א. נסמן ב- x (קמ"ש) את מהירות הנסיעה של אריאל מ- A ל- C.

בהתאם $1.5x$ היא מהירות הנסיעה של אלונה מ- A ל- B.

$s = vt$ **- המרחק (s) שווה למהירות (v) כפול זמן (t)**

נציב בטבלה המתאימה: (מספרים בסוגריים מראים את תהליך מילוי הטבלה.)

		זמן - t שעות	מהירות - v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
אלונה	מ- A ל- B	**(3)** $\frac{60}{1.5x} = \frac{40}{x}$	**(2)** $1.5x$	**(1)** 60
אריאל	40% מ- A ל- C	(4) $\frac{40}{x}$	**(5)** x	**(6)** 40

אריאל עבר 40 ק"מ שהיו 40% מהמרחק בין מ- A ל- C (נסמנו ב- s ק"מ).

$0.4s = 40 \quad \rightarrow s =$ **100 ק"מ.**

תשובה: המרחק בין עיר מ- A לעיר C הוא 100 ק"מ.

ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B.

זמן נסיעתו הוא $\frac{100}{x}$, כי עבר 100 ק"מ במהירות x.

המשוואה המתאימה הא: $1 + \frac{40}{x} = \frac{100}{x}$. מכאן ש- $\frac{60}{x} = 1$ ו- $x = 60$.

תשובה: מהירות הנסיעה של אריאל הייתה 60 קמ"ש.

א. (1) המשיקים למעגל מאונכים לרדיוסים, בנקודת ההשקה, לכן $\sphericalangle ABM = \sphericalangle ACM = 90^\circ$.

כאשר ישרים מאונכים זה לזה, שיפועיהם הופכיים ונגדיים (אא"כ הישרים מקבילים לצירים).

$\underline{AC}$

$$m_{MC} = \frac{-5+4}{3-10} = -\frac{1}{7} \rightarrow m_{AC} = 7$$

$$y+5 = 7(x-10)$$

$$\boxed{y = 7x-75}$$

$\underline{AB}$

$$m_{MB} = \frac{1+4}{-2-3} = -1 \rightarrow m_{AB} = 1$$

$$y-1 = 1(x+2)$$

$$\boxed{y = x+3}$$

תשובה: משוואת AB **היא** $y = 7x-75$ **, משוואת הישר** AB **היא** $y = x+3$ **.**

(2) נמצא את שיעורי הנקודה A **.**

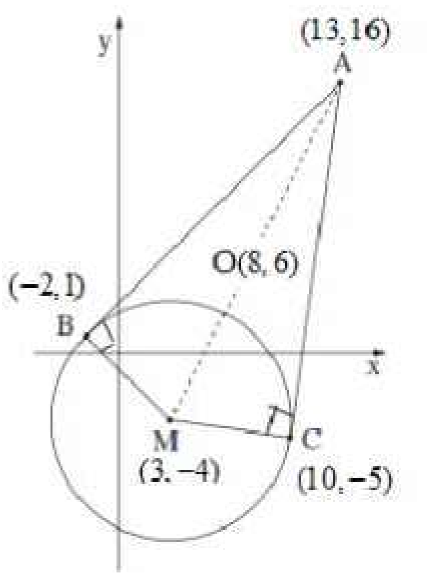
$$\begin{cases} y = 7x-75 \\ y = x+3 \end{cases}$$

$$7x-75 = x+3$$

$$6x = 78$$

$$x = 13 \quad \rightarrow y = 16 \quad \rightarrow \boxed{A(13,16)}$$

תשובה: $A(13,16)$ **.**



ב. (1) נמצא את אורך הקטע AM **.**

$$d_{AM} = \sqrt{(16+4)^2 + (13-3)^2} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} = 22.36$$

תשובה: אורך הקטע AM **הוא** $10\sqrt{5} = 22.36$.

(2) ΔABM **הוא ישר זווית, לכן מרכז המעגל החוסם הוא נ**

$$\left.\begin{array}{l} x_O = \dfrac{13+3}{2} = \dfrac{16}{2} = 8 \\ y_O = \dfrac{16+(-4)}{2} = \dfrac{12}{2} = 6 \end{array}\right\} O(8,6)$$

לכן $O(8,6)$ **הוא מרכז המעגל.**

רדיוס המעגל שווה למחצית הקוטר: $R = \dfrac{10\sqrt{5}}{2} = 5\sqrt{5}$ **.**

משוואת המעגל: $(x-8)^2 + (y-6)^2 = (5\sqrt{5})^2 = 125$ **.**

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 125$ **.**

ג. כיוון ש AM הוא קוטר המעגל החוסם גם ב- ΔACM ,

הרי שהמעגלים החוסמים את שני המשולשים הם אותם מעגלים,

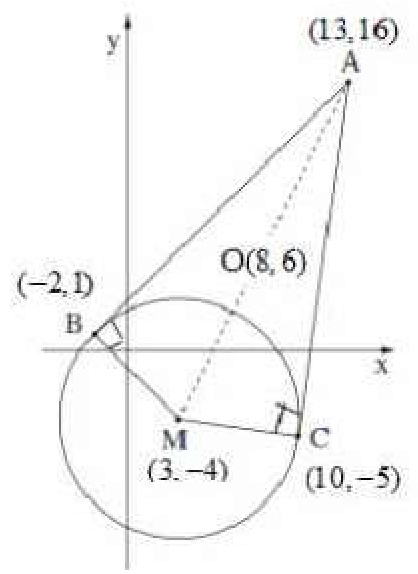
ולכן C נמצאת על המעגל, שאת משוואתו מצאנו בתת-סעיף ב(2).

הסבר חלופי: נציב את שיעורי $C(10,-5)$ במשוואת המעגל.

$$(10-8)^2+(-5-6)^2=125$$
$$125=125$$

קיבלנו שוויון מספרי ולכן הנקודה C נמצאת על המעגל.

תשובה: הנקודה C נמצאת על המעגל.



א. אם המספר שעל הקובייה הוא 3 **, אז המשתתף מקבל** 5 **נקודות. לכן,** $\mathrm{P}(5\ nekudot)=\frac{1}{6}$ **.**

אם המספר שעל הקובייה גדול מ- 3 **, (** $4,5,6$ **) אז המשתתף מקבל** 10 **נקודות. לכן,** $\mathrm{P}(10\ nekudot)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

אם המספר שעל הקובייה קטן מ- 3 **, (** $1,2$ **) אז המשתתף אינו מקבל נקודות. לכן,** $\mathrm{P}(0\ nekudot)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

משתתף יצבור 15 **נקודות לפחות, בשלושה מצבים:**

5 **נקודות בהטלה הראשונה ו-** 10 **נקודות בהטלה השנייה:** $P=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$ **.**

10 **נקודות בהטלה הראשונה ו-** 5 **נקודות בהטלה השנייה:** $P=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ **.**

10 **נקודות בשתי ההטלות:** $P=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ **.**

לכן, ההסתברות לצבור 15 **נקודות לפחות היא:** $P=\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$ **.**

תשובה: ההסתברות שהמשתתף במשחק יצבור 15 **נקודות לפחות היא** $\frac{5}{12}$ **.**

ב. ידוע שהמשתתף במשחק צבר לפחות 15 **נקודות**

ויש לחשב את ההסתברות שבשתי ההטלות שלו המספר שעל הקובייה גדול מ- 3 **.**

$$\mathrm{P}(\text{no.}>3\,/\text{ at least 15 points})=\frac{\mathrm{P}(\text{no.}>3\cap\text{at least 15 points})}{\mathrm{P}(\text{at least 15 points})}=\frac{1/4}{5/12}=\frac{3}{5}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{3}{5}$.

ג. יש למצוא את ההסתברות, שבדיוק שנים מתוך ארבעה משתתפים, יצברו 15 **נקודות לפחות.**

זו התפלגות בינומית, כאשר $n=4$ **,** $p=\frac{5}{12}$ **,** $k=2$ **.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי $P_n(k)=\binom{n}{k}(p)^k(1-p)^{n-k}$ **,**

$$P_4(2)=\binom{4}{2}(\frac{5}{12})^2(1-\frac{5}{12})^{4-2}$$

$$P_4(2)=\frac{4!}{4!(4-2)!}\cdot(\frac{5}{12})^2\cdot(\frac{7}{12})^2$$

$$P_4(2)=6\cdot\cdot(\frac{5}{12})^2\cdot(\frac{7}{12})^2$$

$$P_4(2)=\frac{1225}{3456}=0.3545$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1225}{3456}=0.3545$ **.**

<u>נתונים</u>

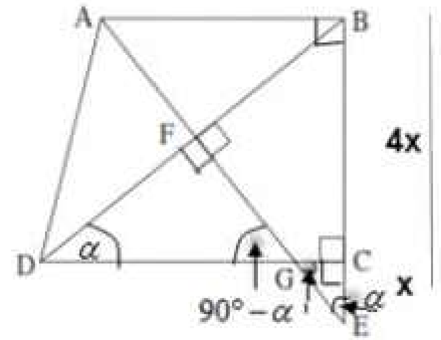
1. ABCD **טרפז ישר זווית** **2.** $AB \parallel DC$ **3.** $\sphericalangle BCD = 90^\circ$.

4. $AE \perp BD$ **. עבור ב: 5.** $DC = BE$ **עבור ג. 6.** $CB = 4CE$.

צ"ל: א. $\sphericalangle AEB = \sphericalangle BDC$.

ב $\Delta DCB \cong \Delta EBA$.

ג. (1) $\Delta GCE \sim \Delta ABE$ **(2)** $\frac{GC}{AB}$.

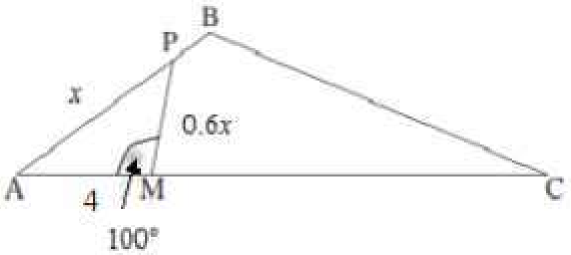


הסבר		טענה	נימוק
	7	$\sphericalangle AEB = \alpha$	**סימון**
3	**8**	$\sphericalangle BCD = 90^\circ$	**נתון**
8 ,7	**9**	$\sphericalangle ECG = 90^\circ$	**זוויות צמודות משלימות ל-** 180°
9	**10**	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 90^\circ$	**חישוב, או זווית היקפית הנשענת על קוטר ישרה**
10 ,7	**11**	$\sphericalangle CGE = 90^\circ - \alpha$	**סכום זוויות** 180° **ב-** ΔGCE
11	**12**	$\sphericalangle FGD = 90^\circ - \alpha$	**זוויות קדקודיות שוות זו לזו**
4	**13**	$AE \perp BD$	**נתון**
13 ,12	**14**	$\sphericalangle BDC = \alpha$	**סכום זוויות** 180° **ב-** ΔGDF
14 ,7	**15**	$\sphericalangle AEB = \sphericalangle BDC$ **(ז)**	**כלל המעבר**
		מ.ש.ל. א	
5	**16**	$DC = BE$ **(צ)**	**נתון**
2	**17**	$AB \parallel DC$	**נתון**
17 ,8	**18**	$\sphericalangle EBA = 90^\circ$	**זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל-** 180°
18 ,8	**19**	$\sphericalangle EBA = \sphericalangle BCD$ **(צ)**	**כלל המעבר**
19 ,15 ,16	**20**	$\Delta DCB \cong \Delta EBA$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
		מ.ש.ל. ב	
17	**21**	$\frac{GC}{AB} = \frac{CE}{CB} = \frac{EG}{EA}$	**משפט תאלס הרחבה 1**
21	**22**	$\Delta GCE \sim \Delta ABE$	**משפט דמיון צלע צלע צלע**
		מ.ש.ל. ג (1)	
6	**23**	$CB = 4CE$	**נתון**
23 ,21	**24**	$\frac{GC}{AB} = \frac{1}{5}$	**כללי פרופורציה**
		מ.ש.ל. ג (2)	

א. (1) נחשב את $\sphericalangle PAM$ **.**

ניתן להשתמש במשפט הקוסינוסים, או במשפט הסינוסים.

כיוון שידוע שהיא חדה (כי $\sphericalangle AMP = 100°$ **) נשתמש במשפט הסינוסים.**



$\underline{\Delta APM}$

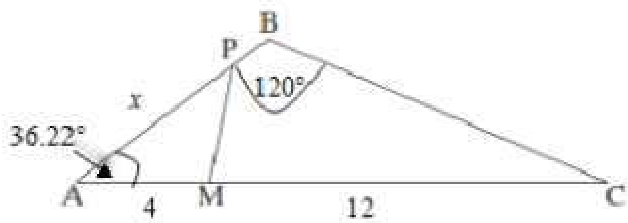
$$\frac{MP}{\sin\sphericalangle PAM} = \frac{AP}{\sin 100°}$$

$$\frac{0.6x\sin 100°}{x} = \sin\sphericalangle PAM$$

$$\boxed{\sphericalangle PAM = 36.22°}$$

תשובה: $\sphericalangle PAM = 36.22°$ **.**

(2) נחשב את אורך הצלע BC



$\underline{\Delta ABC}$

$$\frac{BC}{\sin 36.22°} = \frac{AC}{\sin 120°}$$

$$BC = \frac{16\sin 36.22°}{\sin 120°}$$

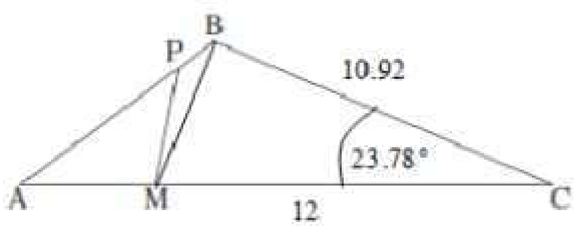
$$\boxed{BC = 10.92}$$

תשובה: $BC = 10.92$.

ב. נחשב את אורך הקטע BM **.**

$\sphericalangle C = 180° - 120° - 36.22° = 23.78°$ **(סכום זוויות** $180°$ **ב-** ΔABC **).**

$\underline{\Delta BMC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**



$$(BM)^2 = (BC)^2 + (MC)^2 - 2\cdot BC\cdot NC\cdot \cos\sphericalangle C$$

$$(BM)^2 = 10.92^2 + 12^2 - 2\cdot 10.92\cdot 12\cdot \cos 23.78°$$

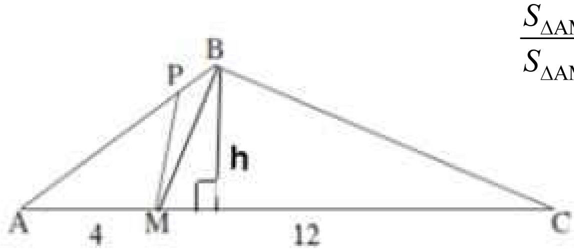
$$(BM)^2 = 23.42$$

$$\boxed{BM = 4.839cm}$$

תשובה: 4.839 **ס"מ** $= BM$ **.**

ג. נשים לב שלשני המשולשים יש גובה משותף, לצלעות ביחס של $1:3$ **.**

$$\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta AMB}} = \frac{0.5\cdot AM\cdot h}{0.5\cdot MC\cdot h} = \frac{AM}{MC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$



תשובה: $\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta AMB}} = \frac{1}{3}$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{2x^2+4}{x^2-a}$ **,** $a>0$ **פרמטר.**

(1) $x^2-a\neq 0 \quad \rightarrow x\neq \pm\sqrt{a}$ **.** $a>0$ **לכן קיימים שני פתרונות.**

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq \pm\sqrt{a}$ **.**

(2) נמצא נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ציר y **:** $x=0$ **-** $f(0)=\dfrac{2\cdot 0^2+4}{0^2-a}=\dfrac{4}{-a}=-\dfrac{4}{a} \quad \rightarrow \boxed{(0,-\dfrac{4}{a})}$

ציר x **:** $y=0$ **- הביטוי במונה הפונקציה חיובי לכל** x **, לכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: $(0,-\dfrac{4}{a})$ **.**

(3) נמצא את האסימפטוטה האופקית.

אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x **:** $y=\dfrac{2x^2}{x^2}=2$ **(חזקת מונה (2) שווה לחזקת מכנה (2)).**

תשובה: $y=2$ **.**

ב. הישר $x=1$ **מהווה אסימפטוטה אנכית של הפונקציה, לכן** $x=1$ **מאפס מכנה (ולא מונה).**

$1^2-a=0$ **ולכן** $a=1$.

תשובה: $a=1$ **.**

ג. נציב $a=1$ **ונקבל** $f(x)=\dfrac{2x^2+4}{x^2-1}$ **.**

(1) תחום ההגדרה הוא $x\neq\pm 1$ **. גם** $x=-1$ **מאפס מכנה (ולא מונה) ולכן גם הישר** $x=-1$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: כן, $x=-1$ **.**

(2) נמצא את שיעורי נקודת הקיצון, ונקבע את סוגה.

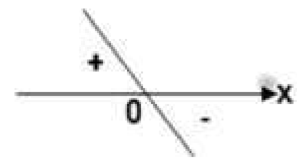
$$f'(x)=\frac{4x(x^2-1)-2x(2x^2+4)}{(x^2-1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{4x^3-4x-4x^3-8x}{(x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-12x}{(x^2-1)^2}}$$

$$-12x=0 \quad \to x=0 \quad \to (0,-4)$$

מונה הנגזרת הוא של קו ישר יורד, המתאפס ב- 0 **(מכנה הנגזרת חיובי).**



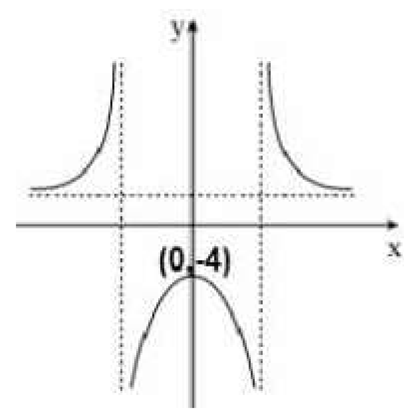
נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

x		1		0		-1	
y'	-		-	0	+		+
מסקנה	↘		↘	**Max**	↗		↗

תשובה: $(0,-4)$ **מקסימום.**

(3) תשובה: עלייה: $-1<x<0$ **או** $x<-1$**, ירידה:** $x>1$ **או** $0<x<1$**.**

ד. סקיצה של גרף הפונקציה:



ה. על פי הסקיצה בסעיף הקודם, הישר $y=k$

לא יחתוך את גרף הפונקציה מהאסימפטוטה האופקית שלה ($y=2$ **),**

ועד מעל לנקודת המקסימום $(0,-4)$ **שלה.**

תשובה: $-4<k<2$

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$.

(1) הביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.

$$x+16>0 \quad \to x>-16$$

תשובה: תחום ההגדרה: $x>-16$ **.**

(2) נמצא נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ציר y **:** $x=0$ **-** $f(0)=\frac{4}{\sqrt{0+16}}=\frac{4}{4}=1 \quad \to \boxed{(0,1)}$

ציר x **:** $y=0$ **- הביטוי במונה הפונקציה חיובי, לכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **.**

תשובה: $(0,1)$ **.**

(3) $x=-16$ **מאפס מכנה (ולא מונה). ולכן הישר** $x=-16$ **מהווה אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.**

תשובה: $x=-16$ **.**

(4) נמצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

$$f'(x)=\frac{0-\frac{4}{2\sqrt{x+16}}}{(\sqrt{x+16})^2}$$

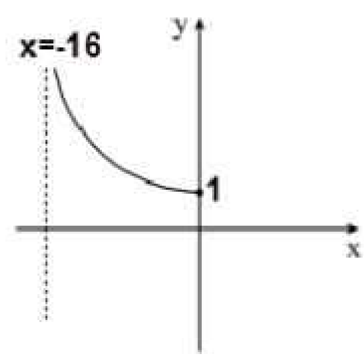
$$f'(x)=\frac{\frac{-2}{\sqrt{x+16}}}{x+16}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-2}{(x+16)\sqrt{x+16}}}$$

מונה הנגזרת שלילי, המכנה חיובי, לכן הפונקציה יורדת עבור $x>-16$ **. (** $(0,1)$ **מינימום קצה ומוחלט).**

תשובה: עלייה: אף x **, ירידה:** $x>-16$ **.**

(5) נסרטט סקיצה בתחום $-16<x\le 0$ **.**



ב. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-2$ **.**

זו הזזה אנכית של $f(x)$ **ב-** 2 **יחידות כלפי מטה,**

ולכן משתנים רק שיעורי ה- y **של כל נקודה (קְטֵנים ב-** 2 **),**

ולא משתנה תחום הגדרה, אסימפטוטה אנכית ,תחומי עלייה וירידה וסוג הקיצון.

(1) ציר y **:** $x=0$ **-** $g(0)=f(0)-2=1-2=-1 \quad \rightarrow \boxed{(0,-1)}$

ציר x **:** $y=0$ **-**

$$0=\frac{4}{\sqrt{x+16}}-2$$

$$2=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$$

$$\sqrt{x+16}=2 \quad ()^2$$

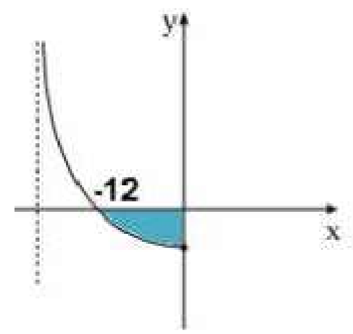
$$x+16=4$$

$$x=-12 \quad test:\sqrt{-12+16}\overset{?}{=}2 \quad \rightarrow 2=2\ o.k.$$

$$\boxed{(-12,0)}$$

תשובה: $(0,-1)$ **,** $(-12,0)$ **.**

(2) נסרטט סקיצה של $g(x)=f(x)-2$ **בתחום** $-16<x\leq 0$ **, כולל סימון השטח עבור סעיף ג.**



ה. נמצא את השטח המבוקש.

$$S=\int_{-12}^{0}(0-(\frac{4}{\sqrt{x+16}}-2))\,dx$$

$$S=\int_{-12}^{0}(-\frac{4}{\sqrt{x+16}}+2)\,dx$$

$$S=-4\cdot 2\sqrt{x+16}+2x\,\Big]_{-12}^{0}$$

$$x=0: \quad -8\sqrt{0+16}+2\cdot 0=-32$$

תשובה: השטח הוא 8 **יח"ר.**

$$x=-12: \quad -8\sqrt{-12+16}+2\cdot(-12)=-40$$

$$S=-32-(-40)$$

$$\boxed{S=8}$$

א. נסמן $AE = x$.

נתון: $AE + BE = 6$ **, ולכן** $BE = 6 - x$

נחשב את AB **באמצעות משפט פיתגורס ב-** ΔAEB .

$$(AE)^2 = x^2 + (6-x)^2$$
$$(AE)^2 = x^2 + 36 - 12x + x^2$$
$$(AE)^2 = 2x^2 + 36 - 12x$$
$$(AE) = \sqrt{2x^2 + 36 - 12x}$$

ΔABC **הוא ישר זווית ושווה שוקיים.**

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot AB}{2} = \frac{1}{2}(AB)^2$$
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(2x^2 + 36 - 12x)$$
$$\boxed{S_{\Delta ABC} = x^2 - 6x + 18}$$

תשובה: $S_{\Delta ABC} = x^2 - 6x + 18$.

ב. הפונקציה שיש להביא ***למקסימום*** **היא** ***שטח המרובע*** AEBC .

$$S_{AEBC} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta AEB}$$
$$S_{AEBC} = x^2 - 6x + 18 + \frac{x(6-x)}{2}$$
$$S_{AEBC} = x^2 - 6x + 18 + 3x - 0.5x^2$$
$$\boxed{S_{AEBC} = 0.5x^2 - 3x + 18}$$
$$\boxed{(S_{AEBC})' = x - 3}$$
$$x - 3 = 0$$
$$x = 3$$
$$(S_{AEBC})'' = 1 > 0 \quad \rightarrow Min$$

תשובה: $x = 3$ **, עבורו שטח המרובע** AEBC **מינימלי.**