המינימלי של הצלעות AB **ו-** BC **הוא** 250 **ס"מ.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{(2x+1)^2}$.

מכנה הפונקציה צ"ל שונה מ- 0**, לכן** $2x+1\neq 0$ **ונדרש** $x\neq -0.5$.

תשובה: $x\neq -0.5$.

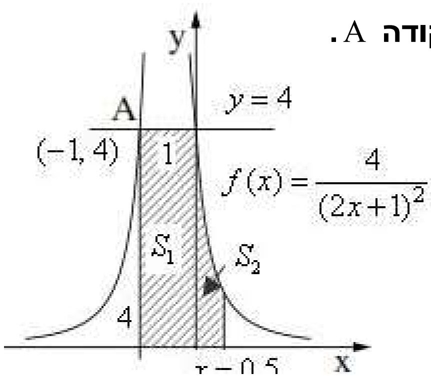
ב. $x=-0.5$ **מאפס מכנה ולא מונה, לכן הישר** $x=-0.5$ **מהווה אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.**

חזקת פולינום המכנה (2) **גדולה מחזקת פולינום המונה** (0) **ולכן** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית.**

תשובה: $x=-0.5$, $y=0$.

ג. (1) בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ונקבל** $y=4$.

נציב בתבנית הפונקציה $f(x)=\frac{4}{(2x+1)^2}$ **לשם קבלת שיעורי הנקודה** A .



$$4=\frac{4}{(2x+1)^2}$$
$$(2x+1)^2=1$$
$$2x+1=1 \qquad 2x+1=-1$$
$$2x=0 \qquad 2x=-2$$
$$x=0 \qquad x=-1 \rightarrow \boxed{A(-1,4)}$$

תשובה: שיעורי הנקודה A **הם** $(-1,4)$.

(2) נחלק את השטח המקווקו לשני שטחים: S_1, S_2 **, כאשר הישר** $x=0$ **מפריד ביניהם.**

S_1 **הוא מלבן, שממדיו הם** 1×4 **ולכן שטחו** 4 **יח"ר. את** S_2 **נחשב בעזרת אינטגרל.**

הפרש הפונקציות: $\frac{4}{(2x+1)^2}-0=\frac{4}{(2x+1)^2}$

	S_2
פונקציה עליונה	$y=\frac{4}{(2x+1)^2}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=0.5$
x **קטן**	$x=0$

$$S_2=\int_0^{0.5}\left(\frac{4}{(2x+1)^2}\right)dx=\int_0^{0.5}(4\cdot(2x+1)^{-2})\,dx$$
$$S_2=\frac{4\cdot(2x+1)^{-1}}{-1\cdot(2)}\Big]_0^{0.5}=\frac{-2}{2x+1}\Big]_0^{0.5}$$
$$S_2=\left(\frac{-2}{2\cdot 0.5+1}\right)-\left(\frac{-2}{2\cdot 0+1}\right)$$
$$S_2=(-1)-(-2)$$
$$\boxed{S_2=1}$$

ובהתאם: $S_1+S_2=4+1=5$

תשובה: גודל השטח המקווקו הוא 5 **יח"ר.**