א. נסמן ב- x את מחיר הטיסה בחברה ב' וב- y את מחיר האירוח במלון בחברה ב'.

מחיר הטיסה בחברה א' קטן ב- 10% ממחיר הטיסה בחברה ב' ולכן הוא $\frac{100-10}{100}\cdot x=0.9x$ **.**

מחיר האירוח במלון בחברה א' גדול ב- 20% ממחיר האירוח במלון בחברה ב' ולכן הוא $\frac{100+20}{100}\cdot y=1.2y$ **.**

לכל הצעה יש אותו מחיר ולכן המשוואה המתאימה היא $x+y=0.9x+1.2y$ **.**

נפשט את המשוואה:

$$x+y=0.9x+1.2y \quad /-0.9x-y$$
$$0.1x=0.2y \quad /:0.1$$
$$\boxed{x=2y}$$

תשובה: הוכַח.

ב. יוסי הזמין את הטיסה בחברה א' ואת האירוח במלון בחברה ב', ושילם בסך הכול 5040 שקלים.

המשוואה המתאימה היא $0.9x+y=5040$ **.**

נציב $x=2y$ ונפתור את המשוואה:

$$0.9\cdot 2y+y=5040$$
$$1.8y+y=5040$$
$$2.8y=5040 \quad /:2.8$$
$$\boxed{y=1800}$$
$$x=2\cdot 1800$$
$$\boxed{x=3600}$$

תשובה: מחיר הטיסה בחברה ב' הוא 3600 שקלים, ומחיר האירוח במלון בחברה ב' הוא 1800 שקלים.

א. שיעור ה- x של הנקודה A , הנמצאת על הישר $x+y=10$, הוא 6 .

נציב $x=6$ **במשוואת הישר:** $6+y=10$ **ובהתאם** $\boxed{y_A=4}$.

תשובה: $y_A=4$.

ב. נמצא את משוואת הישר AD .

$$m_{AD}=\frac{y_A-y_D}{x_A-x_D}=\frac{4-0}{6-8}=\frac{4}{-2}=-2$$

$$y-0=-2(x-8)$$

$$\boxed{y=-2x+16}$$

תשובה: משוואת הישר AD **היא** $y=-2x+16$.

ג. נתון כי במרובע ADCD : $BC \parallel AD$ **ולכן :** $m_{BC}=m_{AD}=-2$.

נמצא את משוואת הישר BC .

$$y-0=-2(x-2)$$

$$y=-2x+4$$

נמצא את שיעורי הנקודה B

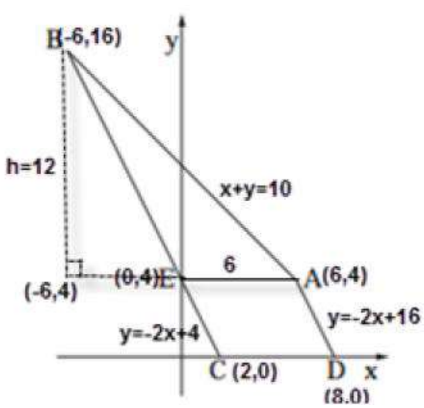
$$B\begin{cases} y=-2x+4 \\ x+y=10 \end{cases}$$

$$x-2x+4=10$$

$$-x=6$$

$$x=-6 \quad \to y=16 \quad \to \boxed{B(-6,16)}$$

תשובה: $B(-6,16)$.



ד. (1) הישר BC **חותך את ציר ה-** y **בנקודה** E .

נציב $x=0$ **במשוואת הישר:** $y=-2x+4$ **ובהתאם** $y_E=4$.

מכאן ש- $y_E=y_A$ **, והישר** AE **מקביל לציר ה-** x .

תשובה: הוּכַח.

(2) נחשב את שטח משולש AEB .

$$S_{\Delta AEB}=\frac{AE\cdot h_{AE}}{2}$$

$$AE=x_A-x_E=6-0=6$$

$$h_{AE}=y_B-4=16-4=12$$

$$S_{\Delta AEB}=\frac{6\cdot 12}{2}=36$$

תשובה: שטח משולש AEB **הוא** 36 .

א. (1) נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- רוצים להמשיך בלימודים אקדמיים** $\overline{A}$ **- לא רוצים להמשיך בלימודים אקדמיים**

B **- בנים** $\overline{B}$ **- בנות**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$(1)\quad P(A)=0.6 \quad \rightarrow P(\overline{A})=0.4$$

$$(2)\quad N(\overline{B})=3N(B) \quad \rightarrow P(\overline{B})=3P(B)$$

$$P(B)+P(\overline{B})=1$$

$$3P(B)+P(B)=1$$

$$4P(B)=1$$

$$P(B)=0.25 \quad \rightarrow P(\overline{B})=0.75$$

$$(3)\quad P(A/B)=0.8$$

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$0.8=\frac{P(A\cap B)}{0.25}$$

$$P(A\cap B)=0.2$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים:

	A **רוצים**	$\overline{A}$ **לא רוצים**	
B **- בנים**	0.2	0.05	0.25
$\overline{B}$ **- בנות**	0.4	0.35	0.75
	0.6	0.4	1

תשובה: ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים היא $P(A\cap\overline{B})=0.4$.

(2) נמצא מהי ההסתברות שהבת שידוע שנבחרה, רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים.

$$P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.4}{0.75}=\frac{8}{15}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{8}{15}$.

ב. נחשב את ההסתברות למאורע "לפחות 4 מ- 5 תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים",

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של: "4 מ- 5 רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים"

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=0.6$, $n=5$ **,** $k=4$

$$P_5(4)=\binom{5}{4}(0.6)^4(1-0.6)^{5-4}$$

$$P_5(4)=\frac{5!}{4!(5-4)!}\cdot 0.6^4\cdot 0.4^1$$

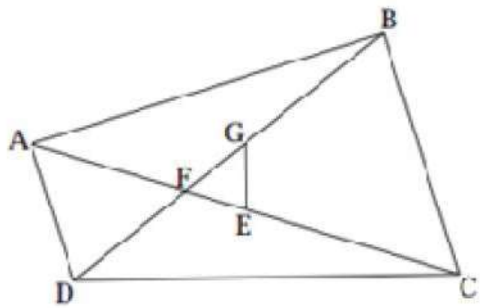
$$P_5(4)=5\cdot 0.6^4\cdot 0.4$$

$$P_5(4)=0.2592$$

ההסתברות למאורע "5 מ- 5 רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים", היא $0.6^5=0.07776$ **.**

ובהתאם, ההסתברות המבוקשת היא: $0.2592+0.07776=0.33696$ **.**

תשובה: ההסתברות שלפחות 4 מ- 5 תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים היא 0.33696 **.**



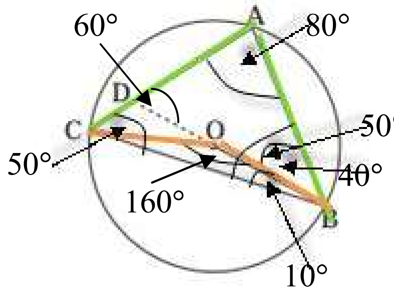
נתונים

1. $BCEG$ **בר חסימה**

עבור ב: **2.** $\frac{AF}{FG}=\frac{DF}{FE}$

צ"ל: א. $\Delta FEG \sim \Delta FBC$ **. ב.** $\Delta FDA \sim \Delta FEG$ **ג.** $AD \parallel BC$

הסבר		טענה	נימוק
1	3	$BCEG$ בר חסימה	נתון
3	4	$\sphericalangle BCE+\sphericalangle BGE=180°$	זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל משלימות ל- $180°$
	5	$\sphericalangle BGE+\sphericalangle FGE=180°$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
5 ,4	6	$\sphericalangle BCE=\sphericalangle FGE$ (ז)	הצבה
	7	$\sphericalangle GFE=\sphericalangle CFB$ (ז)	זווית משותפת
7 ,6	8	$\Delta FEG \sim \Delta FBC$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א	
2	9	$\frac{AF}{FG}=\frac{DF}{FE}$	נתון
	10	$\sphericalangle GFE=\sphericalangle AFD$ (ז)	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
10 ,9	11	$\Delta FDA \sim \Delta FEG$	משפט דמיון צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב	
11	12	$\sphericalangle FAD=\sphericalangle FGE$	זוויות מתאימות במשולשים דומים
12 ,7	13	$\sphericalangle FAD=\sphericalangle BCE$	כלל המעבר
13	14	$AD \parallel BC$	אם זוויות מתחלפות שוות אז הישרים מקבילים
		מ.ש.ל. ג	



א. $\sphericalangle BAC = 80°$ **(נתון)**

$AB = AC$ **(נתון)**

ובהתאם $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABC = \frac{180°-80°}{2} = 50°$

(סכום זוויות ב- ΔABC **שווה ל-** $180°$

וזוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים).

נביע את AB **באמצעות** R

משפט הסינוסים ב- ΔCAB**.**

$$\frac{AB}{\sin 50°} = 2R$$

$$\boxed{AB = 1.532R}$$

תשובה: $AB = 1.532R$.

ב. $\sphericalangle COB = 2 \cdot \sphericalangle CAB = 2 \cdot 80° = 160°$ **(זווית מרכזית כפולה מהזווית ההיקפית הנשענת על אותה קשת** $(\overset{\frown}{CB})$**.**

תשובה: $\sphericalangle COB = 160°$.

ג. (1) $OB = OC$ **(רדיוסים שווים זה לזה)**

ובהתאם $\sphericalangle OCB = \sphericalangle OBC = \frac{180°-160°}{2} = 10°$

(סכום זוויות ב- ΔABC **שווה ל-** $180°$ **וזוויות בסיס שוות במש"ש).**

$\sphericalangle ABD = \sphericalangle ABC - \sphericalangle OBC = 50° - 10° = 40°$ **(הפרש זוויות)**

תשובה: $\sphericalangle ABD = 40°$.

(2) $\sphericalangle ADB = 180° - (40° + 80) = 60°$ **(סכום זוויות ב-** ΔABD **שווה ל-** $180°$**).**

משפט הסינוסים ב- ΔDAB**.**

$$\frac{AB}{\sin 60°} = \frac{BD}{\sin 80°}$$

$$1.532R = \frac{5\sin 60°}{\sin 80°}$$

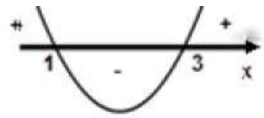
$$\boxed{R = 2.87cm}$$

תשובה: $R = 2.87$ **ס"מ** .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$.

תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$x^2-4x+3\ge 0$$
$$(x-1)(x-3)\ge 0$$



מתקבלת פרבולה בעלת מינימום, ותחום ההגדרה, בהתאם, הוא $x\ge 3$ **או** $x\le 1$.

תשובה: $x\ge 3$ **או** $x\le 1$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם** $\boxed{(0,\sqrt{3})} \leftarrow f(0)=\sqrt{0^2-4\cdot 0+3}=\sqrt{3}$.

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ובהתאם הנקודות הן:** $(3,0)$ **ו-** $(1,0)$.

תשובה: $(0,\sqrt{3})$, $(3,0)$, $(1,0)$.

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$\boxed{f'(x)=\frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+3}}}$$
$$2x-4=0$$
$$\cancel{x=2}$$

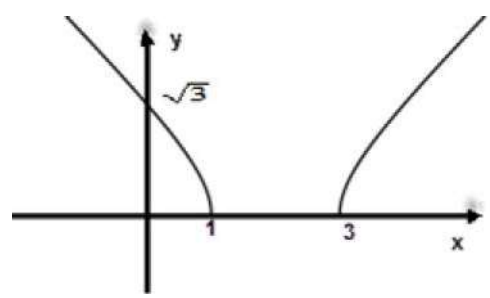
הפתרון נפסל כי אינו בתחום ההגדרה.

עבור $x>3$: $f'(4)=\frac{2\cdot 4-4}{+}>0$ **ולכן הפונקציה עולה בתחום זה.**

עבור $x<1$: $f'(0)=\frac{2\cdot 0-4}{+}<0$ **ולכן הפונקציה יורדת בתחום זה.**

תשובה: עלייה- $x>3$ **, ירידה-** $x<1$.

ד. ציור סקיצה של גרף הפונקציה.



ה. נבדוק האם הישר $y=x-2$ **חותך את גרף הפונקציה.**

$$x-2=\sqrt{x^2-4x+3} \quad ()^2$$
$$(x-2)^2=x^2-4x+3$$
$$x^2-4x+4=x^2-4x+3$$
$$4=3$$

תשובה: הישר אינו חותך את גרף הפונקציה.

<u>דרך פתרון חלופית</u>

הפונקציה $g(x)=x^2-4x+3$ היא בעלת גרף של פרבולת מינימום,

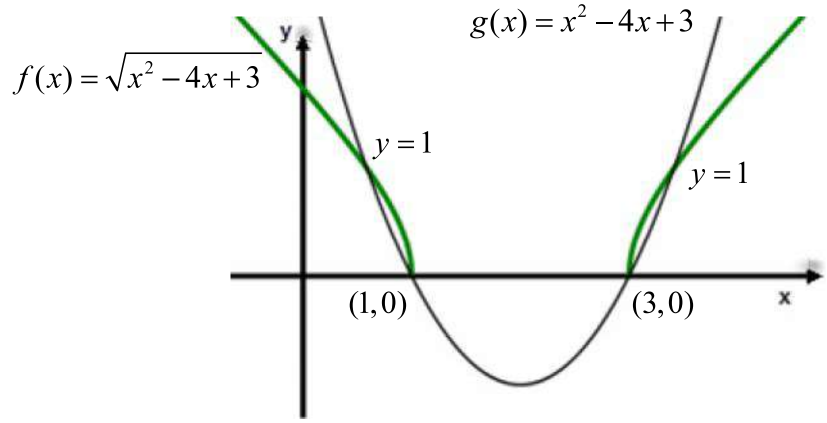
החותך את ציר ה- x בנקודות $(3,0)$, $(1,0)$ (בסרטוט גרף שחור).

גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$ מתקבלת ישירות מגרף זה,

כאשר אינו עובר מתחת לציר ה- x, עקב תחום ההגדרה.

וחותך את גרף הפרבולה בנקודות ששיעור ה- y בהן הוא 1, כי אז $\sqrt{1}=1$.

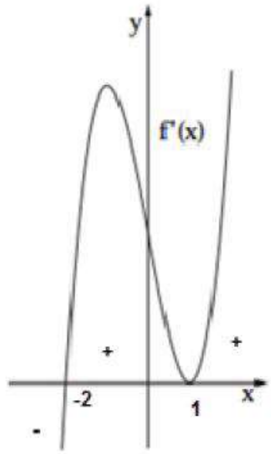
כאשר $0<y<1$ מתקבל $\sqrt{y}<y$ וכאשר $y>1$ מתקבל $\sqrt{y}>y$ ולכן הגרף (הירוק) נראה כך.

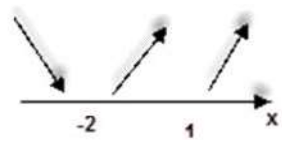


א. בציור מתואר גרף הנגזרת, ונקודות האפס שלה .

על פי תחומי החיובית והשליליות של פונקציית הנגזרת,

ניתן לקבוע את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, המוגדרת לכל x **.**





כאשר $x=-2$ **הוא נקודת מינימום, ו-** $x=1$ **הוא נקודת פיתול.**

תשובה: $x>-2$ **עלייה ,** $x<-2$ **ירידה.**

(2) $x=-2$ **הוא נקודת מינימום.**

(3) נתון כי פונקציית הנגזרת היא $f'(x)=4x^3-12x+8$ **.**

$y=-10$ **בנקודת הקיצון, כלומר שיעורי נקודת הקיצון (מינימום) הם** $(-2,-10)$ **.**

נמצא את הפונקציה הקדומה,

כאשר הצבת שיעורי נקודת הקיצון $(-2,-10)$ **תאפשר למצוא את קבוע האינטגרציה.**

$$f(x)=\int f'(x)\,dx$$

$$f(x)=\int (4x^3-12x+8)\,dx$$

$$f(x)=\frac{4x^4}{4}-\frac{12x^2}{2}+8x+c$$

$$-10=(-2)^4-6(-2)^2+8(-2)+c$$

$$14=c$$

$$\boxed{f(x)=x^4-6x^2+8x+14}$$

תשובה: $f(x)=x^4-6x^2+8x+14$

ב. שיפוע המשיק הוא אפס בנקודות בהן התאפסה הנגזרת, כלומר עבור $x=-2$ **ו-** $x=1$ **.**

$f(-2)=-10$ **, על פי הנתון.**

$$f(1)=1^4-6\cdot1^2+8\cdot1+14=17$$

תשובה: $(-2,-10)$ **,** $(1,17)$ **.**

א. אורך צלע הריבועים הקטנים הוא x, כאשר $0<x<10$ כי אורך צלע של מלבן הוא חיובי.

אם נאריך את הגובה של המשולש שווה השוקיים – הרי שגם ההמשך הוא באורך x,

ולכן אורך הגובה הוא $10-x$ מטרים.

תשובה: הגובה לבסיס במשולש שווה-השוקיים הוא $10-x$ מטרים.

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום השטחים האפורים* (המיועדים לציפוי קרמיקה).

סכום שטחי שני הריבועים הוא $2\cdot x\cdot x=2x^2$.

שטח המשולש שווה השוקיים:

אורך בסיס המשולש הוא $16-2x$ מטרים ואורך הגובה לבסיס $10-x$ מטרים.

שטח המשולש: $x^2-18x+80=\frac{2x^2-36x+160}{2}=\frac{160-16x-20x+2x^2}{2}=\frac{(16-2x)\cdot(10-x)}{2}$

סכום השטחים האפורים הוא $2x^2+x^2-18x+80=3x^2-18x+80$ **.**

$\boxed{S(x)=3x^2-18x+80}$

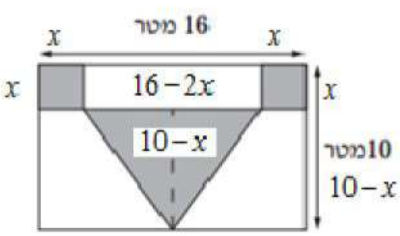
$\boxed{S'(x)=6x-18}$

$6x-18=0$

$6x=18 \quad /:6$

$\boxed{x=3}$

$S''(x)=6>0 \quad \rightarrow Min$



תשובה: $x=3$, עבורו סכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי.

ב. עבור $x=3$, שטח הקרמיקה הוא 53 מ"ר $=S(3)=3\cdot3^2-18\cdot3+80$ **.**

השטח הכולל של הקיר הוא 160 מ"ר $=16\cdot10$**.**

החלק של שטח הקרמיקה משטח הקיר הוא $\frac{53}{160}\cdot100\%=33\frac{1}{8}\%$

תשובה: שטח החלק שרוצים לצפות בקרמיקה מהווה $33\frac{1}{8}\%$ משטח הקיר.