א. נתונה סדרה המקיימת את הכלל $a_{n+1}=a_n-2n+3$ **,**

מגדירים סדרה חדשה: $b_n=a_n+n^2$.

(2) נראה שהסדרה b_n **היא סדרה חשבונית.**

$$b_{n+1}-b_n=a_{n+1}+(n+1)^2-(a_n+n^2)$$
$$b_{n+1}-b_n=a_n-2n+3+n^2+2n+1-a_n-n^2$$
$$\boxed{b_{n+1}-b_n=4}$$

הסדרה חשבונית כי ההפרש בין כל איבר לזה שקודם לו (עבור $n\geq 2$**)**

הוא קבוע (אינו תלוי ב- n**), ולכן:** $d=4$**.**

תשובה: הוכח.

ב. נתון $a_3=2$**.**

נמצא את האיבר הראשון בסדרה b_n**.**

$$b_3=a_3+3^2$$
$$b_3=2+9$$
$$b_3=11$$
$$b_3=b_1+2d$$
$$11=b_1+2\cdot 4$$
$$\boxed{b_1=3}$$

נמצא את האיבר הכללי בסדרה b_n **.**

$$b_n=b_1+(n-1)d$$
$$b_n=3+(n-1)\cdot 4$$
$$b_n=3+4n-4$$
$$\boxed{b_n=4n-1}$$

תשובה: $b_n=4n-1$**.**

ג. נמצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים, בסדרה b_n **שבה** 31 **איברים.**

	איברים במקומות האי-זוגיים
A_1	$b_1=3$
D	$2d=8$
N	16

$$S_{16}=\frac{16\left[2\cdot 3+8(16-1)\right]}{2}=1{,}008$$

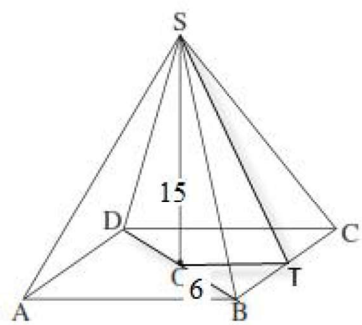
תשובה: סכום האיברים במקומות האי-זוגיים, בסדרה b_n**, הוא** $1{,}008$**.**

א. בסיס הפירמידה הישרה SABCD **הוא ריבוע, שבו האלכסונים שווים וחוצים זה את זה.**

הגובה, בפירמידה ישרה, יורד למרכז המעגל החוסם, ובמקרה זה למפגש אלכסוני הריבוע.

כיוון שהאלכסונים מאונכים, הרי ששטח הריבוע הוא חצי מכפלת האלכסונים.

נסמן ב- x **את אורכי האלכסונים ולכן הגובה הוא** $SO = 1.25x$ **, על פי הנתון.**



$$V = \frac{0.5 \cdot AC \cdot BD \cdot SO}{3}$$
$$360 = \frac{0.5 \cdot x \cdot x \cdot 1.25x}{3}$$
$$1080 = 0.625x^3$$
$$1728 = x^3$$
$$\boxed{x = 12}$$

תשובה: אורך אלכסון הבסיס הוא 12 **ס"מ.**

ב. נחשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.

$OB = 12:2 =$ 6 **ס"מ** , $SO = 12 \cdot 1.25 =$ 15 **ס"מ** ,

$\underline{\Delta SOB}$

$$\tan \sphericalangle SBO = \frac{SO}{OB} = \frac{15}{6}$$
$$\sphericalangle SBO = 68.199^\circ$$

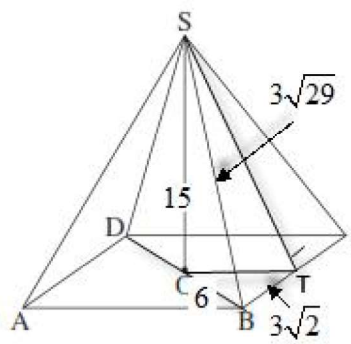
תשובה: הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא בת 68.199° **.**

ג. נחשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

$ST \perp BC$ **(בניית עזר) ולכן גם תיכון במשולש שווה השוקיים של הפאה.**

משפט פיתגורס ΔDCB **שהוא ישר זווית ושווה שוקיים:** $BC = 6\sqrt{2}$ **ס"מ ולכן** $BT = 3\sqrt{2}$ **ס"מ.**

משפט פיתגורס ΔSOB**:** $SB = \sqrt{6^2 + 15^2} = 3\sqrt{29}$ **ס"מ.**



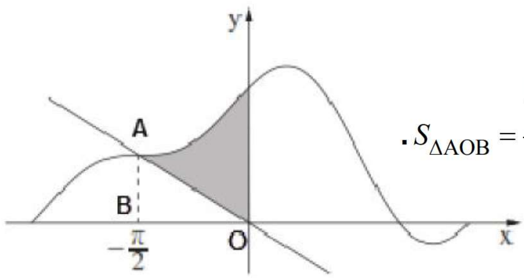
<u>ΔSTB</u>

$$\cos\sphericalangle SBT = \frac{BT}{SB} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{29}}$$

$$\sphericalangle SBT = 74.775°$$

תשובה: זווית הבסיס של פאה צדדית היא בת $74.775°$**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=a\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1$ **בתחום** $-\pi\le x\le\pi$.



$$x_{\text{A}}=-\frac{\pi}{2}$$

$$f(-\frac{\pi}{2})=a\cos(-\frac{\pi}{2})+\sin(2\cdot(-\frac{\pi}{2}))+1=1$$

ולכן שיעורי הנקודה $\text{A}(-\frac{\pi}{2},1)$ **ושטח המשולש** $S_{\Delta\text{AOB}}=\frac{\frac{\pi}{2}\cdot 1}{2}=\frac{\pi}{4}$.

$$\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}=\left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0}(a\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1)\,dx\right]-\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=(a\sin x-\frac{\cos 2x}{4}+x)\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}-(-a+\frac{1}{4}-\frac{\pi}{2})$$

$$\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+a-\frac{1}{4}+\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{a=1}$$

תשובה: $a=1$.

ב. $f(x)=\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+1$

נמצא תחילה את נקודות הקצה, שעל פי הציור הנתון הן על ציר ה- x **.**

$$f(\pi)=\cos\pi+\frac{1}{2}\sin(2\cdot\pi)+1=0 \quad \rightarrow \boxed{(\pi,0)}$$

$$f(-\pi)=\cos(-\pi)+\frac{1}{2}\sin(2\cdot(-\pi))+1=0 \quad \rightarrow \boxed{(-\pi,0)}$$

נמצא נקודות קיצון פנימיות.

$$\boxed{f'(x)=-\sin x+\cos 2x}$$

$$0=-\sin x+\cos 2x$$

$$\sin x=\cos 2x$$

$$\cos(90^\circ-x)=\cos 2x$$

$$90^\circ-x=2x+360^\circ k$$

$$-3x=-90^\circ+360^\circ k$$

$$\boxed{x=30^\circ+120^\circ k} \quad \rightarrow \boxed{x=\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}k}$$

$$90^\circ-x=-2x+360^\circ k$$

$$x=-90^\circ+360^\circ k \quad \rightarrow \boxed{x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k}$$

k	$x=\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}k$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$
0	$x=\frac{\pi}{6}$	$x=-\frac{\pi}{2}$
1	$x=\frac{5\pi}{6}$	

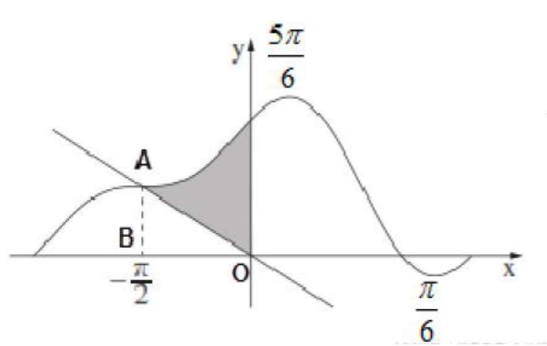
תשובות, על פי הסרטוט הנתון –

כאשר ניתן לראות שעבור $x=-\frac{\pi}{2}$ **יש נקודת פיתול, בה המשיק מקביל לציר ה-** x.

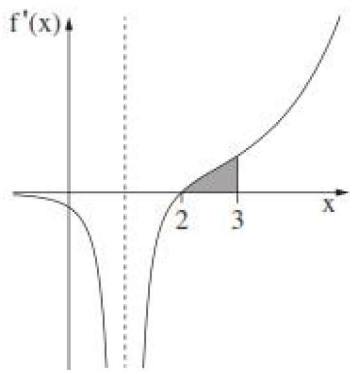
תשובה: $x=\frac{\pi}{6}$ **מקסימום,** $x=\frac{5\pi}{6}$ **מינימום.**

ג. בתחום הנתון קיימים שלושה משיקים, המקבילים לציר ה- x **: בנקודות הקיצון הפנימיות ובנקודת הפיתול.**

תשובה: שלושה משיקים.



א. על פי ציור גרף הנגזרת: $f'(2)=0$.



$$f(x)=\frac{e^{x-2}}{x-c}$$

$$f'(x)=\frac{e^{x-2}\cdot(x-c)-e^{x-2}}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{e^{x-2}(x-c-1)}{(x-2)^2}$$

$$0=2-c-1 \quad \leftarrow f'(2)=0$$

$$\boxed{c=1}$$

תשובה: $c=1$.

ב. $\boxed{f(x)=\frac{e^{x-2}}{x-1}}$

בתחום ההגדרה המכנה אינו מתאפס, ולכן $x\neq 1$.

תשובה: $x\neq 1$.

ג. על פי ציור גרף הנגזרת – הנגזרת עוברת משליליות לחיוביות עבור $x=2$ **,**

ולכן הפונקציה עוברת מירידה לעליה ו- $x=2$ **הוא מינימום.**

$$f(2)=\frac{e^{2-2}}{2-1}=1 \quad \rightarrow \boxed{(2,1)}$$

תשובה: $(2,1)$ **מינימום.**

ד. נחשב את השטח המבוקש.

$$\int_2^3 f'(x)\,dx=f(x)\Big]_2^3=f(3)-f(2)=$$

$$=\frac{e^{3-2}}{3-1}-1=\boxed{\frac{e}{2}-1=0.3591}$$

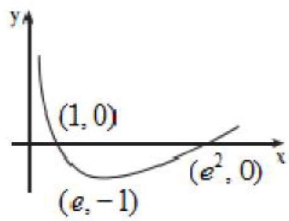
תשובה: גודל השטח הוא $\frac{e}{2}-1=0.3591$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(\ell n\, x)^2-2\ell n\, x$ **.**

הביטוי שמקבלת הפונקציה הלוגריתמית צ"ל חיובי, לכן תחום הגדרה $x>0$ **.**

תשובה: $x>0$ **.**

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.



$$f'(x)=\frac{2\ell n\, x}{x}-\frac{2}{x}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2\ell n\, x-2}{x}}$$

$$2\ell n\, x-2=0$$

$$\ell n\, x=1 \quad \to x=e \quad \to f(e)=(\ell n\, e)^2-2\ell n\, e=1-2=-1$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(2)=\dfrac{2\ell n\, 2-2}{+}<0 \\ f'(3)=\dfrac{2\ell n\, 3-2}{+}>0 \end{array}\right\} \boxed{(e,-1)}, Min$$

תשובה: $(e,-1)$ **, מינימום.**

ג. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **.**

$$0=(\ell n\, x)^2-2\ell n\, x$$

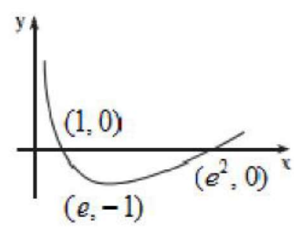
$$0=\ell n\, x(\ell n\, x-2)$$

$$\ell n\, x=0 \ \to \boxed{(1,0)}$$

$$\ell n\, x=2 \ \to \boxed{(e^2,0)}$$

תשובה: $(1,0)$ **,** $(e^2,0)$ **.**

ד. סקיצה של גרף הפונקציה.



ה. הפונקציה חיובית, כאשר הגרף מעל ציר ה- x **:** $x>e^2$ **או** $0<x<1$ **.**

$f'(x)$ **חיובית, כאשר** $f(x)$ **עולה:** $x>e$ **.**

תשובה: $f(x)$ **חיובית ו-** $f'(x)$ **חיובית עבור** $x>e^2$ **.**

ו. $g'(x)=f(x)$ **כאשר** $x>0$ **.**

עבור $x=1$ **-** $g'(x)$ **עוברת מחיוביות לשליליות, ולכן** $x=1$ **מקסימום של** $g(x)$ **.**

עבור $x=e^2$ **-** $g'(x)$ **עוברת משליליות לחיוביות, ולכן** $x=e^2$ **מינימום של** $g(x)$ **.**

תשובה: $x=1$ **מקסימום של** $g(x)$ **,** $x=e^2$ **מינימום של** $g(x)$ **.**