**א. נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא** $a_n = 3n - 12$ **,**

**ולכן האיבר הראשון שלה הוא** $-9$ $a_1 = 3 \cdot 1 - 12 = -9$**.**

**נתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל:** $b_n = 2a_n + 1$ **.**

**ולכן האיבר הראשון שלה הוא** $-17$ $b_1 = 2 \cdot a_1 + 1 = 2 \cdot (-9) + 1 = -17$**.**

**(1) נראה** $b_n = 6n - 23$**.**

$$b_n = 2a_n + 1$$
$$b_n = 2(3n - 12) + 1$$
$$b_n = 6n - 24 + 1$$
$$\boxed{b_n = 6n - 23}$$

**תשובה: הוכח.**

**(2) נראה שהסדרה** $b_n = 6n - 23$ **היא סדרה חשבונית.**

$$b_{n+1} - b_n = 6(n+1) - 23 - (6n - 23)$$
$$b_{n+1} - b_n = 6n + 6 - 23 - 6n + 23$$
$$\boxed{b_{n+1} - b_n = 6}$$

**הסדרה חשבונית כי ההפרש בין כל איבר לזה שקודם לו (עבור** $n \geq 2$ **)**

**הוא קבוע (אינו תלוי ב-** $n$ **), ולכן:** $d = 6$**.**

**תשובה: הוכח.**

**ב.** $b_1 = -17, d = 6$ **,** $b_n = 79$**.**

**נמצא את מספר האיברים בסדרה.**

$$b_n = 79$$
$$b_1 + d(n-1) = 79$$
$$-17 + 6(n-1) = 79$$
$$n - 1 = 16$$
$$\boxed{n = 17}$$

**תשובה: בסדרה** $b_n$ $17$ **איברים.**

**ג. נתון כי גם בסדרה** $a_n = 3n - 12$ **יש** $17$ **איברים.**

**במקרה זה <u>נתון</u> כי הסדרה חשבונית.**

$a_1 = -9$ **,** $a_2 = 3 \cdot 2 - 12 = -6$ **, ולכן הסדרה עולה וההפרש הוא** $3$**.**

**בסדרת האיברים במקומות האי-זוגיים ההפרש הוא** $2d = 2 \cdot 3 = 6$**, ומספר האיברים בה הוא** $9$**.**

$$S_9^{odd} = \frac{9 \cdot \left[2 \cdot (-9) + 6 \cdot (9-1)\right]}{2} = 135$$

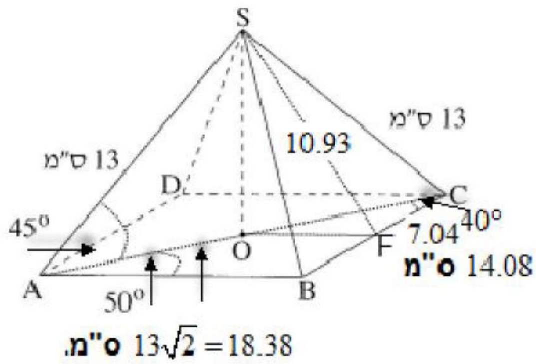
**תשובה: סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה** $a_n$ **הוא** $135$**.**

**א. בסיס הפירמידה הישרה $ABCDS$ הוא מלבן, שבו האלכסונים שווים וחוצים זה את זה.**

**הגובה, בפירמידה ישרה, יורד למרכז המעגל החוסם, ובמקרה זה למפגש אלכסוני המלבן.**

**נתון כי הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא בת $45°$, ולכן $\Delta SOA$ הוא ישר זווית ושווה שוקיים,**

**ועל פי משפט פיתגורס $AO = \frac{13}{\sqrt{2}} = 9.192$ ס"מ, כאשר אלכסון הבסיס כפול ממנו.**




**תשובה: אורך אלכסון הבסיס הוא $13\sqrt{2} = 18.38$ ס"מ.**

**ב. נתון גם כי $\sphericalangle CAB = 50°$.**

$$\underline{\Delta ABC}$$
$$\sin 50° = \frac{BC}{AC}$$
$$13\sqrt{2}\sin 50° = BC$$
$BC =$ **14.08 ס"מ**

**שטח הבסיס הוא:** $2 \cdot \frac{AC \cdot BC \cdot \sin\sphericalangle ACB}{2} = 18.38 \cdot 14.08 \cdot \sin 40° =$ **166.39 סמ"ר.**

**תשובה: שטח הבסיס הוא: 166.39 סמ"ר.**

**ג. $SF$ גובה בפאה $SBC$ שהיא שוות שוקיים (בניית עזר), ולכן גם תיכון לבסיס שלה, ל- $BC$.**

$CF = \frac{14.08}{2} =$ **7.04 ס"מ, ועל פי משפט פיתגורס ב- $SCF$: 10.93 ס"מ** $= \sqrt{13^2 - 7.04^2} = CF$,

**שטח הפאה הוא:** $\frac{BC \cdot SF}{2} = \frac{14.08 \cdot 10.93}{2} =$ **76.95 סמ"ר.**

**תשובה: שטח הפאה $SBC$ הוא: 76.95 סמ"ר.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=\sqrt{3}+2\sin(2x)$ **בתחום** $0\le x\le\pi$ .

**נמצא תחילה את נקודות הקצה.**

$$f(0)=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot 0)=\sqrt{3}\quad\rightarrow\boxed{(0,\sqrt{3})}$$
$$f(\pi)=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot \pi)=\sqrt{3}\quad\rightarrow\boxed{(\pi,\sqrt{3})}$$

**נמצא נקודות קיצון פנימיות.**

$$\boxed{f'(x)=4\cos 2x}$$
$$0=4\cos 2x$$
$$0=\cos 2x$$
$$2x=90^\circ+180^\circ k\quad :(-2)$$
$$\boxed{x=45^\circ+90^\circ k}\quad\rightarrow\boxed{x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k}$$

| $k$ | $x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$ |
|---|---|
| 0 | $x=\frac{\pi}{4}\rightarrow(\frac{\pi}{4},\sqrt{3}+2)$ |
| 1 | $x=\frac{3\pi}{4}\rightarrow(\frac{3\pi}{4},\sqrt{3}-2)$ |

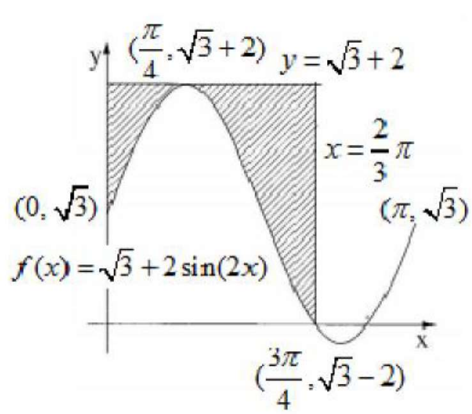
**נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה .**

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{4}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\sqrt{3}$ | | $\sqrt{3}+2$ | | $\sqrt{3}-2$ | | $\sqrt{3}$ |
| **מסקנה** | Min | ↗ | Max | ↘ | Min | ↗ | Max |

**תשובה:** $(\frac{\pi}{4},\sqrt{3}+2)$ **מקסימום מוחלט ,** $(\frac{3\pi}{4},\sqrt{3}-2)$ **מינימום מוחלט.**

**ג. משיק לגרף הפונקציה, בנקודת קיצון פנימית, הוא פונקציה קבועה ולכן משוואתו** $y=\sqrt{3}+2$ .

**הישר** $x=\frac{2}{3}\pi$ **חותך את גרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-** $x$ . $f(\frac{2\pi}{3})=\sqrt{3}+2\sin(2\cdot\frac{2\pi}{3})=0$ .




$$S=\int_0^{\frac{2\pi}{3}}(\sqrt{3}+2-(\sqrt{3}+2\sin 2x))\,dx$$
$$S=\int_0^{\frac{2\pi}{3}}(2-2\sin 2x)\,dx$$
$$S=(2x-\frac{2(-\cos 2x)}{2})\Big]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$
$$S=(2x+\cos 2x)\Big]_0^{\frac{2\pi}{3}}$$
$$x=\frac{2\pi}{3}:\quad 3.689$$
$$x=0:\quad 1$$
$$S=3.689-1\quad\rightarrow\boxed{S=2.689}$$

**תשובה: גודל השטח הוא** $2.689$ .

**א. (1) נתונה הפונקציה** $f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}$ .

**המכנה** $x^2-3$ **מתאפס עבור** $x=\pm\sqrt{3}$.

**תשובה: הפונקציה מוגדרת עבור** $x\neq\pm\sqrt{3}$ .

**(2) שתי הצבות במחשבון ומסקנות:**

$f(-10)=227\to+\infty$, $f(10)=0.0000004\to+0$ **- לכן,** $y=0$ **אסימפטוטה אופקית לימין.**

$x=\pm\sqrt{3}$ **מאפס מכנה ולא מונה - לכן, הישרים** $x=-\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$ **אסימפטוטות אנכיות.**

**תשובה:** $x=-\sqrt{3}$, $x=\sqrt{3}$ **אסימפטוטות המאונכות לציר ה-** $x$.

**(3) מונה הפונקציה חיובי, ולכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** $x$.

$f(0)=\frac{e^{-0}}{0^2-3}=-\frac{1}{3}$ **, ובהתאם** $(0,-\frac{1}{3})$ **נקודת חיתוך עם ציר ה-** $y$ .

**תשובה:** $(0,-\frac{1}{3})$.

**(4) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, ונקבע את סוגן.**

$$\boxed{f(x)=\frac{e^{-x}}{x^2-3}}$$

$$f'(x)=\frac{-e^{-x}\cdot(x^2-3)-2x\cdot e^{-x}}{(x^2-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{e^{-x}(-x^2+3-2x)}{(x^2-3)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{e^{-x}(-x^2-2x+3)}{x^4}}$$

$$0=-x^2-2x+3$$

$$x=1\quad\to\boxed{(1,-\frac{1}{2e})}$$

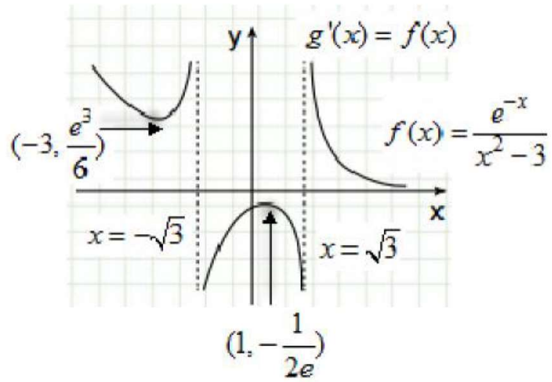
$$x=-3\quad\to\boxed{(-3,\frac{e^3}{6})}$$

**סימן הנגזרת נקבע על ידי הביטוי** $-x^2-2x+3$ **(שאר הגורמים חיוביים) , שהוא של פרבולה הפוכה, העוברת משליליות לחיוביות עבור** $x=-3$ **ולכן מינימום, ומחיוביות לשליליות עבור** $x=1$ **ולכן מקסימום.**

**תשובה:** $(1,-\frac{1}{2e})$ **מקסימום ,** $(-3,\frac{e^3}{6})$ **מינימום.**

**(5) תשובה: עלייה :** $-\sqrt{3}<x<1$ **או** $-3<x<\sqrt{3}$ **, ירידה:** $x>\sqrt{3}$ **או,** $1<x<\sqrt{3}$**, או** $x<-\sqrt{3}$ .

**ב. סקיצה של גרף הפונקציה:**




**ג. נתון כי** $g'(x) = f(x)$ **, כאשר** $g(x)$ **מוגדרת גם בתחום** $x \neq \pm\sqrt{3}$**.**

$g(x)$ **עולה, כאשר** $g'(x) = f(x) > 0$**, כלומר בתחום** $x > \sqrt{3}$**, או** $x < -\sqrt{3}$**.**

$g(x)$ **יורדת, כאשר** $g'(x) = f(x) < 0$**, כלומר בתחום** $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$**.**

**תשובה:** $g(x)$ **עולה בתחום** $x > \sqrt{3}$**, או** $x < -\sqrt{3}$**.**

**א. נתונות הפונקציות** $f(x)=\ell n\, x$ **ו-** $g(x)=\ell n\, 2x$ **.**

**(1) הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי, לכן לשתי הפונקציות תחום הגדרה** $x>0$ **.**

**תשובה:** $f(x): x>0$ **,** $g(x)=x>0$ **.**

**(2) יש רק נקודות חיתוך עם ציר ה-** $y$ **.**

$$0=\ell n\, x \rightarrow x=e^0 \qquad\qquad 0=\ell n\, 2x \rightarrow 2x=e^0=1$$
$$x=1 \rightarrow (1,0) \qquad\qquad x=0.5 \rightarrow (0.5,0)$$

**תשובה:** $f(x):(1,0)$ **,** $g(x):(0.5,0)$ **.**

**(3) נחפש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.**

$$\ell n\, x=\ln 2x$$
$$x=2x$$
$$\cancel{x=0}$$

**תשובה: אין נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.**

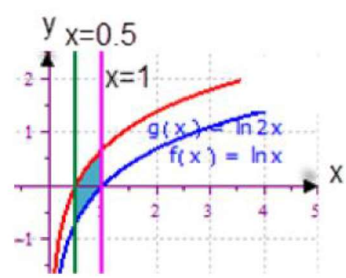
**(4) נראה ששתי הפונקציות עולות לכל** $x>0$ **ולכן אין להן נקודות קיצון.**

$$f'(x)=\frac{1}{x}>0 \qquad\qquad g'(x)=\frac{2}{2x}=\frac{1}{x}>0$$

**תשובה: לפונקציות הנתונות אין נקודות קיצון.**

**(5) נסרטט סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות באותה מערכת צירים.**

**(כולל סימון, בכחול, של השטח הנדרש עבור תת סעיף ד(2).)**




**ב. (1)** $\ell n\, 2x-\ell n\, x=\ell n\frac{2x}{x}=\ell n\, 2$ **.**

**הוכח.**

**(2) נחשב את השטח המבוקש.**

$$S=\int_{0.5}^{1}(\ell n\, 2x-\ell n\, x)\,dx=\int_{0.5}^{1}(\ell n\, 2)\,dx$$
$$S=(x\ell n\, 2)\Big]_{0.5}^{1}=\ell n\, 2-0.5\ell n\, 2=0.5\ell n\, 2=0.347$$

**תשובה: גודל השטח הוא** $0.5\ell n\, 2=0.347$ **.**