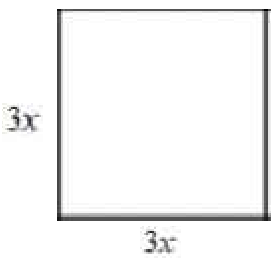
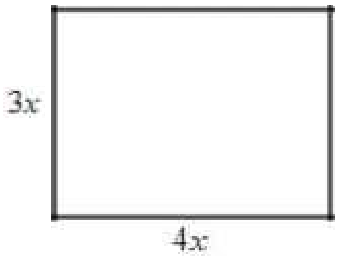
א. היחס בין אורך צלע הריבוע, לאורך הצלע הארוכה של המלבן הוא $3:4$.
נסמן את אורך צלע הריבוע (ואורך הצלע הקצרה של המלבן) ב- $3x$,
ובהתאם אורך הצלע הארוכה של המלבן יהיה $4x$.



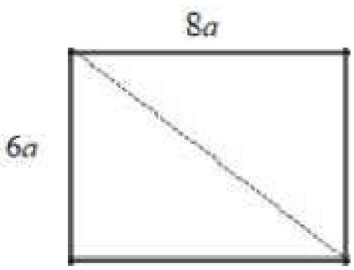


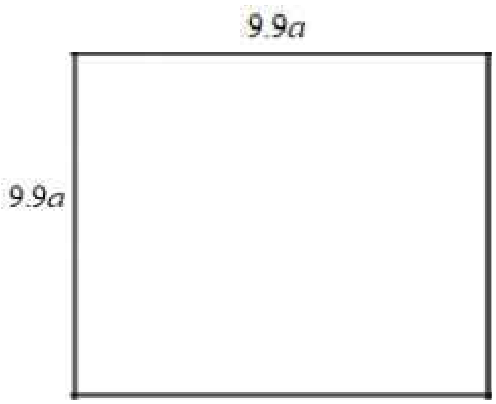
אורכו של חוט הברזל, המשמש להכנת שתי המסגרות, הוא $52a$.
המשוואה המתאימה: $4\cdot 3x+2\cdot 3x+2\cdot 4x=52a$

$$26x=52a \quad \rightarrow \boxed{x=2a}$$

נציב $x=2a$, ונקבל את אורכי צלעות המלבן.
תשובה: אורכי צלעות המלבן הם $6a$ ו- $8a$.

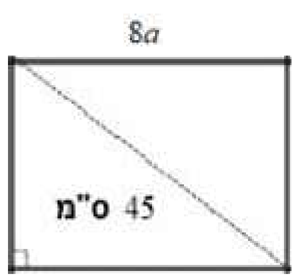
ב. צלעו של הריבוע החדש ארוכה ב- 65% מצלע הריבוע הראשון.





בהתאם, אורכה הוא $1.65\cdot 6a=9.9a$.
אורכו של חוט הברזל החדש, המשמש להכנת שתי מסגרות חדשות,
הוא $4\cdot 9.9a+2\cdot 6a+2\cdot 8a=67.6a$.
אורך זה גדול פי $\frac{67.6a}{52a}=1.3$ **, (**30%**) מן החוט הראשון.**
(אפשר גם $1.3=\frac{100+p}{100} \quad \rightarrow p=30$ **,**
או $\frac{67.6a-52a}{52a}\cdot 100\%=\frac{15.6a}{52a}\cdot 100\%=30\%$ **.)**
תשובה: החוט הנוסף ארוך ב- 30% מן החוט הראשון.

ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.
על פי משפט פיתגורוס:



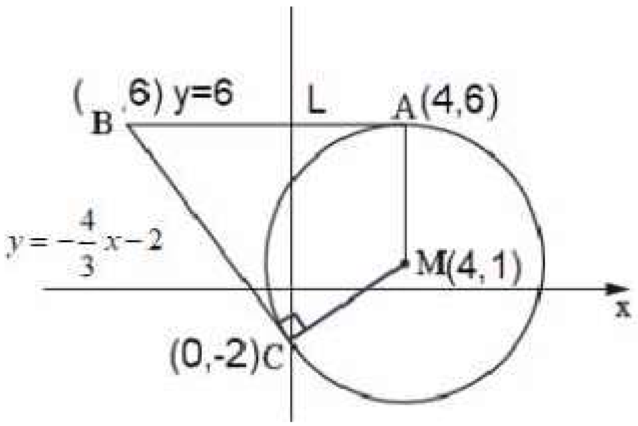
$$(8a)^2+(6a)^2=45^2$$
$$64a^2+36a^2=2025$$
$$a^2=20.25$$
$$\boxed{a=4.5}$$
$$6a=6\cdot 4.5=27$$
$$8a=8\cdot 4.5=36$$

תשובה אורכי צלעות המלבן הם 27 ס"מ ו- 36 ס"מ.

א. MA **הוא רדיוס במעגל, המקביל לציר ה-** y .

$R = y_A - y_M = 6 - 1 = 5$.

תשובה: משוואת המעגל היא $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$.



ב. BC **הוא משיק, המאונך לרדיוס** MC.

נציב $x_C = 0$ **במשוואת המעגל.**

$$(0-4)^2 + (y-1)^2 = 25$$
$$(y-1)^2 = 9$$
$$y-1 = 3 \quad \rightarrow \cancel{y_C = 4} \quad \leftarrow y_C < 0$$
$$y-1 = -3 \quad \rightarrow y_C = -2 \quad \rightarrow \boxed{C(0,-2)}$$

$$m_{MC} = \frac{1-(-2)}{4-0} = \frac{3}{4}$$

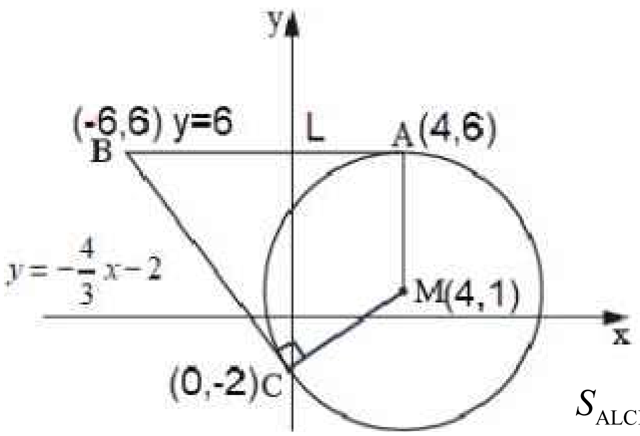
ובהתאם לתנאי ניצבות $m_1 \cdot m_2 = -1$ **, נקבל** $m_{mashik} = -\frac{4}{3}$.

C(0,−2) **היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-** y **, ולכן משוואתו היא** $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

תשובה: משוואת הישר BC **היא** $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

ג. נחשב את שטח המרובע $ABCM$ **, כסכום של שני שטחים. טרפז** $ALCM$ **מימין ו-** ΔBCL **משמאל .**

נציב $y_B = 6$ **במשוואת המשיק.**



$$6 = -\frac{4}{3}x - 2$$

$$8 = -\frac{4}{3}x \quad / : (-\frac{4}{3})$$

$$x = -6 \quad \rightarrow \boxed{B(-6,6)}$$

$$S_{ALCM} = \frac{(AM + LC)\cdot AL}{2} = \frac{[5 + (6-(-2))]\cdot(4-0)}{2} = 26$$

$$S_{\Delta BCL} = \frac{BL \cdot LC}{2} = \frac{(0-(-6))\cdot(6-(-2))}{2} = 24$$

$$S_{ABCM} = 26 + 24 = 50$$

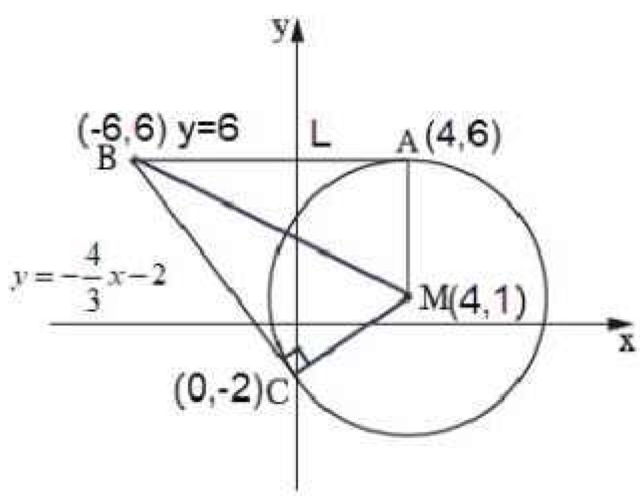
תשובה: שטח המרובע $ABCM$ **הוא** 50 **.**

ד. ΔBCM **הוא ישר זווית (** $\sphericalangle BCM = 90°$ **), ולכן קוטר המעגל החוסם אותו הוא היתר** BM**.**

$$d_{BM} = \sqrt{(-6-4)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{125}$$

ולכן אורכו של הרדיוס הוא $5.59 \sim \frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{125}}{2}$ **.**

תשובה: אורך רדיוס המעגל החוסם את ΔBCM **הוא** $5.59 \sim \frac{5\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{125}}{2}$ **.**



א. כיוון שיש נתון על היחס בין מספר הבנים למספר הבנות,

ושני נתונים של התלות בין מקום המגורים למיגדר – יש עדיפות להשתמש בעץ, על פני טבלה.

נסמן p **- הסתברות לבן, כאשר** $1.25p$ **ההסתברות לבת, שמספרן גדול פי** 1.25 **ממספר הבנים.**

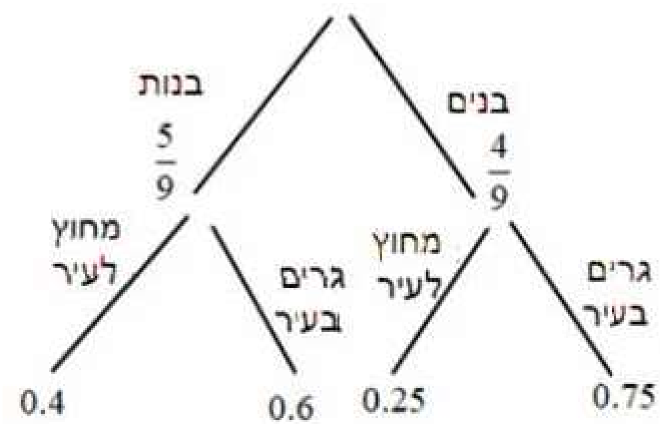
$$p+1.25p=1$$

$$2.25p=1 \quad /:2.25$$

$$p=\frac{4}{9}$$

מכאן, שההסתברות לבן היא $\frac{4}{9}$ **וההסתברות לבת היא** $\frac{5}{9}$ **.**

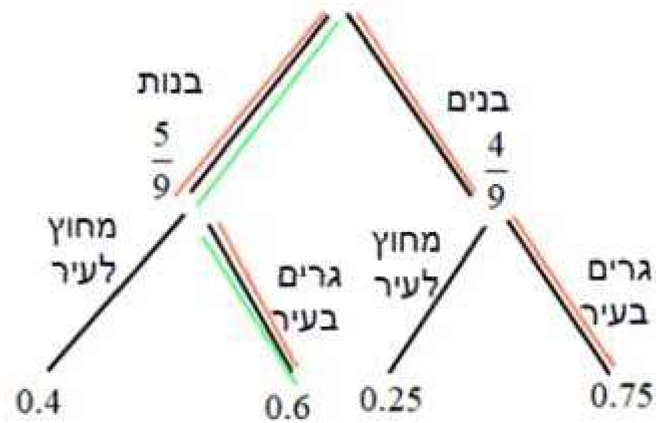
נעלה את הנתונים על עץ אפשרויות.



ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר היא: $P=\frac{4}{9}\cdot 0.75=\frac{1}{3}$ **.**

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{3}$**.**

ב. נסמן באדום, בעץ האפשרויות, את המסלולים למגורים בעיר, ובירוק את המסלול לבנות שגרות בעיר.



ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר.

יש לחשב את ההסתברות שנבחרה בת. זה החלק של המסלול הירוק מבין המסלולים האדומים.

$$P(a\,girl\,/\,lives\,in\,the\,\;town)=\frac{P(a\,girl\cap lives\,in\,the\,\;town)}{P(lives\,in\,the\,\;town)}=\frac{\frac{5}{9}\cdot 0.6}{\frac{4}{9}\cdot 0.75+\frac{5}{9}\cdot 0.6}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1}{2}$ **.**

ג. בבית הספר 900 **תלמידים.**

$\frac{2}{3}$ **מהתלמידים גרים בעיר (על פי סעיף ב:** $\frac{4}{9}\cdot 0.75+\frac{5}{9}\cdot 0.6=\frac{2}{3}$**).**

$\frac{2}{3}\cdot 900=600$**.**

תשובה: 600 **מהתלמידים גרים בעיר.**

ד. יש לחשב את ההסתברות שבמשך 3 **ימים רצופים, נבחרו לפחות** 2 **תורנים שגרים מחוץ לעיר.**

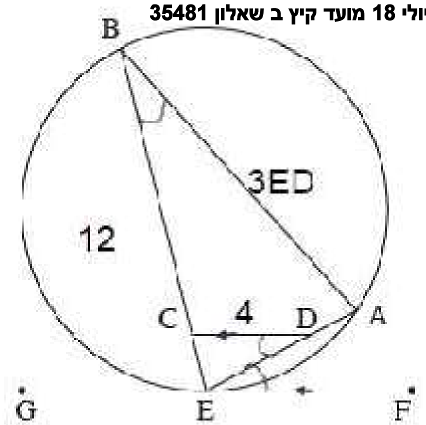
זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=3$, $p(out\;of\;\;town)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ **.**

נחשב בסיוע נוסחת ברנולי:

$$P(at\;least\;2\;of\;\;3)=P_3(2)+P_3(3)=\binom{3}{2}\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(1-\frac{1}{3})^{3-2}+(\frac{1}{3})^3=3\cdot(\frac{1}{3})^2\cdot(\frac{2}{3})+(\frac{1}{3})^3=\frac{7}{27}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{7}{27}$**.**

בגרות עח יולי 18 מועד קיץ ב שאלון 35481



נתונים

1. GF **משיק ב-** E **.2** $CD \parallel GEF$

3. עבור ד. $CD = 4$ ס"מ **.4** $BE = 12$ ס"מ **.5** $ED = \frac{1}{3}AB$.

צ"ל: א. $\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDE$ **. ב.** $\Delta CDE \sim \Delta ABE$.

ג. ABCD **בר חסימה. ד. אורך הקטע** ED .

הסבר		טענה	נימוק
6	6	GF **משיק ב-** E	נתון
6	7	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle AEF$	זווית בין משיק למיתר
2	8	$CD \parallel GEF$	נתון
8	9	$\sphericalangle CDE = \sphericalangle AEF$	זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים
7, 9	10	$\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDE$ (ז)	כלל המעבר
		מ.ש.ל. א	
	11	$\sphericalangle E = \sphericalangle E$ (ז)	זווית משותפת
10, 11	12	$\Delta CDE \sim \Delta ABE$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. ב	
	13	$\sphericalangle ADC + \sphericalangle CDE = 180°$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
10, 13	14	$\sphericalangle ADC + \sphericalangle ABE = 180°$	הצבה
14	15	ABCD **בר חסימה**	סכום זוויות נגדיות $180°$
		מ.ש.ל. ג	
12	16	$\frac{CD}{AB} = \frac{CE}{AE} = \frac{DE}{BE}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
3	17	$CD = 4$ ס"מ	נתון
4	18	$BE = 12$ ס"מ	נתון
5	19	$3ED = AB$	נתון
16, 17, 18, 19	20	$\frac{4}{3ED} = \frac{DE}{12}$	קטע אמצעים במשולש שווה למחצית הצלע שממול
20	21	$16 = (DE)^2$	חישוב
21	22	$DE = 4$ ס"מ	חישוב
		מ.ש.ל. ד	

5

א. $\sphericalangle ABD = 90°$.

$\underline{\Delta ABD}$

$$\tan\sphericalangle ADB = \frac{AB}{BD} = \frac{3a}{a} = 3$$

$$\boxed{\sphericalangle ADB = 71.57°}$$

תשובה: $\sphericalangle ADB = 71.57°$.

ב. נביע את BC **באמצעות** a .

$$\sphericalangle BDC = 71.57° + 10°$$

$$\boxed{\sphericalangle BDC = 81.57°}$$

ΔBCD **על פי משפט הקוסינוסים:**

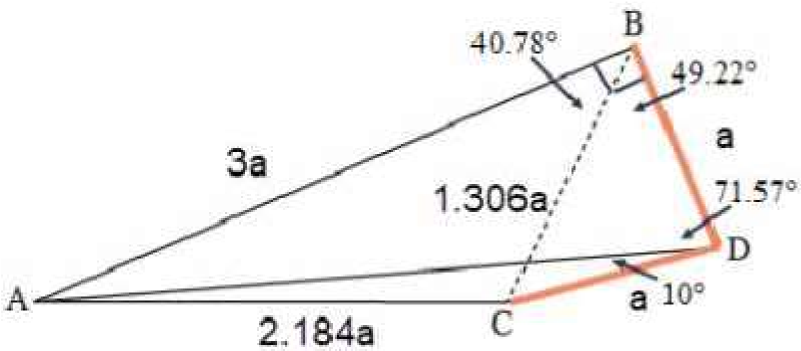
$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cdot \cos 81.57°$$

$$(BC)^2 = a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \cos 81.57°$$

$$(BC)^2 = 1.707a^2$$

$$\boxed{BC = 1.306a}$$

תשובה: $BC = 1.306a$.



ג. נביע את AC **באמצעות** a .

$$\sphericalangle DBC = \frac{180° - 81.57°}{2}$$

$$\boxed{\sphericalangle BDC = 49.22°}$$

$$\sphericalangle ABC = 90° - 49.22°$$

$$\boxed{\sphericalangle ABC = 40.78°}$$

ΔABC **על פי משפט הקוסינוסים:**

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos 40.78°$$

$$(AC)^2 = (3a)^2 + (1.306a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 1.306a \cdot \cos 40.78°$$

$$(AC)^2 = 4.772a^2$$

$$\boxed{AC = 2.184a}$$

תשובה: $AC = 2.184a$.

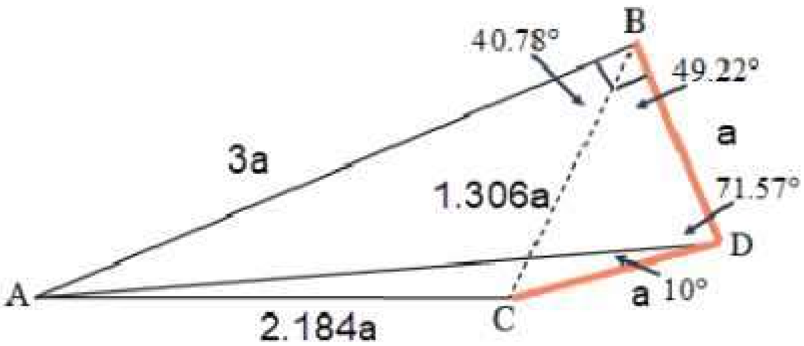
ד. נתון $S_{\Delta BDC}=30$ **סמ"ר** .

$$\frac{BD\cdot DC\cdot \sin\sphericalangle BDC}{2}=30$$

$$\frac{a\cdot a\cdot \sin 81.57^\circ}{2}=30$$

$$a^2=60.66$$

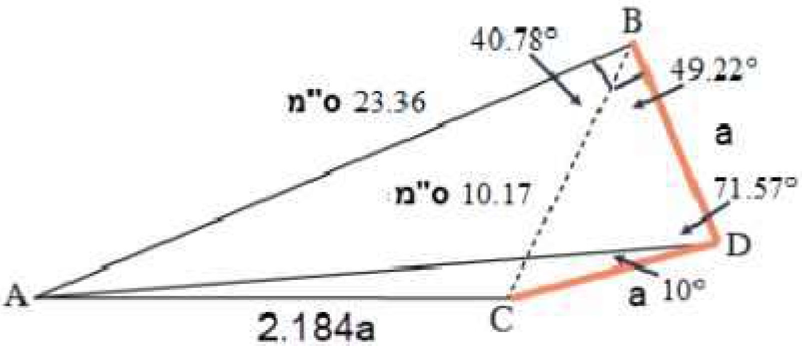
$$\boxed{a=7.788} \quad \leftarrow a>0$$



נחשב את שטח המרובע ABDC **, כסכום של שני שטחי משולשים, שאחד מהם כבר ידוע (** $S_{\Delta BDC}=30$ **סמ"ר).**

$BC=1.306\cdot 7.788=10.17$ **ס"מ**

$AB=3\cdot 7.788=23.36$ **ס"מ**



$$S_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot BC\cdot \sin\sphericalangle ABC}{2}$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{23.36\cdot 10.17\cdot \sin 40.78^\circ}{2}$$

$S_{\Delta ABC}=77.59$ **סמ"ר**

$$S_{ABDC}=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta BDC}$$

$$S_{ABDC}=77.59+30$$

$S_{ABDC}=107.56$ **סמ"ר**

תשובה: $S_{ABDC}=107.56$ **סמ"ר** .

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2(x-4)^2$ **, המוגדרת לכל** x **.**

נשים לב שהפונקציה אי-שלילית, ולכן נקודות החיתוך עם ציר ה- x **תהיינה נקודות מינימום.**

(1) בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y **, מתקיים** $x=0$ **:** $\boxed{(0,0)} \leftarrow f(0)=0$ **.**

בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **, מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=x^2(x-4)^2$$

$$x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)} \quad x=4 \rightarrow \boxed{(4,0)}$$

תשובה: $(0,0)$ **,** $(4,0)$**.**

(2) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון, ואת סוגן.

$$f'(x)=2x(x-4)^2+x^2\cdot 2(x-4)$$

$$f'(x)=2x(x-4)(x-4+x)$$

$$\boxed{f'(x)=2x(x-4)(2x-4)}$$

$$0=2x(x-4)(2x-4)$$

$$x=0 \rightarrow \boxed{(0,0)} \quad x=4 \rightarrow \boxed{(4,0)} \quad x=2 \rightarrow \boxed{(2,16)}$$

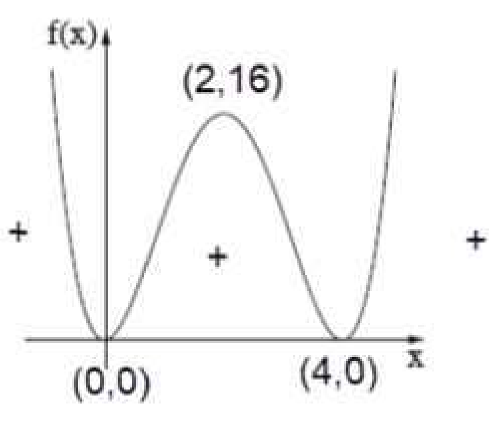
על פי השתנות ערכי הפונקציה, שהיא אי-שלילית, נקבל את סוג נקודות הקיצון.

סימני הנגזרת הוספו, עבור סעיף ג.

x		0		2		4	
$f(x)$	+	0	+	16	+	0	+
$f'(x)$	**-**	0	**+**	0	**-**	0	**+**
מסקנה	↘	Min	↗	Max	↘	Min	↗

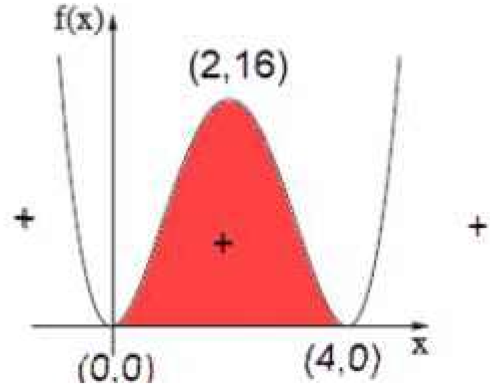
תשובה: $(4,0)$ **מינימום,** $(2,16)$ **מקסימום,** $(0,0)$ **מינימום.**

(3) הסקיצה המתאימה:



(4) הפונקציה חיובית לכל $x\neq 0,4$ **, ושלילית לאף** x **.**

ב. נחשב את השטח המבוקש, הצבוע באדום.



לפני כן, יש לפתוח סוגריים, כדי להגיע לפולינום שניתן למצוא את הפונקציה הקדומה שלו.

$$f(x)=x^2(x-4)^2$$
$$f(x)=x^2(x^2-8x+16)$$
$$f(x)=x^4-8x^3+16x^2$$

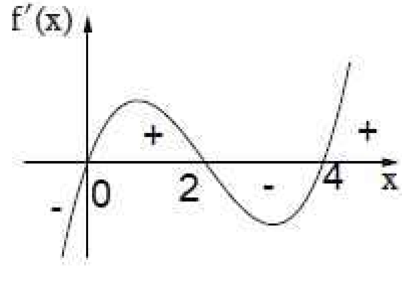
$$S=\int_0^4 (x^4-8x^3+16x^2-0)\,dx$$
$$S=\frac{x^5}{5}-\frac{8x^4}{4}+\frac{16x^3}{3}\Big]_0^4$$
$$x=4:\quad 34\frac{2}{15}$$
$$x=0:\quad 0$$
$$\boxed{S=34\frac{2}{15}}$$

תשובה: השטח הוא $34\frac{2}{15}$ **יח"ר.**

ג. נצייר סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ **.**

על פי סימני הנגזרת, בטבלת העלייה והירידה בתת-סעיף א(2), והנקודות בהן היא מתאפסת.

נשים לב גם שלפונקציית הנגזרת אין אסימפטוטות, המקבילות לצירים.



א. נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-13}$ **.**

(1) הביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.

$$2x-13\ge 0$$
$$2x\ge 13$$
$$\boxed{x\ge 6.5}$$

תשובה: תחום ההגדרה: $x\ge 6.5$ **.**

(2) בציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=\sqrt{2x-13}\quad\rightarrow x=6.5\quad\rightarrow \boxed{(6.5,0)}$$

על-פי תחום ההגדרה, $x\ge 6.5$ **, אין נקודת חיתוך עם ציר ה-** y **.**

תשובה: $(6.5,0)$ **.**

(3) נראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x-13}}\quad\rightarrow \boxed{f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}}\quad\rightarrow f'(x)>0$$

לכן הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה, כאשר $(6.5,0)$ **נקודת מינימום מוחלט בקצה.**

תשובה: הוכחנו שהפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

(4) סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתון גרף הנגזרת, $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}$ **.**

(1) הביטוי שבתוך השורש במכנה מתאפס עבור $x=6.5$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה: $x>6.5$ **.**

(2) $x=6.5$ **לא מאפס את מונה הנגזרת, והישר** $x=6.5$ **הוא אסימפטוטה אנכית של פונקציית הנגזרת.**

תשובה: $x=6.5$ **.**

ג. הגרפים של $f(x)=\sqrt{2x-13}$ **ושל** $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}$ **נחתכים בנקודה** A **.**

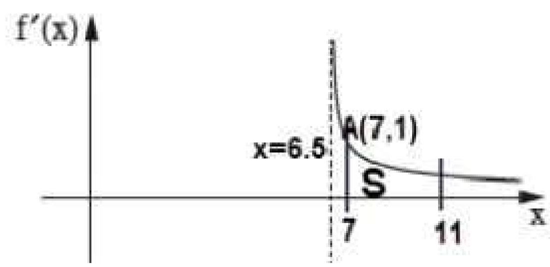
$$\frac{1}{\sqrt{2x-13}}=\sqrt{2x-13}$$

$$1=2x-13$$

$$x=7 \quad \to y=\sqrt{2\cdot 7-13}=1 \quad \to \boxed{\mathrm{A}(7,1)}$$

תשובה: $\mathrm{A}(7,1)$ **.**

ד. נחשב את השטח המבוקש.



$$S=\int_7^{11}(f'(x)-0)\,dx$$

$$S=f(x)\Big]_7^{11}=$$

$$x=11: \quad f(11)=\sqrt{2\cdot 11-13}=3$$

$$x=7: \quad f(7)=1$$

$$S=3-1$$

$$\boxed{S=2}$$

תשובה: גודל השטח הוא 2 **יח"ר .**

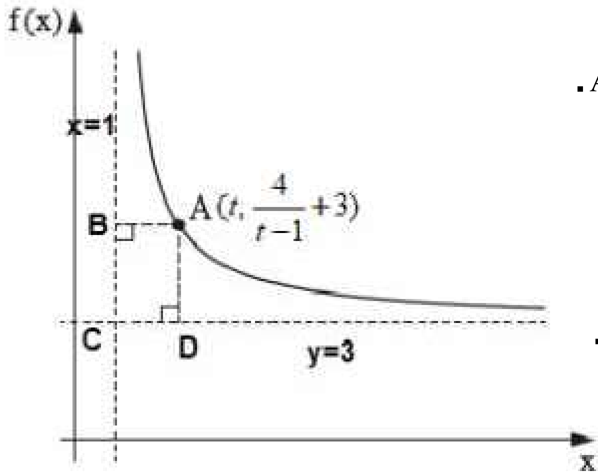
א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x-1}+3$ **והגרף שלה.**

$x=1$ **מאפס את מכנה במחובר השמאלי, ולא את המונה, לכן הישר** $x=1$ **אסימפטוטה המאונכת לציר ה-** x **.**

כאשר $x\to\infty$ **המחובר השמאלי שואף ל-** 0**, ולכן** $f(x)\to 0+3=3$ **,**

ו- $y=3$ **אסימפטוטה המאונכת לציר ה-** y **.**

תשובה: $x=1$ **,** $y=3$ **.**



ב. הפונקציה שיש להביא ***למקסימום*** **היא** ***היקף המלבן*** ABCD**.**

נסמן $A(t,\frac{4}{t-1}+3)$ **נקודה על גרף הפונקציה, ברביע הראשון.**

AB **מקביל לציר ה-** x **, ולכן** $AB=x_A-x_B=t-1$ **.**

AD **מקביל לציר ה-** y **, ולכן** $AD=y_A-y_D=\frac{4}{t-1}+3-3=\frac{4}{t-1}$ **.**

$$P_{ABCD}=2AB+2AD$$

$$P_{ABCD}=2(t-1)+2(\frac{4}{t-1})$$

$$\boxed{P_{ABCD}=2t-2+\frac{8}{t-1}}$$

$$\boxed{P'=2-\frac{8}{(t-1)^2}}$$

$$0=2-\frac{8}{(t-1)^2}$$

$$\frac{8}{(t-1)^2}=2$$

$$4=(t-1)^2$$

$$2=t-1 \quad \to \boxed{t=3} \quad -2=t-1 \quad \to \cancel{t=-1} \quad \leftarrow t>1$$

$$P'(2)=-6<0\,,\ P'(4)=\frac{10}{9}>0 \quad \to Min$$

$$f(2)=\frac{4}{3-1}+3=5 \quad \to \boxed{A(3,5)}$$

תשובה: $A(3,5)$ **, עבורה היקף המלבן מינימלי.**

ב. $AB=3-1=2$ **,** $AD=5-3=2$ **, ושטח מלבן (למעשה, התקבל ריבוע) הוא** $2\cdot 2=4$ **.**

תשובה: שטח המלבן, שהיקפו מינימלי, הוא 4 **יח"ר.**