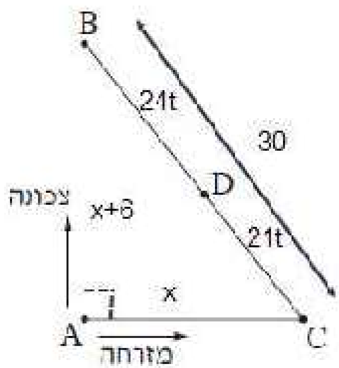
א. נסמן את מהירות הנסיעה של רוכב ב' ב- x (קמ"ש) , ובהתאם $x+6$ היא מהירות הרכיבה של רוכב א'.

		זמן (שעות)	מהירות (ק"מ לשעה)	דרך-מרחק (ק"מ)
רוכב א'	צפונה מ- A ל- B	1	$x+6$	$x+6$
רוכב ב'	מזרחה מ- A ל- C	1	x	x

המרחק ביניהם, BC, לאחר שעה של רכיבה הוא 30 ק"מ.

נמצא את מהירותם, באמצעות משפט פיתגורס במשולש ABC.



המשוואה המתאימה: $x^2+(x+6)^2=30^2$.

נפתור את המשוואה.

$$x^2+(x+6)^2=900$$
$$x^2+x^2+12x+36=900$$
$$2x^2+12x-864=0$$
$$\boxed{x=18} \rightarrow \boxed{x+6=24}$$
$$\cancel{x=-24} \leftarrow x>0$$

תשובה: מהירות הנסיעה של רוכב א' היא 24 קמ"ש, ושל רוכב ב' הייתה 18 קמ"ש.

ב. נסמן את זמן הרכיבה של שני הרוכבים, החל מהשעה $9:10$ ועד למפגש בנקודה D ב- t (שעות).

במשך זמן זה עברו הרוכבים ביחד 30 ק"מ , כאשר מהירות רוכב ב' עלתה ל- 21 קמ"ש $=18+3$.

המשוואה המתאימה: $24t+21t=30$.

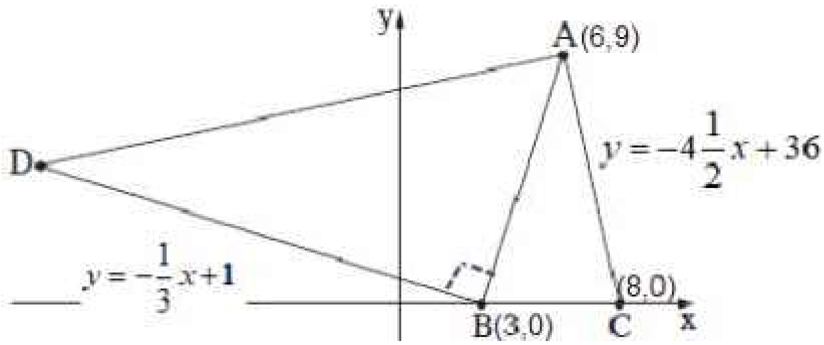
נפתור את המשוואה.

$$45t=30$$
$$\boxed{t=\frac{2}{3}}$$

בהתאם הם נפגשו כעבור $\frac{2}{3}$ שעה, או כעבור 40 דקות $\frac{2}{3}\cdot 60=$, מסיום המנוחה ב- $9:10$.

תשובה: הרוכבים נפגשו בשעה $9:50$.

א. נמצא את שיעורי הנקודה C **, הנמצאת על הישר** $y=-4\frac{1}{2}x+36$ **ועל ציר ה-** x **.**



נציב $y=0$ **במשוואת הישר.**

$$0=-4\frac{1}{2}x+36$$

$$4\frac{1}{2}x=36 \quad :/4\frac{1}{2}$$

$$x=8 \quad \to \boxed{C(8,0)}$$

אורך הצלע BC **, המונחת על ציר ה-** x **הוא** 5 **.**

$$x_B=x_C-5=9-5=3 \quad \to \boxed{B(3,0)}$$

תשובה: $C(8,0)$ **,** $B(3,0)$ **.**

ב. שטח המשולש ABC **הוא** $22\frac{1}{2}$**.**

$$S_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot h_{BC}}{2}$$

$$22\frac{1}{2}=\frac{5\cdot h_{BC}}{2}$$

$$9=h_{BC} \quad \to y_A=9$$

נציב $y=9$ **במשוואת הישר:**

$$9=-4\frac{1}{2}x+36$$

$$4\frac{1}{2}x=27 \quad :/4\frac{1}{2}$$

$$x=6 \quad \to \boxed{A(6,9)}$$

תשובה: $A(6,9)$**.**

ג. נמצא את שיפוע הישר BD**.**

$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{9-0}{6-3}=3$ **.**

הישר BD **מאונך לישר** AB **, ובהתאם לתנאי ניצבות** $m_1\cdot m_2=-1$ **, נקבל** $m_{BD}=-\frac{1}{3}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

נמצא את משוואת הישר BD**.**

$$y-0=-\frac{1}{3}(x-3)$$

$$\boxed{y=-\frac{1}{3}x+1}$$

תשובה: משוואת הישר BD **היא** $y=-\frac{1}{3}x+1$ **.**

ד. נתון $x_D = -12$.

(1) נציב $x = -12$ **במשוואת הישר** BD.

$y_D = -\frac{1}{3}\cdot(-12)+1 = 5 \quad \rightarrow \boxed{D(-12, 5)}$.

$$m_{AD} = \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} = \frac{9-5}{6-(-12)} = \frac{2}{9}$$

$m_{AD}\cdot m_{AC} = \frac{2}{9}\cdot(-4\frac{1}{2}) = -1$ **, ובהתאם לתנאי ניצבות , נקבל** $\boxed{\sphericalangle DAC = 90°} \leftarrow AD \perp AC$.

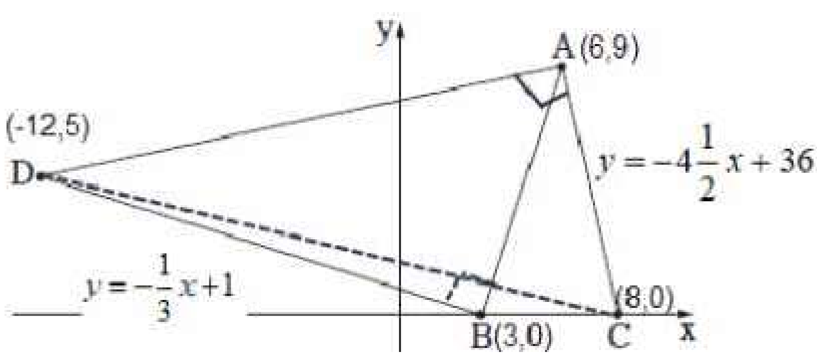
תשובה: הוכחנו ש- $\sphericalangle DAC = 90°$.

(2) במשולש ישר זווית – מרכז המעגל החוסם הוא אמצע היתר, במקרה שלנו אמצע הצלע DC **,**

כי $\sphericalangle DAC = 90°$ **. (כמובן, שזה מפגש אנכים אמצעיים.)**

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{8+(-12)}{2} = -2 \\ y &= \frac{0+5}{2} = 2.5 \end{aligned}\right\} \boxed{(-2, 2.5)}$$

תשובה: מרכז המעגל החוסם את משולש DAC **הוא** $(-2, 2.5)$.



א. נציב את כל הנתונים בטבלה מתאימה, ונראה חישובים רגילים וגם באמצעות נוסחאות ההסתברות המותנית.

יש 80 **כדורים בשק (** Bag **), מתוכם** 20 **כחולים, ולכן** 60 **צהובים.**

70% **מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק, לכן יש כאלו** 56 **כדורים** $= 70\% \cdot 80 = 0.7 \cdot 80$ **.**

ברישום מסודר של הסתברויות: $N(\text{Glass} \cap \text{Plastic}) = 0.7 \cdot 80 = 56 \quad \leftarrow \quad P(\text{Glass} \cap \text{Plastic}) = 0.7$ **.**

ומכאן שיש 4 **כדורים צהובים שעשויים מזכוכית** $= 60 - 56$ **.**

25% **מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים, לכן יש** 16 **כדורים העשויים מזכוכית** $= 4 : 25\% = 4 : 0.25$ **.**

$$P(\text{Y} / \text{Glass}) = 0.25$$

$$\frac{N(\text{Y} \cap \text{Glass})}{N(\text{Glass})} = 0.25$$

$$\frac{4}{0.25} = N(\text{Glass})$$

$$N(\text{Glass}) = 16$$

נשלים את הטבלה.

	צבע כחול - B	**צבע צהוב** - Y	
זכוכית - Glass	12	4	16
פלסטיק - Plastic	8	56	64
	20	60	80

תשובה: בשק יש 64 **כדורים מפלסטיק .**

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.

(1) $p(\text{B} \cap \text{Glass}) = \frac{N(\text{B} \cap \text{Glass})}{N(\text{Bag})} = \frac{12}{80} = 0.15$

תשובה: ההסתברות, שהוציאו כדור כחול מזכוכית, היא 0.15 **.**

(2) $p(\text{Glass} / \text{B}) = \frac{N(\text{Glass} \cap \text{B})}{N(\text{B})} = \frac{12}{20} = 0.6$ **.**

תשובה: ההסתברות שהוציאו מהשק כדור מזכוכית, אם ידוע שהכדור הוא כחול, היא 0.6 **.**

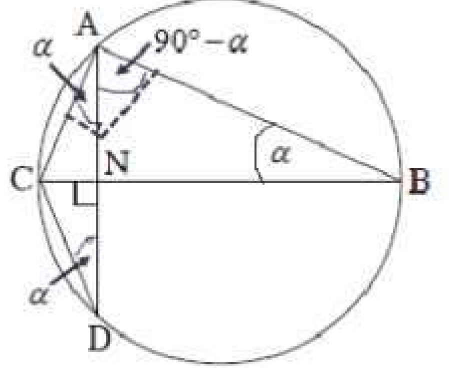
ג. חזרו על פעולת הוצאת כדור מהשק 4 פעמים.

מדובר בהתפלגות בינומית, כאשר $n=4$ **,** $p=P(\mathrm{Y})=\frac{\mathrm{N(Y)}}{\mathrm{N(Bag)}}=\frac{60}{80}=0.75$ **,** $k=3$ **.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$\mathrm{P}_4(3)=\binom{4}{3}\cdot 0.75^3\cdot 0.25^{4-3}=4\cdot 0.75^3\cdot 0.25^1=\frac{27}{64}$$

תשובה: ההסתברות, שבדיוק 3 **מן הכדורים שהוציאו הם צהובים, היא** $\frac{27}{64}$ **.**



__נתונים__

1. BC **קוטר** **2.** $AD \perp BC$ **.**

עבור ד. 3. $CD = 4$ **4. רדיוס המעגל =** 5 **.**

צ"ל: א. $\Delta ABC \sim \Delta NDC$ **ב.** ΔACD **שווה שוקיים**

ג. $(AC)^2 = NC \cdot BC$ **. ד.** NC

הסבר		טענה	נימוק
1	**5**	BC **קוטר**	
5	**6**	$\sphericalangle CAB = 90°$	**זווית היקפית הנשענת על הקוטר**
2	**7**	$\sphericalangle CND = 90°$	
7 ,6	**8**	$\sphericalangle CAB = \sphericalangle CND$ **(ז)**	
	9	$\sphericalangle B = \sphericalangle D = \alpha$ **(ז)**	**זוויות היקפיות הנשענות על קשת משותפת** $(\overset{\frown}{AC})$
9 ,8	**10**	$\Delta ABC \sim \Delta NDC$	**משפט דמיון זווית זווית**
		מ.ש.ל. א	
9 ,7	**11**	$\sphericalangle BAN = 90° - \alpha$	ΔABN
11 ,6	**12**	$\sphericalangle NAC = \alpha$	
12 ,9	**13**	$\sphericalangle NAC = \sphericalangle D$	
13	**14**	ΔACD **שווה שוקיים**, $AC = DC$	**אם שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים, והצלעות מולן שוות**
		מ.ש.ל. ב	
10	**15**	$\frac{AB}{ND} = \frac{AC}{NC} = \frac{BC}{DC}$	**יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים**
15	**16**	$AC \cdot DC = BC \cdot NC$	
14, 16	**17**	$(AC)^2 = NC \cdot BC$	
		מ.ש.ל. ג	
3	**18**	$CD = 4$	
4	**19**	**רדיוס המעגל =** 5	
19 ,5	**20**	$BC = 10$	
14, 18, 20	**21**	$4^2 = NC \cdot 10 \rightarrow NC = 1.6$	
		מ.ש.ל. ד	

א. נשים לב שב- ΔBDC **נתונות שלוש צלעות .**

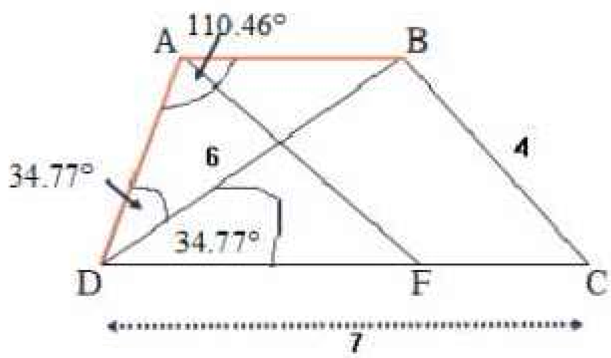
$$(BC)^2=(BD)^2+(CD)^2-2\cdot BD\cdot CD\cdot \cos\sphericalangle BDC$$

$$\cos\sphericalangle BDC=\frac{(BD)^2+(CD)^2-(BC)^2}{2\cdot BD\cdot CD}$$

$$\cos\sphericalangle BDC=\frac{6^2+7^2-4^2}{2\cdot 6\cdot 7}$$

$$\boxed{\sphericalangle BDC=34.77^\circ}$$

תשובה: $\sphericalangle BDC=34.77^\circ$.



ב. נתון גם: $AB=AD$ **, נשלים זוויות נדרשות.**

$$\sphericalangle ABD=\sphericalangle BDC=34.77^\circ$$

$$\sphericalangle ADB=\sphericalangle ABD=34.77^\circ$$

$$\sphericalangle BAC=180^\circ-2\cdot 34.77^\circ=110.46^\circ$$

$\underline{\Delta ABD}$ **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{AD}{\sin 34.77^\circ}=\frac{BD}{\sin 110.46^\circ}$$

$$AD=\frac{6\cdot\sin 34.77^\circ}{\sin 110.46^\circ}$$

$$\boxed{AD=3.652}$$

תשובה: אורך הצלע AD **הוא** 3.652 .

ג. נתון גם: $S_{\Delta ADF}=8$ **, כאשר הנקודה** F **נמצאת על הצלע** DC.

(1) נחשב את אורך הצלע DF.

$$S_{\Delta ADF}=\frac{AD\cdot DF\cdot \sin\sphericalangle ADF}{2}$$

$$8=\frac{3.652\cdot DF\cdot \sin 69.54^\circ}{2}$$

$$\frac{8\cdot 2}{3.652\cdot \sin 69.54^\circ}=DF$$

$$\boxed{DF=4.676cm}$$

תשובה: אורך הצלע DF **הוא** 4.676 .

(2) נחשב תחילה את אורך הצלע AF.

ΔADF **על פי משפט הקוסינוסים:**

$$(AF)^2=(AD)^2+(DF)^2-2\cdot AD\cdot DF\cdot \cos 69.54^\circ$$

$$(AF)^2=3.652^2+4.676^2-2\cdot 3.652\cdot 4.676\cdot \cos 69.54^\circ$$

$$(AF)^2=23.26$$

$$\boxed{AF=4.823}$$

ΔADF **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{AF}{\sin 69.54^\circ}=2R$$

$$\frac{4.823}{2\sin 69.54^\circ}=R$$

$$\boxed{R=2.574}$$

תשובה: רדיוס המעגל החוסם את ΔADF **הוא** 2.574.

א. נתונה הפונקציה $\boxed{f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+2x-3}}$.

(1) בתחום ההגדרה, המכנה שונה מאפס: $x^2+2x-3\neq 0 \quad \rightarrow x\neq -3\,,\, x\neq 1$.

תשובה: תחום ההגדרה: $x\neq -3\,,\, x\neq 1$.

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים.

אסימפטוטות מקבילה לציר ה- y **: הישרים** $x=1$ **ו-** $x=-3$ **(מספר זה מאפס מכנה ולא מונה).**

אסימפטוטה מקבילה לציר ה- x **:** $y=1$ **(חזקת מונה (2) שווה לחזקת מכנה (2) ,** $y\rightarrow \dfrac{x^2}{x^2}=1$ **).**

תשובה: $x=1$ **,** $x=-3$ **,** $y=1$.

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.

$$f'(x)=\frac{2x(x^2+2x-3)-x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x\left[2(x^2+2x-3)-x(2x+2)\right]}{(x^2+2x-3)^2}$$

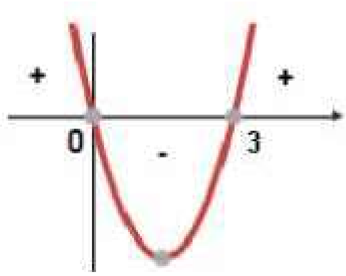
$$f'(x)=\frac{x(2x^2+4x-6-2x^2-2x)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x(2x-6)}{(x^2+2x-3)^2}}$$

$$0=x(2x-6)$$

$$x=0 \quad \rightarrow \boxed{(0,0)}$$

$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{(3,0.75)}$$



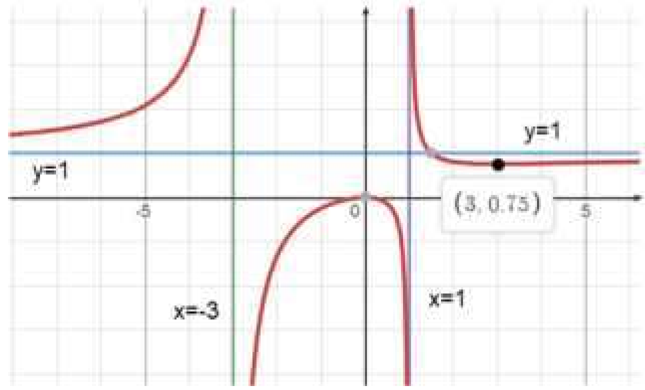
נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי), בעזרת ציור גרף <u>סימני</u> $f'(x)$ **,**

כאשר מכנה הנגזרת חיובי, והמונה הוא ביטוי אלגברי של פרבולה ישרה ("מחייכת").

x		3		1		0		-3	
$f'(x)$	+		-		-		+		+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗		↗

תשובה $(3,0.75)$ **מינימום ,** $(0,0)$ **מקסימום.**

ג. סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{x^2+2x-3}$ **.**



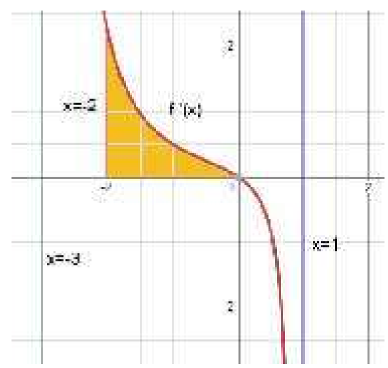
ד. נסרטט סקיצה של $f'(x)$ **בתחום** $-3<x<1$**, ונחשב את השטח המבוקש.**

(1) שיקולים לציור גרף הנגזרת .

- $f'(0)=0$ **.**
- **על פי טבלת עלייה/ירידה של** $f(x)$ **- מתקבל ש:**

$f'(x)>0$ **כאשר** $-3<x<0$ **, ו-** $f'(x)<0$ **כאשר** $0<x<1$**.**

- **הישרים** $x=1$ **,** $x=-3$ **מהווים אסימפטוטות אנכיות גם לגרף הנגזרת.**



תשובה: סקיצה של גרף הנגזרת, כולל סימון שטח לתת-סעיף ד(2).

(2) נחשב את השטח המבוקש.

$$S=\int_{-2}^{0}(f'(x)-0)\,dx=f(x)\Big]_{-2}^{0}$$

$$S=f(0)-f(-2)=0-(-\frac{4}{3})$$

$$\boxed{S=1\frac{1}{3}}$$

תשובה: השטח המבוקש הוא $1\frac{1}{3}$**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$ **, המוגדרת לכל** x **.**

נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$ **.**

$$\boxed{f'(x)=4(x-3)^3}$$

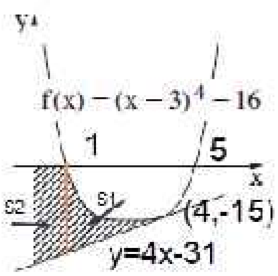
$$0=4(x-3)^3 \quad \rightarrow x-3=0$$

$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{(3,-16)}$$

$$\left.\begin{matrix} f'(2)=-4<4 \\ f'(4)=4>0 \end{matrix}\right\} \min$$

תשובה: שיעורי נקודת הקיצון הם $(3,-16)$ **.**

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **, מתקיים** $y=0$ **.**



$$0=(x-3)^4-16$$

$$16=(x-3)^4$$

$$2=x-3 \quad \rightarrow 5=x \quad \rightarrow \boxed{(5,0)}$$

$$-2=x-3 \quad \rightarrow 1=x \quad \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

תשובה: שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **הם:** $(5,0)$ **,** $(1,0)$**.**

ג. נמצא את משוואת המשיק, ונחשב את השטח המבוקש.

(1) שיעורי נקודת ההשקה הם $\boxed{(4,-15)} \quad \leftarrow \; f(4)=(4-3)^4-16$ **.**

שיפוע המשיק הוא $4=f'(4)=4\cdot(4-3)^4$ **.**

$$y-(-15)=4(x-4) \quad \rightarrow \boxed{y=4x-31}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=4x-31$ **.**

(2) נחשב את השטח המבוקש, על-ידי חלוקתו לשני שטחים.

$$S_1=\int_1^4 ((x-3)^4-16-(4x-31))\,dx$$

$$S_1=\int_1^4 ((x-3)^4+15-4x)\,dx$$

$$S_1=\frac{(x-3)^5}{5}+15x-\frac{4x^2}{2}\Big]_1^4$$

$$\left.\begin{matrix} x=4 & 28.2 \\ x=1 & 6.6 \end{matrix}\right\} S_1=28.2-6.6 \quad \rightarrow \boxed{S_1=21.6}$$

$$S_2=\int_0^1 (0-(4x-31))\,dx$$

$$S_2=\int_0^1 (-4x+31)\,dx$$

$$S_2=-\frac{4x^2}{2}+31x\Big]_0^1$$

$$\left.\begin{matrix} x=1 & 29 \\ x=0 & 0 \end{matrix}\right\} S_2=29-0 \quad \rightarrow \boxed{S_2=29}$$

וגודל השטח המבוקש הוא 50.6 **יח"ר** $=21.6+29$ **.**

תשובה: השטח המבוקש הוא 50.6 **יח"ר.**

א. נסמן $BE = x$ **,** $0 < x < 10$ **.**

(1) הנקודה E **היא אמצע הצלע** BC **, לכן** $BC = 2x$ **.**

סכום שתי אורכי צלעות סמוכות במלבן הוא 20 **, לכן** $AB = 20 - 2x$ **.**

נחשב את AE **באמצעות משפט פיתגורס ב-** ΔABE **.**

$$(AE)^2 = x^2 + (20-2x)^2$$

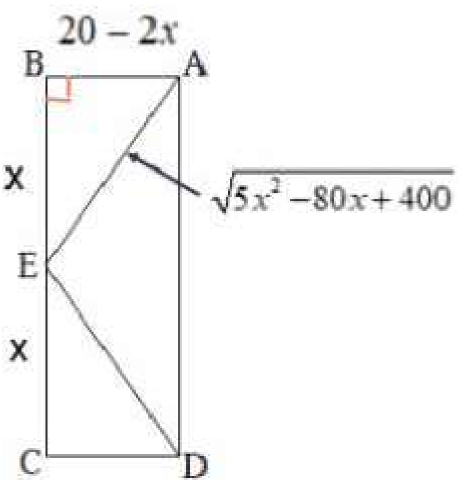
$$(AE)^2 = x^2 + 400 - 80x + 4x^2$$

$$(AE)^2 = 5x^2 - 80x + 400$$

$$\boxed{AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}}$$

תשובה: $AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$ **.**

(2) הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא *אורך הקטע* AE **.**



$$AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$$

$$\boxed{(AE)' = \frac{10x - 80}{\sqrt{5x^2 - 80x + 400}}}$$

$$0 = 10x - 80$$

$$80 = 10x$$

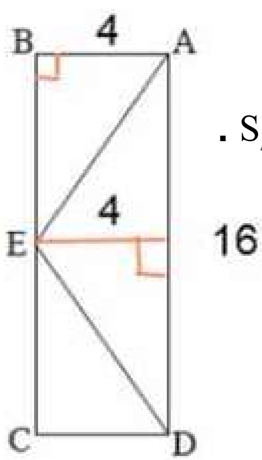
$$\boxed{x = 8}$$

$$\left.\begin{array}{l} (AE)'(7) = \dfrac{10 \cdot 7 - 80}{+} = \dfrac{-10}{+} < 0 \\ (AE)'(9) = \dfrac{10 \cdot 9 - 80}{+} = \dfrac{10}{+} > 0 \end{array}\right\} x = 8 \quad Min$$

$$BC = 2 \cdot 8 = 16 \quad \rightarrow \boxed{BC = AD = 16}$$

$$AB = 20 - 2 \cdot 8 = 4 \quad \rightarrow \boxed{AB = DC = 4}$$

תשובה: $BC = AD = 16$ **,** $AB = DC = 4$ **, עבורן אורך הקטע** AE **הוא מינימלי.**



ב. שטח המשולש AED **שווה למחצית משטח המלבן, לכן** $S_{\Delta AED} = \frac{AB \cdot AD}{2} = \frac{4 \cdot 16}{2} = 32$ **.**

הסבר: רוחב המלבן שווה לגובה לצלע AD **.**

תשובה: שטח ΔAED **הוא** 32 **יח"ר.**