

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$, כאשר M_0 - הכמות ההתחלתית

a הוא גורם הגידול, M_t הכמות לאחר זמן t .

א. נשתמש בנוסחה $a = 1 \pm \frac{P}{100}$, כאשר P מייצג את אחוז הדעיכה השנתי במקרה זה.

$$a = 1 - \frac{8}{100} = 0.92 \quad \text{עבור מכונית א'}$$

$$60,000 \cdot 0.92^{10} = 79,000 \cdot a^{10} \quad /: 79,000$$

$$0.33 = a^{10}$$

$$\sqrt[10]{0.33} = a$$

$$\boxed{a = 0.895}$$

עבור מכונית ב' $a = 0.895$

$$0.895 = 1 - \frac{P}{100}$$

$$89.5 = 100 - P$$

$$P = 10.5$$

תשובה: הערך של מכונית ב' יורד ב- 10.5% כל שנה.

ב. בהנחה שהמחיר ההתחלתי של שתי המכוניות שווה (x ש"ח), נבדוק מתי ערך מכונית ב' $\frac{4}{5}$ מערך מכונית א'.

$$0.8x \cdot 0.92^t = x \cdot 0.895^t \quad /: x$$

$$0.8 \cdot 0.92^t = 0.895^t$$

$$0.8 = \frac{0.895^t}{0.92^t}$$

$$0.8 = \left(\frac{0.895}{0.92}\right)^t$$

$$\ln 0.8 \rightarrow \ln 0.9728^t$$

$$\ln 0.8 = t \ln 0.9728$$

$$\frac{\ln 0.8}{\ln 0.9728} = t$$

$$\boxed{t = 8.1}$$

תשובה: כעבור 8.1 שנים.

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = -2e^{-2x} + 3$.

(1) נמצא תחומי עלייה וירידה

$$f'(x) = 4e^{-2x}$$

נגזרת הפונקציה חיובית לכל x .

תשובה: הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x , הפונקציה $f(x)$ יורדת לאף x .

(2) בנקודת חיתוך עם חיתוך עם ציר y מתקיים $x = 0$ ונקבל $(0, 1)$

בנקודת חיתוך עם חיתוך עם ציר x מתקיים $y = 0$.

$$0 = -2e^{-2x} + 3$$

$$e^{-2x} = 1.5 \rightarrow -2x = \ln 1.5$$

$$x = -0.5 \ln 1.5$$

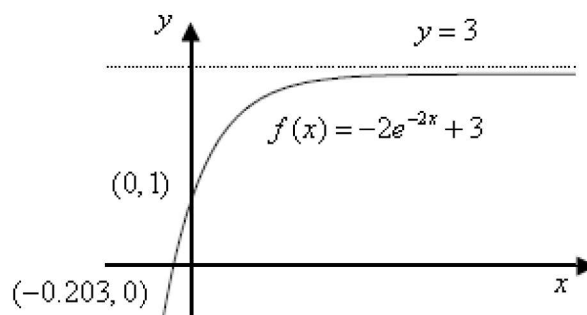
$$x = \ln 1.5^{-0.5}$$

$$x = \ln \sqrt{\frac{2}{3}} = -0.203$$

תשובה: $(-0.203, 0)$, $(0, 1)$

(3) נשים לב (לא נדרש בשאלה) שעבור $x \rightarrow \infty$ הביטוי $e^{-2x} \rightarrow 0$

$-2e^{-2x} + 3 \rightarrow 3$ ולכן אסימפטוטה אופקית $y = 3$.



ב. $f'(x) = 4e^{-2x}$

(1) $(f'(x))' = f''(x) = -8e^{-2x}$ ומכאן שנגזרת הפונקציה שלילית לכל x

תשובה: הפונקציה $f'(x)$ יורדת לכל x , הפונקציה $f'(x)$ עולה לאף x .

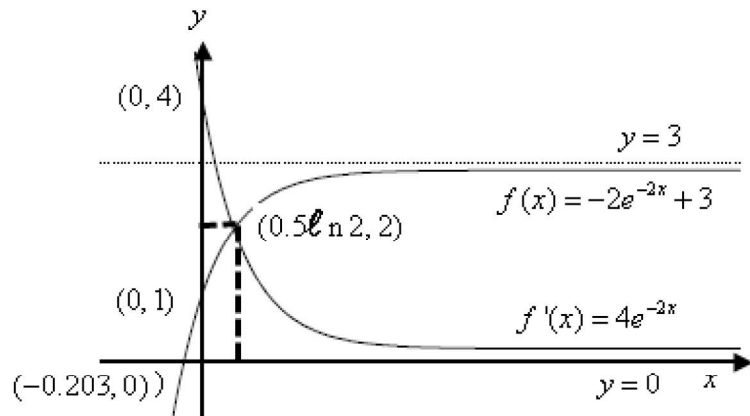
(2) נגזרת הפונקציה אינה מתאפסת ולכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

בנקודת חיתוך עם ציר y מתקיים $f'(0) = 4e^{-2 \cdot 0} = 4$ ונקבל $(0, 4)$

תשובה: $(0, 4)$

(3) נשים לב (לא נדרש בשאלה) שעבור $x \rightarrow \infty$ הביטוי $e^{-2x} \rightarrow 0$

ולכן אסימפטוטה אופקית $y = 0$



ג. נמצא את נקודת החיתוך שבין הגרפים של $f(x) = -2e^{-2x} + 3$ ושל $f'(x) = 4e^{-2x}$

$$4e^{-2x} = -2e^{-2x} + 3$$

$$6e^{-2x} = 3$$

$$e^{-2x} = 0.5$$

$$-2x = \ln 0.5$$

$$x = -0.5 \ln 0.5$$

$$x = 0.5 \ln 0.5^{-1}$$

$$x = 0.5 \ln 2$$

$$y = 4e^{-2x} = 4 \cdot 0.5 = 2$$

ובהתאם שיעורי נקודת החיתוך הם $(0.5 \ln 2, 2)$

ולכן שטח המלבן המבוקש הוא $\ln 2$ יח"ר $= 0.5 \ln 2 \cdot 2$

תשובה: $\ln 2 = 0.693$ יח"ר

א. נתונה הפונקציה $f(x) = a - \frac{1}{x}$ בתחום $x > 0$. .

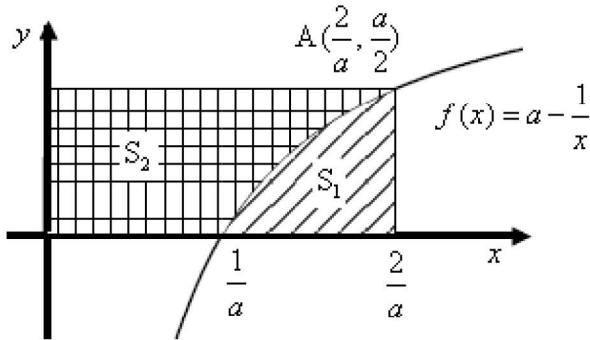
נציב $y = \frac{a}{2}$ בתבנית הפונקציה:

$$\frac{a}{2} = a - \frac{1}{x_A}$$

$$\frac{1}{x_A} = \frac{a}{2}$$

$$\boxed{x_A = \frac{2}{a}}$$

תשובה: $x_A = \frac{2}{a}$



ב. (1) נמצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x) = a - \frac{1}{x}$ עם ציר ה- x .

$$0 = a - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = a$$

$$x = \frac{1}{a}$$

S_1	
$f(x) = a - \frac{1}{x}$	פונקציה עליונה
$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = \frac{2}{a}$	x גדול
$x = \frac{1}{a}$	x קטן

$$S_1 = \int_{\frac{1}{a}}^{\frac{2}{a}} (a - \frac{1}{x} - 0) dx$$

$$S_1 = ax - \ln|x| \Big|_{\frac{1}{a}}^{\frac{2}{a}}$$

$$S_1 = (a \cdot \frac{2}{a} - \ln|\frac{2}{a}|) - (a \cdot \frac{1}{a} - \ln|\frac{1}{a}|)$$

$$S_1 = 2 - \ln 2 + \ln a - 1 + \ln 1 - \ln a \leftarrow \ln|\frac{1}{a}| = \ln \frac{1}{a} \leftarrow a > 0$$

$$\boxed{S_1 = 1 - \ln 2}$$

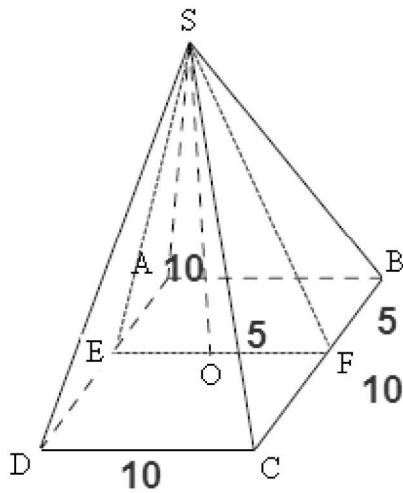
ובהתאם, השטח אינו תלוי ב- a

תשובה: הוכח

(2) S_2 הוא הפרש משטח המלבן (החסום על ידי הצירים והאנכים) ובין S_1

$$S_2 = \frac{2}{a} \cdot \frac{a}{2} - (1 - \ln 2) = 1 - 1 + \ln 2 = \ln 2$$

תשובה: הוכח



א. נוריד גובה SF לבסיס הפאה SBC.

בפירמידה ישרה המקצועות הצדיים שווים זה לזה והפאה היא מש"ש, ולכן הגובה הוא גם תיכון. גובה הפירמידה יורד למרכז המעגל החוסם, שהוא מפגש אלכסוני הריבוע, כאשר OF הוא קטע אמצעים במשולש BCD ומאונך ל-BC.

$$\text{ומכאן ש: } 5 \text{ ס"מ} = OF = \frac{10}{2}$$

זווית SFO היא הזווית שבין הפאה לבסיס,

כי היא הזווית שבין שני האנכים מהמישורים לישר החיתוך BC.

$$\triangle SFO$$

$$\tan \angle SFO = \frac{10}{5}$$

$$\boxed{\angle SFO = 63.435^\circ}$$

תשובה: הזווית בין הפאה של הפירמידה לבסיס היא 63.435° .

ב. כיוון שבסיס הפירמידה הוא ריבוע, הרי שפאות הפירמידה

חופפות זו לזה והגבהים SF ו-SE (לצלע AD) שווים

$$\angle ESF = 180^\circ - 2 \cdot 63.435^\circ = 53.13^\circ$$

תשובה: הזווית בין הגבהים היא בת 53.13° .

ג. הגובה למקצוע הבסיס הוא חוצה זווית הראש במש"ש CSB.

$$BF = \frac{10}{2} = 5 \text{ ס"מ}$$

$$\triangle SFO$$

$$\cos 63.435^\circ = \frac{5}{SF}$$

$$SF = \frac{5}{\cos 63.435^\circ}$$

$$SF = 11.18 \text{ ס"מ}$$

$$\triangle SBF$$

$$\tan \angle BSF = \frac{5}{11.18}$$

$$\angle BSF = 28.095^\circ$$

$$\boxed{\angle SFO = 48.19^\circ} \leftarrow 2 \cdot 28.095^\circ$$

תשובה: הזווית בין המקצועות הצדדים היא בת 48.19° .