א. נסמן ב- P **את אחוז הרווח של היבואן, ובהתאם גם את אחוז הרווח של החנות.**

מחיר הקנייה של היבואן $1,200$ **שקלים.**

מחיר המכירה שלו (ומחיר הקנייה של החנות) הוא $1,200\cdot\frac{100+P}{100}$ **שקלים.**

מחיר המכירה של החנות הוא $(1,200\cdot\frac{100+P}{100})\cdot\frac{100+P}{100}$ **והוא גם** $1,728$ **שקלים.**

נסמן $\frac{100+P}{100}=q$ **והמשוואה המתאימה היא** $(1,200\cdot q)\cdot q=1728$ **.**

$$1200\cdot q^2=1728 \quad /:1200$$
$$q^2=1.44$$
$$q=1.2 \quad \leftarrow q>0$$
$$\frac{100+P}{100}=1.2$$
$$100+P=120$$
$$\boxed{P=20}$$

תשובה: אחוז הרווח של היבואן הוא 20% **.**

ה. המחשב בחנות התייקר פי 1.44 **, בהשוואה למחיר הקנייה של היבואן,**

שזה מחיר הגדול ב- 44% **ממחיר המכירה בחנות.**

יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב- 42% **ממחיר הקנייה של היבואן,**

ולכן שילם פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות.

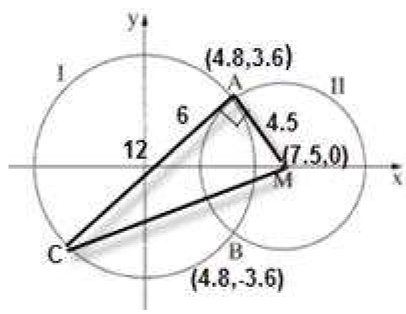
אפשר גם : $1,200\cdot\frac{100+42}{100}=1,200\cdot1.42=1704<1728$

תשובה: יוסי שילם פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות.

א. נתונים שני מעגלים:

I. $x^2+y^2=36$ **, שמרכזו** $(0,0)$ **ורדיוסו** 6 **.**

II. $(x-7.5)^2+y^2=20.25$ **, שמרכזו** $(7.5,0)$ **ורדיוסו** 4.5 **.**



נמצא את שיעורי נקודות החיתוך בין שני המעגלים.

$$20.25-(x-7.5)^2=36-x^2$$
$$20.25-(x^2-15x+56.25)=36-x^2$$
$$20.25-x^2+15x-56.25=36-x^2$$
$$15x=72$$
$$x=4.8 \quad \to y^2=36-4.8^2 \quad \to y=\pm 3.6$$
$$A(4.8,3.6)\,,\,B(4.8,-3.6)$$

תשובה: $A(4.8,3.6)\,,\,B(4.8,-3.6)$ **.**

ב. שיפוע הרדיוס AM **הוא** $m_{AM}=\frac{3.6-0}{4.8-7.5}=\frac{3.6}{-2.7}=-\frac{4}{3}$ **, ולכן שיפוע המשיק (ההופכי והנגדי) הוא** $\frac{3}{4}$**.**

משוואת המשיק בנקודה A **:** $y-3.6=\frac{3}{4}(x-4.8) \quad \to \boxed{y=\frac{3}{4}x}$.

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A **היא** $y=\frac{3}{4}x$ **.**

ג. הישר $y=\frac{3}{4}x$ **עובר בראשית הצירים, כלומר במרכז המעגל** $x^2+y^2=36$ $\;$ I **.**

מכאן ש- AC **הוא קוטר במעגל זה ואורכו** 12**.**

$$S_{\Delta ACM}=\frac{AC\cdot AM}{2}=\frac{12\cdot 4.5}{2}=27$$

תשובה: $S_{\Delta ACM}=27$ **.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- למדו מחשבים בתיכון** $\overline{A}$ **- לא למדו מחשבים בתיכון**

B **- עברו את המבחן** $\overline{B}$ **- נכשלו במבחן**

נתונים ומשמעויות מיידיות

$$P(A)=3P(\overline{A}) \quad \to P(\overline{A})+3P(\overline{A})=1 \quad \to P(\overline{A})=0.25 \quad \to P(A)=0.75$$

$$P(B)=4P(\overline{B}) \quad \to P(\overline{B})+4P(\overline{B})=1 \quad \to P(\overline{B})=0.2 \quad \to P(B)=0.8$$

$$P(A\cap B)=0.65$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **למדו מחשבים בתיכון**	$\overline{A}$ **לא למדו מחשבים בתיכון**	
B **עברו את המבחן**	0.65	0.15	0.8
$\overline{B}$ **נכשלו במבחן**	0.1	0.1	0.2
	0.75	0.25	1

$$P(B\cap\overline{A})=0.15$$

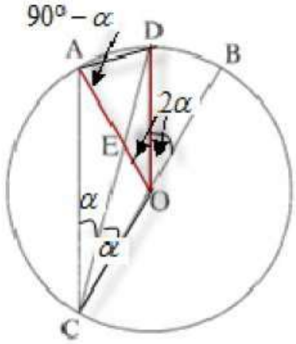
תשובה: ההסתברות לבחור, באקראי מבין בוגרי התיכון,
נבחן שלא היה למד מחשבים בתיכון ועבר את המבחן היא 0.15 **.**

ב. $P(\overline{A}/B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0.15}{0.8}=\dfrac{3}{16}$

תשובה: ההסתברות לבחור נבחן שלא למד מחשבים בתיכון, מבין העוברים את המבחן, היא $\dfrac{3}{16}$ **.**

ג. נחשב את ההסתברות למאורע המשלים , ששני הנבחנים עברו את המבחן, והיא $0.8^2=0.64$ **.**

תשובה: ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן היא $1-0.64=0.36$ **.**



נתונים

1. BC **קוטר במעגל שמרכזו** O **2.** $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$ **3.** $\sphericalangle ACD=\alpha$

צ"ל: א. (1) $\sphericalangle ACO=\sphericalangle AOD$ **(2)** $AC \parallel DO$.

ב. (1) $\sphericalangle DAO$ **באמצעות** α **(2)** α **עבורה** $ACOD$ **מקבילית.**

הסבר		טענה	נימוק
1	4	BC קוטר במעגל שמרכזו O	נתון
2	5	$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DB}$	נתון
3	6	$\sphericalangle ACD=\alpha$	נתון
6 ,5	7	$\sphericalangle DCB=\sphericalangle ACD=\alpha$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
7	8	$\sphericalangle ACO=2\alpha$	סכום זוויות
7 ,4	9	$\sphericalangle AOD=2\alpha$	זווית מרכזית כפולה מזווית היקפית שעל אותה קשת
9 ,8	10	$\sphericalangle ACO=\sphericalangle AOD$	כלל המעבר
		מ.ש.ל. א (1)	
9 ,5	11	$\sphericalangle DOB=2\alpha$	על קשתות שוות זוויות מרכזיות שוות
11 ,8	12	$\sphericalangle ACO=\sphericalangle DOB$	כלל המעבר
12	13	$AC \parallel DO$	אם זוויות מתאימות שוות אז הישרים מקבילים
		מ.ש.ל. א (2)	
4	14	$AO=DO$	רדיוסים שווים במעגל
14 ,9	15	$\sphericalangle DAO=90^\circ-\alpha$	זוויות סיס שוות במשולש שווה שוקיים, ΔAOD, וסכום זוויות במשולש זה 180°
		מ.ש.ל. ב (1)	
11 ,9	16	$\sphericalangle DOB=4\alpha$	סכום זוויות
16 ,15	17	$90^\circ-\alpha+4\alpha=180^\circ$	אם זוויות חד צדדיות משלימות ל- 180°, אז $AD \parallel CO$ והמרובע $ACOD$ הוא מקבילית, כי שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
17	18	$\alpha=30^\circ$	חישוב
		מ.ש.ל. ב (2)	

א. $AB = AC = 6$ **(נתון).**

$ACFG$ **ריבוע (נתון) שצלעו** 6 **ס"מ.**

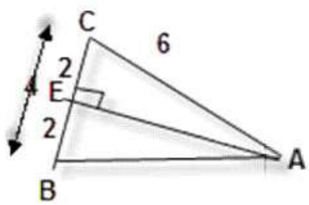
$BCDE$ **ריבוע (נתון) שצלעו** 4 **ס"מ.**

משפט פיתגורס ΔACG: $CG = \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{72} = 8.485$ **ס"מ** .

משפט פיתגורס ΔEBC: $EC = \sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 5.657$ **ס"מ** .

תשובה: אורך אלכסון $ACFG$ 8.485 **ס"מ, אורך אלכסון** $BCDE$ 5.657 **ס"מ.**

ב. נעביר גובה AE **לבסיס** BC**, ב-** ΔABC **שווה השוקיים, ולכן הוא גם תיכון (וחוצה זווית הראש).**



$\underline{\Delta AEC}$

$$\cos\sphericalangle ACE = \frac{CE}{AC}$$

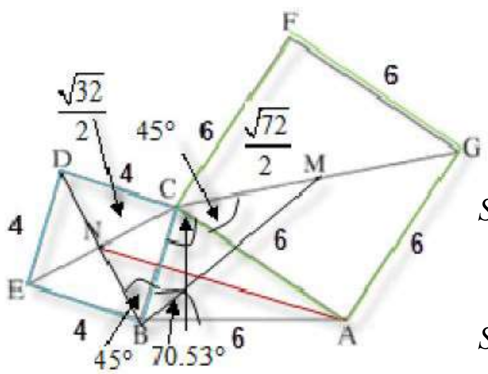
$$\cos\sphericalangle ACE = \frac{2}{6}$$

$$\boxed{\sphericalangle ACE = 70.53^\circ}$$

תשובה: גודל זווית הבסיס ב- ΔABC **הוא** 70.53° .

ג. אלכסוני הריבוע חוצי זוויות, לכן $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CBN = 45^\circ$

מכאן ש: $\sphericalangle BCM = \sphericalangle ABN = 70.53^\circ + 45^\circ = 115.53^\circ$



$$S_{\Delta BCM} = \frac{BC\cdot CM\cdot \sin\sphericalangle BCM}{2} \qquad S_{\Delta ABN} = \frac{AB\cdot BN\cdot \sin\sphericalangle ABN}{2}$$

$$S_{\Delta BCM} = \frac{4\cdot\frac{\sqrt{72}}{2}\cdot\sin 115.53^\circ}{2} \qquad S_{\Delta ABN} = \frac{6\cdot\frac{\sqrt{32}}{2}\cdot\sin 115.53^\circ}{2}$$

$$\boxed{S_{\Delta BCM} = 7.657cm^2} \qquad \boxed{S_{\Delta ABN} = 7.657cm^2}$$

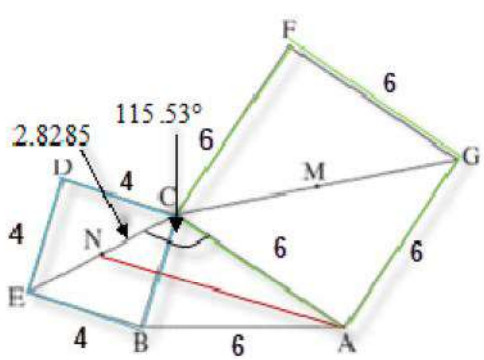
ומכאן ששטחי המשולשים שווים.

תשובה: הוכָח.

ד. נמצא את אורך הקטע AN .

$NC = 0.5\cdot 5.657 = 2.8285$ **ס"מ**

$\underline{\Delta ANC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**



$$(AN)^2 = (AC)^2 + (NC)^2 - 2\cdot AN\cdot NC\cdot\cos\sphericalangle NCA$$

$$(AN)^2 = 6^2 + 2.8285^2 - 2\cdot 6\cdot 2.8285\cdot\cos 115.53^\circ$$

$$(AN)^2 = 58.629$$

$$\boxed{AN = 7.657\ cm}$$

תשובה: $AN = 7.657$ **ס"מ** .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{m-4x}{(x-1)^2}$ **(** m **פרמטר).**

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 1$ **.**

ב. $f'(3)=0$ **, כי כאשר** $x=3$ **יש לפונקציה נקודת קיצון.**

$$f'(x)=\frac{-4(x-1)^2-(m-4x)\cdot 2\cdot (x-1)}{(x-1)^4}$$
$$0=-4(3-1)^2-(m-4\cdot 3)\cdot 2\cdot (3-1)$$
$$0=-16-4\cdot (m-12)$$
$$16=-4(m-12)$$
$$-4=m-12$$
$$\boxed{m=8}$$

תשובה: $m=8$ **.**

ג. נציב $m=8$ **והפונקציה היא** $f(x)=\dfrac{8-4x}{(x-1)^2}$ **.**

(1) אסימפטוטות אנכיות: הישר $x=1$ **(מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה אופקית: $y=0$ **(חזקת מונה (1) קטנה מחזקת מכנה (2)).**

תשובה: $x=1$ **,** $y=0$ **.**

(2) ציר y **:** $x=0$ **-** $f(0)=\dfrac{8-4\cdot 0}{(0-1)^2}=8 \rightarrow \boxed{(0,8)}$

ציר x **:** $y=0$ **-** $0=8-4x \rightarrow x=2 \rightarrow \boxed{(2,0)}$

תשובה: $(0,8)$ **,** $(2,0)$ **.**

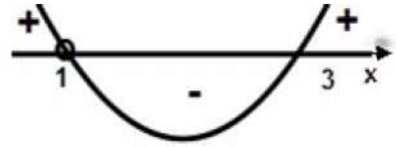
(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$f'(x)=\frac{-4(x-1)^2-(8-4x)\cdot 2\cdot (x-1)}{(x-1)^4}$$
$$f'(x)=\frac{2(x-1)\left[-2(x-1)-(8-4x)\right]}{(x-1)^4}$$
$$f'(x)=\frac{2(x-1)(-2x+2-8+4x)}{(x-1)^4}$$
$$f'(x)=\frac{2(x-1)(2x-6)}{(x-1)^4}$$
$$0=2x-6 \rightarrow x=3 \rightarrow \boxed{(3,-1)}$$

$x=1$ אינו בתחום ההגדרה.

הביטוי במונה הוא של פרבולה ישרה, וסימניה קובעים את סימן הנגזרת.

נצייר את גרף סימני הנגזרת (מכנה הנגזרת חיובי).



נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

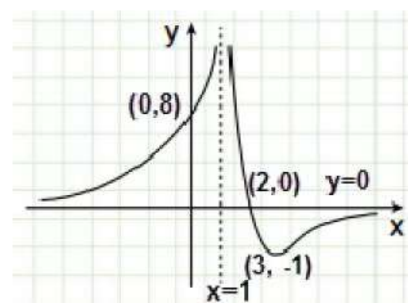
x		3		1	
$f'(x)$	+	0	-		+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↗

תשובה: $(3,-1)$ מינימום.

(4) נרשום תחומי עלייה וירידה, על פי הטבלה.

תשובה: עלייה: $x>3$ או $x<1$, ירידה: $1<x<3$

ד. הסקיצה המתאימה.



ה. $f(x)>0$ **עבור** $1<x<2$ **או** $x<1$.

$f'(x)>0$ **, על פי הטבלה, או בעלייה של** $f(x)$ **, עבור** $x>3$ **או** $x<1$.

התחום המשותף הוא עבור $x<1$.

תשובה: $x<1$.

א. הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

(1) נמצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ונקבע את סוגן.

$$0=3x^2-12x+9$$
$$x_1=1, \quad x_2=3$$

ביטוי הנגזרת הוא של פרבולה ישרה, וסימניה קובעים את סימן הנגזרת.

נצייר את גרף סימני הנגזרת.

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

x		3		1	
$f'(x)$	+	0	-		+
מסקנה	↗	**Min**	↘	**Max**	↗

תשובה: $x=3$ מינימום, $x=1$ מקסימום.

(2) הישר $y=4$ משיק ל- $f(x)$ בנקודת המקסימום, כלומר $(1,4)$ נקודה על הפונקציה.

$$f(x)=\int(3x^2-12x+9)\,dx$$

$$f(x)=\frac{3x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}+9x+c$$
$$4=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1+c$$
$$c=0$$
$$\boxed{f(x)=x^3-6x^2+9x}$$

תשובה: $f(x)=x^3-6x^2+9x$.

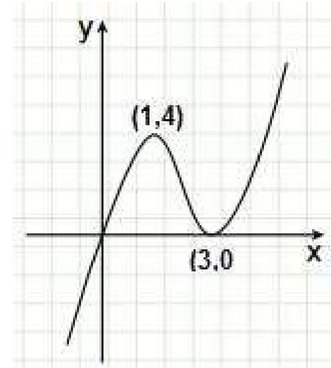
ב. (1) ציר y : $x=0$ - $f(0)=0^3-6\cdot0^2+9\cdot0 \quad \to \boxed{(0,0)}$

ציר x : $y=0$ -

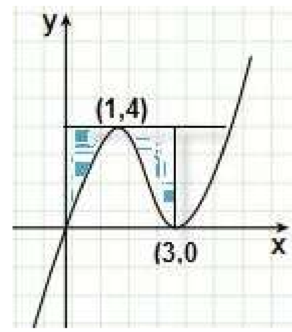
$$0=x^3-6x^2+9x$$
$$0=x(x^2-6x+9)$$
$$0=x(x-3)^2$$
$$\boxed{(0,0)}, \quad \boxed{(3,0)}$$

תשובה: $(0,0)$, $(3,0)$.

(2) הסקיצה המתאימה.



ג. נסמן את השטח המבוקש



אין צורך לחשב שני שטחים ולחבר, כי הישר $y=4$ **מעל ל-** $f(x)$ **, או נוגע בה, בכל התחום** $0\le x\le 3$

$$S=\int_0^3 (4-(x^3-6x^2+9x))\,dx$$

$$S=\int_0^3 (4-x^3+6x^2-9x)\,dx$$

$$S=4x-\frac{x^4}{4}+\frac{6x^3}{3}-\frac{9x^2}{2}\Big]_0^3$$

$$S=(4\cdot 3-\frac{3^4}{4}+2\cdot 3^3-\frac{9\cdot 3^2}{2})-(4\cdot 0-\frac{0^4}{4}+2\cdot 0^3-\frac{9\cdot 0^2}{2})$$

$$S=(5.25)-(0)$$

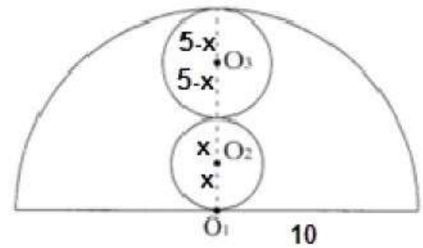
$$\boxed{S=5.25}$$

תשובה: השטח הוא 5.25 **יח"ר.**

א. נסמן x - רדיוס המעגל O_2 ובהתאם אורך הקוטר של מעגל זה $2x$.

כיוון שרדיוס המעגל הגדול הוא 10, הרי שאורכו של הקוטר במעגל O_3 הוא $10-2x$.

מכאן שרדיוסו של מעגל O_3 הוא $5-x$.



הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום שטחי שני המעגלים* O_2 ו- O_3 .

$$S=\pi x^2+\pi(5-x)^2$$
$$S=\pi(x^2+(5-x)^2)$$
$$S=\pi(x^2+25-10x+x^2)$$
$$\boxed{S=\pi(2x^2+25-10x)}$$
$$\boxed{S'=\pi(4x-10)}$$
$$0=4x-10$$
$$x=2.5$$
$$S''=4\pi>0 \quad \to x=2.5, Min$$
$$r_{O_2}=2.5 \quad \to r_{O_3}=5-2.5=2.5$$

תשובה: רדיוסי שני המעגלים הם 2.5 ס"מ, עבורם סכום שטחי שני המעגלים O_2 ו- O_3 מינימלי.

ב. עבור $x=2.5$ היקף כל אחד מהמעגלים הוא 5π ס"מ $P=2\pi\cdot 2.5=$,

וסכום היקפי שני המעגלים 10π ס"מ.

תשובה: סכום היקפי שני המעגלים 10π ס"מ, כאשר סכום שטחיהם מינימלי..