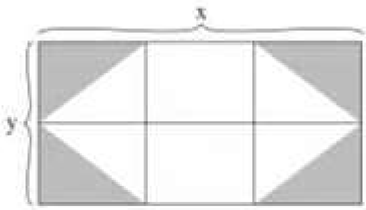


א. (1) נשים לב ששטח של משולש אפור מהווה מחצית משטח מלבן הפינתי.

כלומר שטח ארבעת השטחים האפורים שווה לשטח שני מלבנים,

שליש מהשטח הכולל.

שטח הגינה הוא xy **, ולכן שטח הגינה שרוצף באבן אפורה הוא** $\frac{xy}{3}$ **מ"ר.**

תשובה: שטח הגינה שרוצף באבן אפורה הוא $\frac{xy}{3}$ **מ"ר.**

(2) שטח הגינה שרוצף באבן לבנה הוא $\frac{2xy}{3}$ **מ"ר** $= xy - \frac{xy}{3}$ **.**

ב. המחיר למ"ר ריצוף באבן האפורה הוא 75 **שקלים. לכן, עלות ריצוף מסוג זה היא** $25xy$ **שקלים** $= 75 \cdot \frac{xy}{3}$ **.**

המחיר למ"ר ריצוף באבן לבנה הוא 60 **שקלים. לכן, עלות ריצוף מסוג זה היא** $40xy$ **שקלים** $= 60 \cdot \frac{2xy}{3}$ **.**

עלות הריצוף לכל הגינה היא $1,170$ **שקלים. לכן,** $25xy + 40xy = 1170$ **.**

$$65xy = 1170$$
$$xy = 18$$

הצלע הארוכה של הגינה ארוכה ב- 3 **מטרים מן הצלע האחרת שלה . מכאן ש-** $x = y + 3$ **.**

$$\begin{cases} xy = 18 \\ x = y + 3 \end{cases}$$
$$y(y+3) = 18$$
$$y^2 + 3y - 18 = 0$$
$$y = 3 \quad o.k. \quad \rightarrow x = 6$$
$$\cancel{y = -6} \quad y > 0$$

תשובה: אורכי צלעות הגינה הם: 3 **מטרים ו-** 6 **מטרים.**

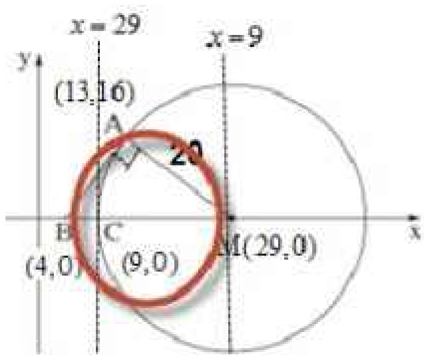
א. מרכז המעגל $M(x,0)$ **במרחק** 20 (**רדיוס) מהנקודה** $A(13,12)$ **שעל המעגל.**

$$20=\sqrt{(x-13)^2+(0-12)^2}$$
$$400=(x-13)^2+144$$
$$256=(x-13)^2$$
$$16=x-13 \quad \rightarrow x=29\ o.k. \quad \leftarrow x>0$$
$$-16=x-13 \quad \rightarrow x=-3\ fault$$

הפתרון השני נפסל, כי נתון שמרכז המעגל נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x **.**

תשובה: $M(29,0)$ **.**

ב. נמצא את שיפוע הרדיוס AM **, ובהתאם את שיפוע המשיק** AB **, המאונך לו.**



$$m_{AM}=\frac{12-0}{13-29}=\frac{12}{-16}=-\frac{3}{4}\rightarrow m_{AB}=\frac{4}{3} \quad \leftarrow m_{AB}\cdot m_{AM}=-1$$
$$\frac{4}{3}=\frac{12-0}{13-x_B}$$
$$13-x_B=9$$
$$x_B=4 \quad \rightarrow \boxed{B(4,0)}$$

תשובה: $B(4,0)$.

ג. ΔBAM **ישר זווית (** $\angle A=90°$ **), לכן** BM **הוא הקוטר, ונקודת האמצע שלו היא מרכז המעגל החוסם.**

$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{4+29}{2}=\frac{33}{2}=16.5 \\ y=0 \end{array}\right\}(16,0)$$
$$R=16.5-0=12.5$$
$$\boxed{(x-16.5)^2+y^2=156.25}$$

תשובה: משוואת המעגל החוסם את ΔBAM **את היא** $(x-16.5)^2+y^2=156.25$ **.**

ד. (1) C **היא נקודת החיתוך של המעגל הנתון עם ציר ה-** x **, ולכן נמצאת במרחק מהמרכז** $M(29,0)$ **.**

תשובה: $C(9,0)$ **.**

(2) הישר $x=9$ **משיק למעגל הנתון בנקודה** $C(9,0)$ **(המשיק השמאלי ביותר למעגל זה).**

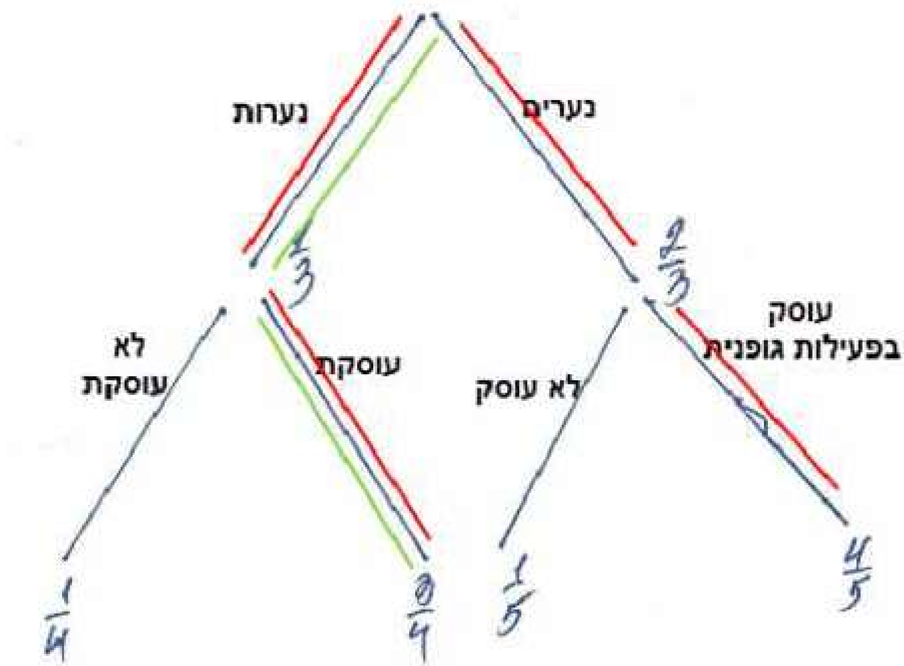
הישר $x=29$ **משיק למעגל החוסם את** ΔBAM **בנקודה** $M(29,0)$ **(המשיק הימני ביותר למעגל זה).**

עבור $9<k<29$ **הישר** $x=k$ **יחתוך את שני המעגלים (ולא ישיק לאף אחד מהם).**

תשובה: $9<k<29$ **.**

א. נעלה את הנתונים על עץ אפשרויות.

כיוון שמספר הנערים שהשתתפו בסקר גדול פי שניים ממספר הנערות, הרי ש- $\mathrm{P}(boys)=\frac{2}{3}, \mathrm{P}(girls)=\frac{1}{3}$ **.**



ההסתברות שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית (המסלולים האדומים) היא: $P=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{47}{60}$ **.**

תשובה: שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית היא $\frac{47}{60}$**.**

ב. ידוע שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית.

יש לחשב את ההסתברות שנבחרה נערה. זה החלק של המסלול הירוק מבין המסלולים האדומים.

$$\mathrm{P}(girl\,/\,practicing\ physical\ activity)=\frac{\mathrm{P}(girl\cap practicing\ physical\ activity)}{\mathrm{P}(practicing\ physical\ activity)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{47}{60}}=\frac{15}{47}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{15}{47}$ **.**

ג. נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברות למאורע של:

"לפחות 2 מתוך 4 שנבחרו הן נערות שעוסקות בפעילות גופנית".

כלומר: 2, או 3, או 4 , מתוך 4 משתתפים שנבחרו באקראי, יהיו נערות שעוסקות בפעילות גופנית.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $p=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=0.25$, $n=4$ **.**

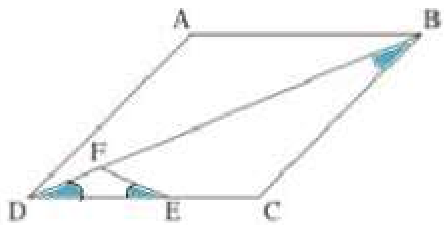
$$P = P_4(2)+P_4(3)+P_4(4)$$

$$P=\binom{4}{2}0.25^2(1-0.25)^{4-2}+\binom{4}{3}0.25^3(1-0.25)^{4-3}+0.25^4$$

$$P=6\cdot 0.25^2\cdot 0.75^2+4\cdot 0.25^3\cdot 0.75+0.25^4$$

$$P=\frac{67}{256}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{67}{256}$ **.**



נתונים

1. ABCD **מעוין 2.** BCEF **בר חסימה במעגל**

עבור ג. 3. $DB = 3DE$ **4.** 2 **סמ"ר** = $S_{\Delta DFE}$

צ"ל: א. (1) $\sphericalangle FED = \sphericalangle CBD$ **(2)** ΔDFE **שווה שוקיים.**

ב $\Delta DFE \sim \Delta DCB$ **ג.** S_{ABCD}

הסבר		טענה	נימוק
	5	$\sphericalangle FED + \sphericalangle CEF = 180°$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
2	6	BCEF בר חסימה במעגל	נתון
5	7	$\sphericalangle CBD + \sphericalangle CEF = 180°$	זוויות נגדיות במרובע בר חסימה משלימות ל- $180°$
5, 7	8	$\sphericalangle FED = \sphericalangle CBD$ (ז)	כלל מעבר וחישוב
		מ.ש.ל. א (1)	
1	9	ABCD מעוין	נתון
9	10	$BC = DC$	צלעות המעוין שוות זו לזו
10	11	$\sphericalangle BDC = \sphericalangle CBD$	ב- ΔDCB מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות
8, 11	12	$\sphericalangle FED = \sphericalangle BDC$	כלל המעבר
12	13	ΔDFE שווה שוקיים	אם שתי זוויות שוות המשולש שווה שוקיים
		מ.ש.ל. א (2)	
	14	$\sphericalangle FDE = \sphericalangle FDE$ (ז)	זווית משותפת
8, 14	15	$\Delta DFE \sim \Delta DCB$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. ב	
3	16	$\frac{DE}{DB} = \frac{1}{3}$	נתון וחישוב
15, 16	17	$\frac{DF}{DC} = \frac{DE}{DB} = \frac{FE}{CB} = \frac{1}{3}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים והצבה
2	18	2 סמ"ר = $S_{\Delta DFE}$	נתון
15, 17, 18	19	18 סמ"ר = $S_{\Delta DCB}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון $1:9 = (1:3)^2$
9, 19	20	36 סמ"ר = S_{ABCD}	האלכסון מחלק את המעוין לשני משולשים שווי שטח (וחופפים)
		מ.ש.ל. ג	

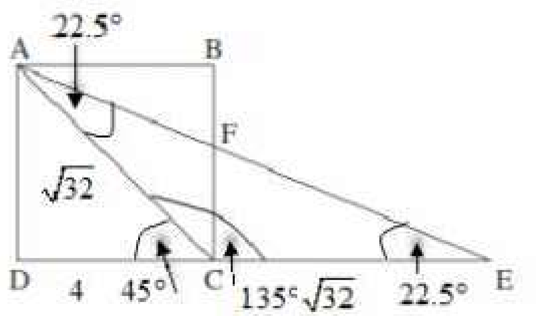
א. נחשב את זוויות המשולש ACE **.**

אלכסוני הריבוע חוצי זוויותיו הישרות, לכן $\sphericalangle ACD = 45°$ **, והזווית הצמודה לה** $\sphericalangle ACE = 135°$ **.**

נתון כי $AC = CE$ **, ולכן** $\sphericalangle CAE = \sphericalangle AEC = \dfrac{180° - 135°}{2} = 22.5°$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים).**

תשובה: $\sphericalangle ACE = 135°$, $\sphericalangle CAE = \sphericalangle AEC = 22.5°$ **.**

ב. $S_{\Delta ACE} =$ $8\sqrt{2}$ **סמ"ר**



$$8\sqrt{2} = \frac{AC \cdot CE \cdot \sin 135°}{2}$$

$$16\sqrt{2} = (AC)^2 \sin 135°$$

$$\frac{16\sqrt{2}}{\sin 135°} = (AC)^2$$

$$32 = (AC)^2$$

$AC =$ $\sqrt{32}$ **ס"מ**

ΔACD **על פי משפט פיתגורס**

$$(AD)^2 + (DC)^2 = (AC)^2$$

$$2(DC)^2 = 32$$

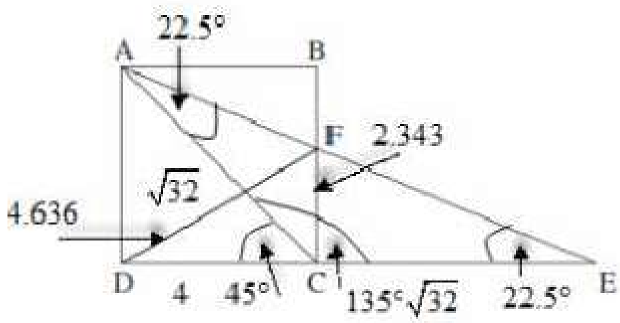
$$(DC)^2 = 16$$

$DC =$ 4 **ס"מ**

תשובה: אורך צלע הריבוע 4 **ס"מ.**

ג. נחשב את אורך הקטע DF בשני שלבים.

$CE = AC = \sqrt{32}$ **ס"מ**



<u>ΔCEF</u>

$$\tan\sphericalangle 22.5° = \frac{CF}{CE}$$

$$\sqrt{32}\,\tan\sphericalangle 22.5° = CF$$

$CF =$ **ס"מ** 2.343

על פי משפט פיתגורס ΔDCF

$$(DC)^2 + (CF)^2 = (DF)^2$$

$$4^2 + 2.343 = (DF)^2$$

$$21.49 = (DF)^2$$

$DF =$ **ס"מ** 4.636

תשובה: $DF =$ **ס"מ** 4.636 **.**

ד. נחשב את רדיוס המעגל החוסם את ΔDFE **.**

<u>ΔDFE</u>

$$\frac{DF}{\sin 22.5°} = 2R$$

$$\frac{4.636}{2\sin 22.5°} = R$$

$R =$ **ס"מ** 6.057

תשובה: אורך רדיוס המעגל החוסם את ΔDFE **הוא** 6.057 **ס"מ .**

בגרות עז יולי 17 מועד קיץ ב שאלון 35804

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$ **.**

בתחום ההגדרה מכנה שונה מאפס. לכן, $\boxed{x\neq 2} \leftarrow 2x\neq 4 \leftarrow (2x-4)^2\neq 0$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq 2$ **.**

ב. האסימפטוטה האופקית: חזקת המונה (0 **) קטנה מחזקת המכנה (** 2 **), ולכן** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית.**

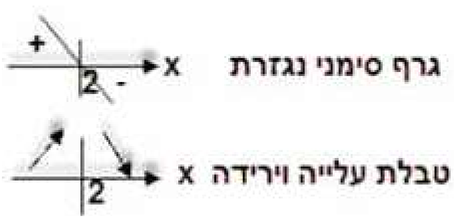
אסימפטוטה אנכית: $x=2$ **מאפס מכנה ולא מונה, לכן הישר** $x=2$ **אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: $y=0$ **,** $x=2$ **.**

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.

$$f'(x)=\frac{0-5\cdot 2\cdot(2x-4)\cdot 2}{(2x-4)^4}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{20(4-2x)}{(2x-4)^4}}$$



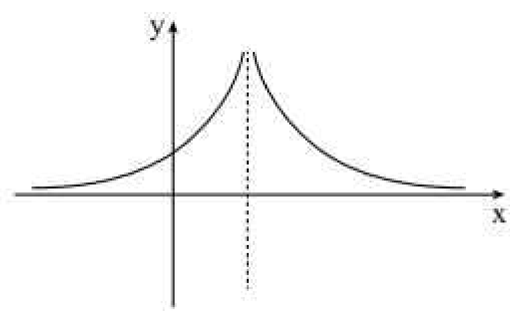
המונה מתאפס עבור $x=2$ **שלא בתחום ההגדרה.**

מכנה הנגזר חיובי, והמונה מיוצג על ידי ישר יורד, העובר מחיוביות לשליליות,

ובהתאם הפונקציה עוברת מעלייה לירידה.

תשובה: עלייה: $x<2$ **, ירידה:** $x>2$ **.**

ד. סקיצה מתאימה של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$ **.**



ה. נתונה הפונקציה $-f(x)$. פונקציה סימטרית לפונקציה $f(x)$ ולציר ה- x.

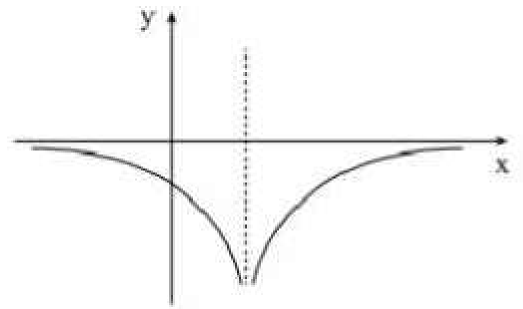
נשים לב שנגזרת הפונקציה החדשה היא $-f'(x)$, כלומר שתחומי העלייה והירידה יתהפכו.

(1) תשובה: $y=0$, $x=2$. אין שינוי באסימפטוטות המאונכות לצירים.

הערה – האסימפטוטה האופקית הייתה משתנה, אם לא הייתה $y=0$.

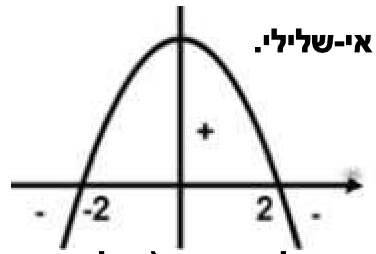
(2) בסרטוט הגרף של $-f(x)$, נשים לב שתחומי העלייה והירידה מתהפכים,

ובעוד ש- $f(x)$ הייתה חיובית לכל $x \neq 2$, הרי ש- $-f(x)$ תהייה שלילית לכל $x \neq 2$.



א. נתונה הפונקציה $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$ **.**

הביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.



$4-x^2>0$

$4-x^2=0$

$x=2, \quad x=-2$

הביטוי שבתוך השורש מיוצג על ידי פרבולה הפוכה (בעלת מקסימום, "עצובה")

ובהתאם לתחום בו היא חיובית נמצא את תחום ההגדרה.

תשובה: תחום ההגדרה: $-2\le x\le 2$ **.**

ב. (1) נמצא נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ציר y **:** $x=0$ **-** $f(0)=0\sqrt{4-0^2}=0 \quad \rightarrow \boxed{(0,0)}$

ציר x **:** $y=0$ **-** $0=x\sqrt{4-x^2} \quad \rightarrow x=-2,0,2$ **.**

תשובה: $(0,0)$, $(2,0)$ **,** $(-2,0)$ **.**

(2)נמצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

נשים לב ש: $(2,0)$ **,** $(-2,0)$ **תהייה נקודות קיצון בקצה.**

$$f'(x)=\sqrt{4-x^2}+\frac{x(-\cancel{2}x)}{\cancel{2}\sqrt{4-x^2}}$$

$$f'(x)=\frac{4-x^2-x^2}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}}$$

$$4-2x^2=0$$

$$x^2=2$$

$$x=\sqrt{2} \quad \rightarrow y=\sqrt{2}\cdot\sqrt{4-\sqrt{2}^2}=2 \quad \rightarrow (\sqrt{2},2)$$

$$x=-\sqrt{2} \quad \rightarrow y=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{4-(-\sqrt{2})^2}=-2 \quad \rightarrow (-\sqrt{2},-2)$$

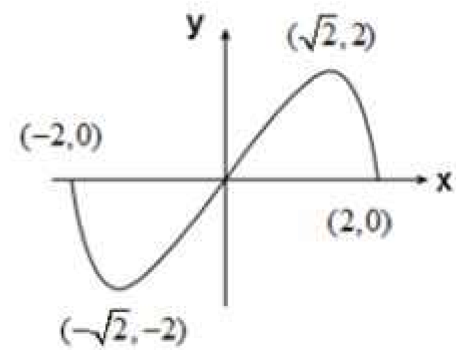
נמצא את סוגי נקודות הקיצון, בהתאם לטבלת עלייה וירידה , המבוססת על ערכי הפונקציה.

(את סימני הנגזרת, הוספתי עבור סעיף ד. תחומי עלייה וירידה קבעתי כבר לפי ערכי הפונקציה)

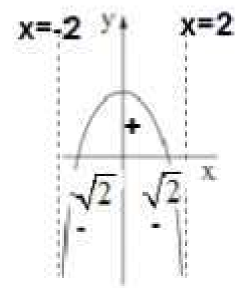
x	-2		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2
$f(x)$	0		-2		2		0
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
מסקנה	Max	↘	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(2,0)$ **מינימום ,** $(\sqrt{2},2)$ **מקסימום ,** $(-\sqrt{2},-2)$ **מינימום ,** $(-2,0)$ **מקסימום.**

ג. נסרטט סקיצה .



ד. הגרף של הפונקציה $f'(x)$ **הוא גרף** IV **.**

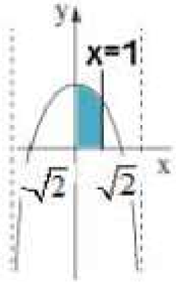


IV

נימוקים: (1) מתאפס עבור $x=\pm\sqrt{2}$ **(2) תחומי חיוביות ושליליות תואמים את תחומי העלייה והירידה של** $f(x)$ **.**

(3) $x=\pm 2$ **מאפס את מכנה הנגזרת (ולא את המונה) ולכן הישרים** $x=\pm\sqrt{2}$ **אסימפטוטות אנכיות.**

ה. נחשב את השטח המבוקש, צבוע בכחול בסקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.



$$S=\int_0^1 (f'(x)-0)\,dx = f(x)\Big]_0^1$$

$$x=1:\quad f(1)=1\cdot\sqrt{4-1^2}=\sqrt{3}$$

$$x=0:\quad f(0)=0$$

$$S=\sqrt{3}-0$$

$$\boxed{S=\sqrt{3}}$$

תשובה: השטח הוא $\sqrt{3}$ **יח"ר.**

א. נתון גרף הפונקציה $f(x)=x^3-6x^2+9x$ **.**

נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **.**

$$0=x^3-6x^2+9x$$
$$0=x(x^2-6x+9)$$
$$0=x(x-3)^2$$
$$x=0,3$$

תשובה: $A(0,0)$, $B(3,0)$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא למקסימום היא *שטח המשולש* ABC **.**

כיוון שאורך הצלע $AB=3$ **קבוע, הרי ששטח המשולש מקסימלי,**

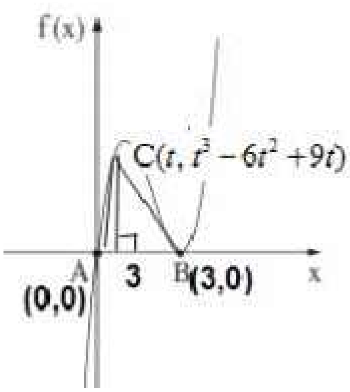
בנקודה שבה נקבל מקסימום מוחלט, בתחום $0<x<3$ **, של הפונקציה** $f(x)=x^3-6x^2+9x$ **.**

$$f'(x)=3x^2-12x+9$$
$$0=3x^2-12x+9$$
$$x=1,\ x=3$$

לכן $x_C=1$ **(** $x_B=3$ **) מקסימום (על פי הגרף הנתון), ושיעורי הנקודה:** $\boxed{C(1,4)}\ \rightarrow\ f(1)=1^3-6\cdot1^2+9\cdot1=4$ **.**

ניתן לפתור, כמובן, גם ב"דרך הרגילה".

נסמן $C(t,t^3-6t^2+9t)$ **נקודה על גרף הפונקציה בתחום** $0<x<3$ **.**



$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot y_C}{2}$$
$$S_{\Delta ABC}=\frac{3(t^3-6t^2+9t)}{2}$$
$$\boxed{S_{\Delta ABC}=1.5t^3-9t^2+13.5t}$$
$$S'=4.5t^2-18t+13.5$$
$$0=4.5t^2-18t+13.5$$
$$t=1,\ t=3$$
$$s'(0.5)=5.625>0,\ s'(2)=-4.5<0\quad\rightarrow Max$$

תשובה: $C(1,4)$ **, עבורה שטח המשולש** ABC **מקסימלי**

ג. תשובה: כן, $C(1,4)$ **היא נקודת קיצון (מקסימום) של הפונקציה** $f(x)$ **, כפי שהוסבר בסעיף ב.**