א. נסמן ב- x (שקלים) את מחיר החולצה לפני סוף העונה.

בהתאם, מחיר החצאית $x+40$ ומחיר המכנסיים $2x$ (גם מחירי שני פריטים אלה לפני סוף העונה).

מחיר המכנסיים הוא הגבוה ביותר, על פי הנתון,

ומכיוון שמחיר החצאית גבוה מזה של החולצה, הרי שמחיר החולצה הוא הזול ביותר.

<u>בסוף העונה</u>

ניתנה הנחה של 30% עבור פריט הלבוש הזול ביותר, החולצה, ומחירו: $\frac{100-30}{100}\cdot x=0.7x$.

ניתנה הנחה של 20% עבור פריט הלבוש היקר ביותר, המכנסיים, ומחירו: $\frac{100-20}{100}\cdot 2x=0.8\cdot 2x=1.6x$.

ניתנה הנחה של 25% עבור פריט הלבוש השלישי, החצאית, ומחירו: $\frac{100-25}{100}\cdot(x+40)=0.75(x+40)$.

דנה שילמה עבור שלושת הפריטים 274 שקלים.

נפתור את המשוואה המתאימה:

$$0.7x+1.6x+0.75(x+40)=274$$
$$2.3x+0.75x+30=274$$
$$3.05x=244$$
$$\boxed{x=80}$$

בהתאם: מחיר החולצה היה 80 שקלים, מחיר החצאית 120 שקלים ומחיר המכנסיים 160 שקלים.

תשובה: מחיר המכנסיים, לפני סוף העונה, היה 160 שקלים.

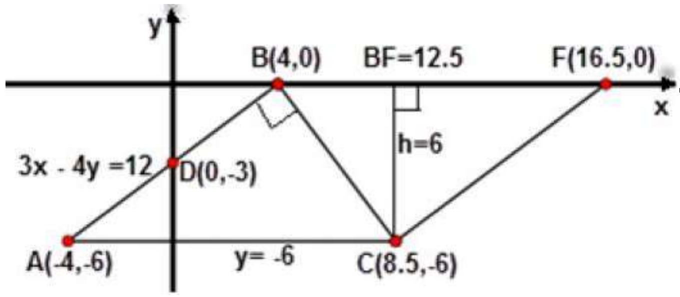
ב. המחיר הכולל של שלושת הפריטים, לפני סוף העונה, היה 360 שקלים $=80+120+160$.

ההנחה הכוללת הייתה בסך 86 שקלים $=360-274$ **, המהווה הנחה של** $\frac{86}{360}\cdot 100\%=23.89\%$.

תשובה: המחיר הכולל של שלושת הפריטים בסוף העונה

היה נמוך ב- 23.89% ממחירם הכולל לפני סוף העונה.

א. הצלע AB **מונחת על הישר** $3x-4y=12$.



נציב $y=0$: $3x-4\cdot 0=12$ **ונקבל** $x=4$ **ובהתאם** $B(4,0)$.

נציב $x=0$: $3\cdot 0-4y=12$ **ונקבל** $y=-3$ **ובהתאם** $D(0,-3)$.

הנקודה $D(0,-3)$ **היא אמצע הצלע** AB.

$$\left.\begin{aligned}\frac{x_A+4}{2}&=0\\ \frac{y_A+0}{2}&=-3\end{aligned}\right\}\boxed{A(-4,-6)}$$

הצלע AC **מקבילה לציר ה-** x**, ולכן משוואתה היא של פונקציה קבועה, כשיעור ה-** y **של הקדקוד** A.

תשובה: $y=-6$.

ב. $\sphericalangle B=90^\circ$**, ולכן** $m_{AB}\cdot m_{BC}=-1$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נפרש את משוואת הצלע AB : $3x-4y=12 \quad \to -4y=-3x+12 \quad \to y=\frac{3}{4}x-3$.

לכן, $m_{AB}=\frac{3}{4}$ **ובהתאם** $m_{BC}=-\frac{4}{3}$.

$$-\frac{4}{3}=\frac{0+6}{4-x_C}$$
$$-16+4x_C=18$$
$$x_C=8.5 \quad \to \boxed{C(8.5,-6)}$$

תשובה: $C(8.5,-6)$.

ג. נתון כי המרובע BACF **הוא מקבילית. על פי סדר הקדקודים, הקדקוד** F **הוא כמתואר בציור.**

הצלע AC **מונחת על פונקציה קבועה** $y=-6$,

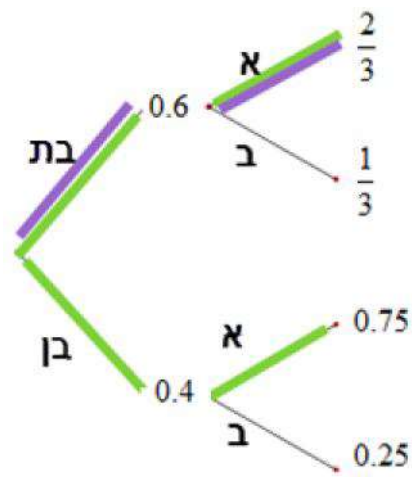
ולכן גם הצלע BF **, המקבילה לה, תהייה על פונקציה קבועה, במקרה זה** $y=0$ **, כלומר** $y_F=0$.

כמוכן, $BF=AC$ **(צלעות נגדיות במקבילית שוות ומקבילות זו לזו).**

$$AC=x_C-x_A=8.5-(-4)=12.5$$
$$x_F=x_B+12.5=4+12.5=16.5$$

תשובה: $F(16.5,0)$.

א. נבנה עץ הסתברויות מתאים:



נחשב את ההסתברות לתומכים במועמד א': $p = 0.6\cdot\frac{2}{3} + 0.4\cdot 0.75 = 0.7 = 70\%$.

תשובה: 70% **מהלומדים תומכים במועמד א'.**

ב. יש למצוא את ההסתברות שנבחרה בת, מבין התומכים במועמד א' – בסגול צבוע המסלול המתאים.

$$p(female\ student / \aleph) = \frac{P(female\ student \cap \aleph)}{P(\aleph)} = \frac{0.6\cdot\frac{2}{3}}{0.7} = \frac{4}{7}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{4}{7}$.

ג. יש למצוא את ההסתברות שיותר ממחצית מארבעת הנבחרים, 3 **או** 4 **סטודנטים, תומכים במועמד א'.**

זו התפלגות בינומית, כאשר $n = 4$ **,** $p = 0.7$.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k) = \binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$,

את הסתברות ל- 3 **סטודנטים התומכים במועמד א'.**

$$\mathrm{P}_4(3) = \binom{4}{3}(0.7)^3(1-0.7)^{4-3}$$

$$\mathrm{P}_4(3) = \frac{4!}{4!(4-3)!}\cdot 0.7^3\cdot 0.3^1$$

$$\mathrm{P}_4(3) = 4\cdot 0.7^3\cdot 0.3^1$$

$$\mathrm{P}_4(3) = 0.4116$$

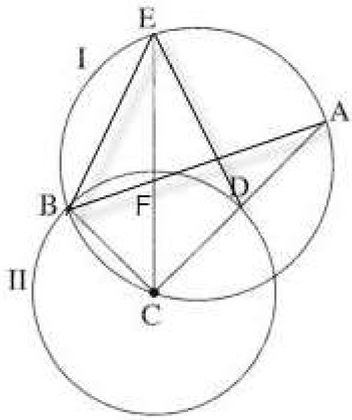
$$\mathrm{P}_4(4) = 0.7^4$$

$$\mathrm{P}_4(4) = 0.2401$$

$$0.4116 + 0.2401 = 0.6517$$

תשובה: ההסתברות, שיותר ממחצית הנבחרים תומכים במועמד א', היא 0.6517.

בגרות עה יולי 15 מועד קיץ ב שאלון 35804



<u>נתונים</u>

1. C **מרכז מעגל** II.

2. $\overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{EA}$.

צ"ל: א. $\Delta EBC \cong \Delta EDC$.

ב. $\Delta EBF \sim \Delta ECD$.

הסבר		טענה	נימוק
1	3	C **מרכז מעגל** II	**נתון**
3	4	$CB = CD$ **(צ)**	**רדיוסים שווים במעגל** II
2	5	$\overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{EA}$	**נתון**
5	6	$\sphericalangle BCE = \sphericalangle DCE$ **(ז)**	**על קשתות שוות במעגל** I **נשענות זוויות היקפיות שוות**
6	7	$EC = EC$ **(צ)**	**צלע משותפת**
4, 6, 7	8	$\Delta EBC \cong \Delta EDC$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
מ.ש.ל. א			
8	9	$\sphericalangle BEC = \sphericalangle DEC$ **(ז)**	**זוויות מתאימות במשולשים חופפים**
	10	$\sphericalangle EBA = \sphericalangle ECA$ **(ז)**	**על קשת משותפת** $\overset{\frown}{EA}$ **במעגל** I **נשענות זוויות היקפיות שוות**
9, 10	11	$\Delta EBF \sim \Delta ECD$	**משפט דמיון זווית זווית**
מ.ש.ל. ב			

א. (1) טרפז $ABCD$ **חסום במעגל, שמרכזו** O **.**

$ABCD$ **טרפז שווה שוקיים**

(סכום זוויות נגדיות משלים ל- $180°$ **וגם סכום זוויות שעל השוקיים משלים** ל- $180°$ **ולכן זוויות בסיס שוות).**

$\sphericalangle DOC = 45°$ **(נתון).** $\sphericalangle AOB = 135°$ **(נתון). ולכן** $\sphericalangle AOD + \sphericalangle BOC = 180°$ **(זווית עגולה שווה** $360°$**).**

כיוון שהשוקיים שוות זו לזו, הרי שהזוויות המרכזיות שוות זו לזו ולכן $\sphericalangle BOC = 90°$ **.**

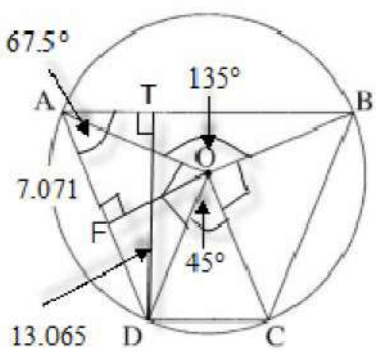
תשובה: $\sphericalangle BOC = 90°$.

(2) $\sphericalangle BAD = \dfrac{\sphericalangle BOC + \sphericalangle DOC}{2} = \dfrac{90° + 45°}{2} = 67.5°$ **(זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית המתאימה).**

תשובה: $\sphericalangle BAD = 67.5°$ **.**

ב. בניות עזר - DT **גובה לטרפז,**

וגם $OF \perp AD$ **(גובה לבסיס של משולש שווה שוקיים** AOD **, ולכן גם תיכון וחוצה זווית הראש).**



$\underline{\Delta ATD}$

$\sin 67.5° = \dfrac{DT}{AD}$

$AD = \dfrac{13.065}{\sin 67.5°}$

$AD =$ 14.14 **ס"מ**

$AT =$ 7.071 **ס"מ**

$\underline{\Delta ATO}$

$\sin 45° = \dfrac{AT}{AO}$

$AO = \dfrac{7.071}{\sin 45°}$

$AO =$ 10 **ס"מ**

תשובה: רדיוס המעגל הוא 10 **ס"מ** $= R$ **.**

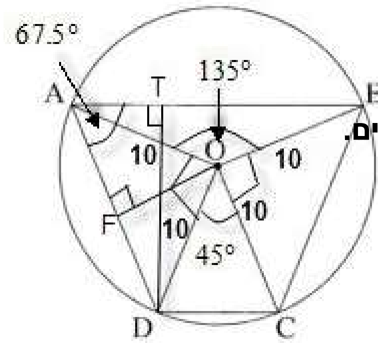
ג. שטח משולש שווה למחצית מכפלת שתי צלעות בסינוס הזווית שביניהן.

בשני המשולשים המדוברים, קיימים שני זוגות רדיוסים, ($OA = OB = OD = OC$).

הזוויות שבין הרדיוסים הן $45°$ ו- $135°$, שהסינוסים שלהם שווים ($\sin\alpha = \sin(180°\alpha)$).

לכן: $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta DOC}$.

תשובה: הוכח.



ד. מצאנו כי רדיוס המעגל הוא 10 ס"מ.

נחשב את שטח הטרפז על ידי סכום ארבעת שטחי המשולשים.

$$S_{ABCD} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA}$$

$$S_{ABCD} = \frac{R^2}{2} \cdot (\sin 135° + \sin 90° + \sin 45° + \sin 90°)$$

$$S_{ABCD} = \frac{10^2}{2} \cdot (\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1)$$

$S_{ABCD} =$ 170.71 סמ"ר

תשובה: שטח הטרפז הוא 170.71 סמ"ר.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=8(2x-1)^3$ **.**

שתי הצבות קצרות במחשבון, להתמצאות מיטבית בחקירה (מומלץ, לאחר מציאת תחום הגדרה).

$f(-100)=-64964808\to-\infty,\quad f(100)=63044792\to+\infty$ **, מסקנה: הגרף יתחיל בעלייה ויסתיים בעלייה.**

(1) חיתוך עם ציר ה- y **:** $(0,-8)$ **.**

חיתוך עם ציר x **:** $(0.5\,,0)$ $0=8(2x-1)^3\quad\to 2x-1=0\quad\to(0.5\,,0)$

תשובה: נקודות חיתוך עם הצירים : $(0,-8)$ **,** $(0.5\,,0)$**.**

(2) נמצא תחומי עליה וירידה.

$$f'(x)=8\cdot3\cdot(2x-1)^2\cdot2$$

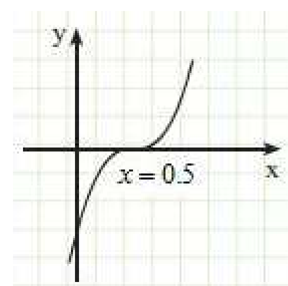
$$\boxed{f'(x)=48(2x-1)^2}$$

הנגזרת מתאפסת עבור $x=0.5$ **, אולם חיובית עבור כל** x **אחר,**

ולכן הפונקציה עולה לכל x **(ב-** $x=0.5$ **יש נקודת פיתול, בה המשיק מקביל לציר ה-** x **).**

תשובה: עלייה - כל x**, ירידה - אף** x **.**

ב. סקיצה של גרף הפונקציה:



ג. הגרף של הפונקציה $g(x)$ הוא קו ישר, העובר בנקודות $(0,-8)$, $(0.5,0)$.

(1) נמצא את משוואת הישר.

$$m=\frac{0+8}{0.5-0}=16$$
$$y+8=16(x-0)$$
$$\boxed{y=16x-8}$$

תשובה: משוואת הישר היא $y=16x-8$.

(2) נמצא את שני הערכים המבוקשים.

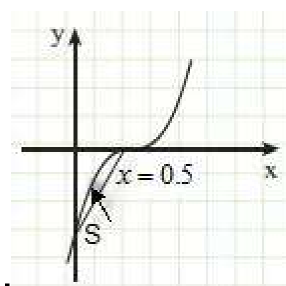
$$g(\frac{1}{4})=16\cdot\frac{1}{4}-8=-4$$
$$f(\frac{1}{4})=8(2\cdot\frac{1}{4}-1)^3=-1$$

תשובה: $g(\frac{1}{4})=-4$, $f(\frac{1}{4})=-1$.

(3) נחשב את השטח ברביע הרביעי, המוגבל על ידי הישר וגרף הפונקציה $f(x)$.

החישוב של ערכי שתי הפונקציות עבור $x=\frac{1}{4}$, בתת הסעיף הקודם,

מסייע לדעת כי $f(x)>g(x)$ בתחום $0<x<0.5$.



$$S=\int_0^{0.5}(8(2x-1)^3-(16x-8))\,dx=\int_0^{0.5}(8(2x-1)^3-16x+8)\,dx$$
$$S=\frac{8(2x-1)^4}{2\cdot 4}-\frac{16x^2}{2}+8x\Big]_0^{0.5}=(2x-1)^4-8x^2+8x\Big]_0^{0.5}$$
$$S=(2)-(1)\quad\rightarrow\boxed{S=1}$$

תשובה: השטח הוא 1 יח"ר.

7

א. בציור מוצג הגרף של הפונקציה $f(x)=\frac{4x+1}{ax^2-2x}$ **(** a **פרמטר).**

על פי הציור, לגרף יש אסימפטוטה אנכית $x=2$ **, כלומר המספר** $x=2$ **מאפס את המכנה (ולא את המונה).**

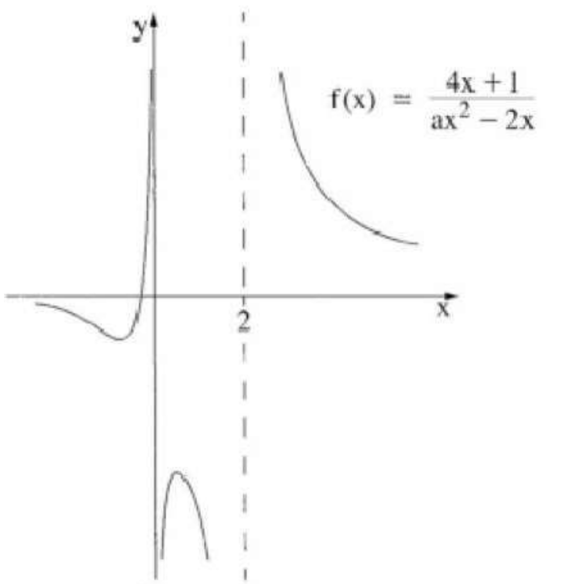
לכן: $a\cdot 2^2-2\cdot 2=0$ **ומכאן ש-** $4a=4$ **ו-** $a=1$ **.**

תשובה: $a=1$ **.**

ב. נציב $a=1$ **והפונקציה היא** $f(x)=\frac{4x+1}{x^2-2x}$ **.**

בתחום ההגדרה המכנה אינו מתאפס, ולכן x^2-2x **ו-** $x\neq 0$ **,** $x\neq 2$ **.**

תשובה: $x\neq 0$ **,** $x\neq 2$ **.**



ג. נמצא תחומי עלייה וירידה של $f(x)$ **.**

$$f'(x)=\frac{4(x^2-2x)-(4x+1)(2x-2)}{(x^2-2x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^2-8x-(8x^2-8x+2x-2)}{(x^2-2x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^2-8x-8x^2+8x-2x+2}{(x^2-2x)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-4x^2-2x+2}{(x^2-2x)^2}}$$

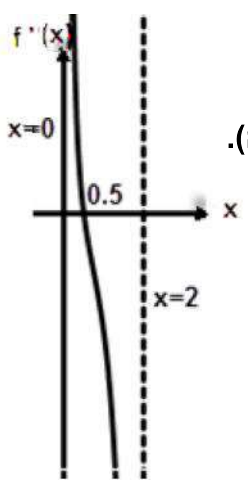
$$0=-4x^2-2x+2$$

$$x=-1,\ x=\frac{1}{2}$$

נרשום תחומי עלייה וירידה על פי הגרף הנתון.

תשובה: עלייה - $0<x<\frac{1}{2}$ **או** $-1<x<0$ **, ירידה -** $x>2$ **, או** $\frac{1}{2}<x<2$ **או** $x<-1$ **.**

ד. מצאנו כי $f'(x)=\frac{-4x^2-2x+2}{(x^2-2x)^2}$ **.**



(1) אסימפטוטות אנכיות: הישרים $x=2$ **,** $x=0$ **(מספרים אלה מאפסים מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה אופקית: $y=0$ **(חזקת מונה (2) קטנה מחזקת מכנה (4)).**

תשובה: $x=2$ **,** $x=0$ **,** $y=0$ **.**

(2) גרף מתאים בתחום $0<x<2$ **, על פי תחומי חיוביות ושליליות של פונקציית הנגזרת.**

חיוביות בעלייה של $f(x)$ **-** $0<x<\frac{1}{2}$ **, שליליות בירידה של** $f(x)$ **-** $\frac{1}{2}<x<2$ **.**

תשובה: הגרף משמאל.

א. הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא שטח המלבן ABCD.

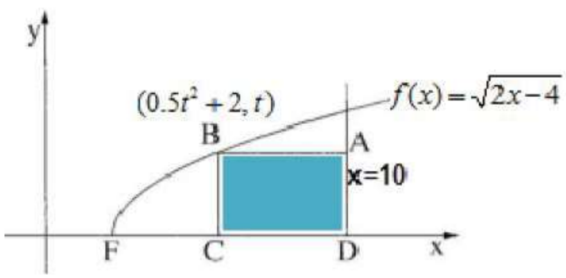
כיוון שזו פונקציית שורש, יש יתרון לסמן במשתנה את שיעור ה- y.

נסמן ב- t **את שיעור ה-** y **של הנקודה** B**, הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=\sqrt{2x-4}$.

$$t=\sqrt{2x-4}$$
$$t^2=2x-4$$
$$t^2+4=2x$$
$$0.5t^2+2=x$$

בהתאם שיעורי הנקודה הם $B(0.5t^2+2,t)$.

אורך הצלע AB **של המלבן** ABCD**, המקבילה לציר ה-** x **, הוא** $x_A-x_B=10-(0.5t^2+2)=8-0.5t^2$.

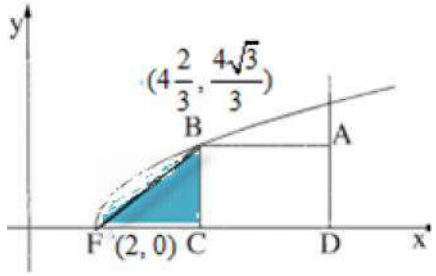


$$S(t)=t(8-0.5t^2)$$
$$\boxed{S(x)=8t-0.5t^3}$$
$$\boxed{S'(x)=8-1.5t^2}$$
$$8-1.5t^2=0$$
$$t^2=\frac{8}{1.5}\quad\rightarrow t=\frac{4\sqrt{3}}{3}\approx 2.31$$
$$S''(t)=-3t<0\leftarrow(t>0)\quad\rightarrow Max$$
$$x_B=0.5\cdot\frac{8}{1.5}+2=4\frac{2}{3}\quad\rightarrow\boxed{B(4\frac{2}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3})}$$

תשובה: שיעורי הנקודה $B(4\frac{2}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3})$**, עבורם שטח המלבן** ABCD **יהיה מקסימלי.**

ב. גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-4}$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** F **, כלומר** $y_F=0$.

$0=\sqrt{2x-4}$**, ומכאן ש-** $2x-4=0$ **ושיעורי הנקודה** $F(2,0)$.



$$S_{\Delta BFC}=\frac{FC\cdot BC}{2}=\frac{(4\frac{2}{3}-2)\cdot(\frac{4\sqrt{3}}{3}-0)}{2}=\frac{16\sqrt{3}}{9}\approx 3.079$$

תשובה: $S_{\Delta BFC}$**, כאשר שטח** ABCD **מקסימלי, הוא** $\approx 3.079\ \frac{16\sqrt{3}}{9}$.