

א. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת a_1, a_2, a_3, \dots , שמנתה $0 < q < 1$.

נראה שסדרת האיברים במקומות הזוגיים הנדסית.

כלומר המנה בין כל שני איברים במקומות הזוגיים (או אי-זוגיים) קבועה (אינה תלויה ב- n). $\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{a_n q^2}{a_n} = q^2$

ובהתאם זו סדרה הנדסית אינסופית, שמנתה q^2 , כאשר האיבר הראשון הוא $a_2 = a_1 q$.

נתון כי: $S = 4S_{\text{even}}$

$$S = 4S_{\text{even}}$$

$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{4a_1 q}{1-q^2} \quad /: a_1 \leftarrow a_1 > 0$$

$$\frac{1}{1-q} = \frac{4q}{1-q^2}$$

$$1-q^2 = 4q(1-q)$$

$$(1-q)(1+q) = 4q(1-q) \quad /: 1-q \neq 0$$

$$1+q = 4q$$

$$1 = 3q$$

$$\boxed{q = \frac{1}{3}}$$

תשובה: מנת הסדרה היא $\frac{1}{3}$.

ב. נמצא פי כמה גדול סכום הסדרה מסכום האיברים במקומות האי-זוגיים

$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{\frac{a_1}{1-q}}{\frac{a_1}{1-q^2}} \quad /: a_1 \leftarrow a_1 > 0$$

$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{a_1}{1-q} \cdot \frac{1-q^2}{a_1} \quad /: a_1 > 0$$

$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = \frac{(1-q)(1+q)}{1-q} \quad /: 1-q \neq 0$$

$$\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = 1+q = 1+\frac{1}{3}$$

$$\boxed{\frac{S}{S_{\text{Odd}}} = 1\frac{1}{3}}$$

תשובה: פי $1\frac{1}{3}$

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2x-a}$, $x \neq 0.5a$

כאשר $f'(0) = f'(1)$, המשיקים לפונקציה מקבילים, כי השיפועים (הנגזרות) שווים זה לזה בנקודות אלו.

$$f'(x) = -\frac{2}{(2x-a)^2} \text{ ובהתאם: } f'(1) = -\frac{2}{(2 \cdot 1 - a)^2} = \frac{-2}{(2-a)^2}, \quad f'(0) = -\frac{2}{(2 \cdot 0 - a)^2} = \frac{-2}{a^2}$$

נפתור את המשוואה $f'(0) = f'(1)$.

$$\frac{-2}{(2-a)^2} = \frac{-2}{a^2} \rightarrow a^2 = (2-a)^2$$

$$a = 2-a \quad a = a-2$$

$$2a = 1 \quad 0 = -2$$

$$\boxed{a=1} \quad \emptyset$$

תשובה: $a=1$

ב.
$$\boxed{f(x) = \frac{1}{2x-1}}$$

נמצא את משוואת המשיק בנקודה $x=1$.

שיפוע המשיק הוא $f'(1) = \frac{-2}{(2-1)^2} = -2$ ונקודת ההשקה: $(1,1) \rightarrow f(1) = \frac{1}{2 \cdot 1 - 1} = 1$

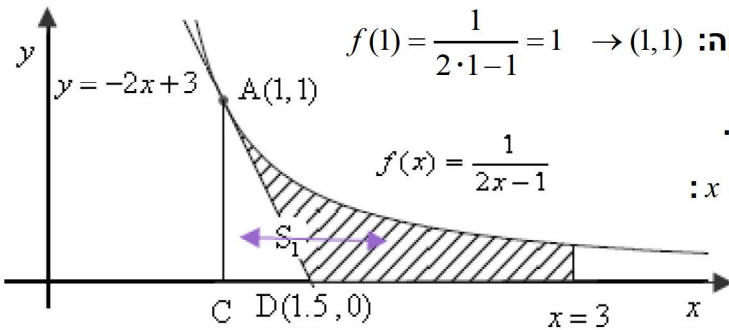
משוואת המשיק היא $y-1 = -2(x-1) \rightarrow y = -2x+3$.

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x :

$$0 = -2x+3 \rightarrow 2x=3 \rightarrow x=1.5 \rightarrow D(1.5, 0)$$

נוריד אנך AC מנקודת ההשקה לציר ה- x .

$$S_{\Delta ACD} = \frac{1 \cdot 0.5}{2} = 0.25 \quad \text{שטח } \Delta ACD$$



$$S_1 = \int_1^3 \left(\frac{1}{2x-1} - 0 \right) dx = \frac{\ell n|2x-1|}{2} \Big|_1^3$$

$$S_1 = \frac{\ell n|2 \cdot 3 - 1|}{2} - \frac{\ell n|2 \cdot 1 - 1|}{2} = 0.5 \ell n 5$$

$$S_1 = \ell n \sqrt{5} \leftarrow 0.5 \ell n 5 = \ell n 5^{0.5} = \ell n \sqrt{5}$$

ובהתאם, גודל השטח המקווקו: $\boxed{\ell n \sqrt{5} - 0.25}$

תשובה: $\ell n \sqrt{5} - 0.25 = 0.5547$ יח"ר.

S_1	
$f(x) = \frac{1}{2x-1}$	פונקציה עליונה
$y = 0$	פונקציה תחתונה
$x = 3$	x גדול
$x = 1$	x קטן

א. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{x^2} + e^{-x^2}$.

תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל x .

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן:

$$f'(x) = 2xe^{x^2} - 2xe^{-x^2}$$

$$0 = 2xe^{x^2} - 2xe^{-x^2} \rightarrow 0 = 2x(e^{x^2} - e^{-x^2})$$

$$x = 0 \rightarrow y = e^{0^2} + e^{-0^2} = 2 \rightarrow (0, 2)$$

$$e^{x^2} - e^{-x^2} = 0 \rightarrow e^{x^2} = e^{-x^2} \rightarrow x^2 = -x^2 \rightarrow 2x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

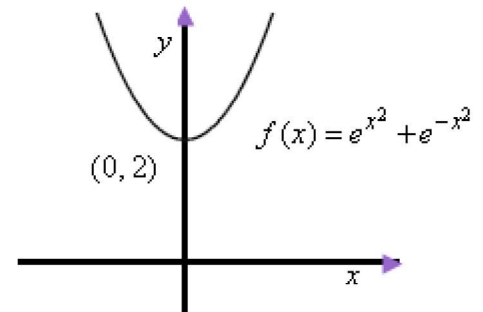
נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה

$$f'(-1) = 2 \cdot (-1) \cdot e^{(-1)^2} - 2 \cdot (-1) \cdot e^{-(-1)^2} = -4.7 < 0 \quad f'(1) = 2 \cdot 1 \cdot e^{1^2} - 2 \cdot 1 \cdot e^{-1^2} = 4.7 > 0$$

-1	0	1	x
-	0	+	y'
↘	Min	↗	מסקנה

תשובה: (0, 2) מינימום.

ג. הסקיצה המתאימה



ד. נמצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר $y = 2.5$, כאשר $x < 0$ בתחום הירידה של הפונקציה.

$$2.5 = e^{x^2} + e^{-x^2}$$

$$2.5 = e^{x^2} + \frac{1}{e^{x^2}} \quad \boxed{e^{x^2} = t}$$

$$2.5 = t + \frac{1}{t} \rightarrow t^2 - 2.5t + 1 = 0 \rightarrow t_{1,2} = \frac{2.5 \pm 1.5}{2}$$

$$t_1 = 2 \rightarrow e^{x^2} = 2 \rightarrow x^2 = \ln 2 \rightarrow x = -0.833 \leftarrow x < 0$$

$$t_2 = 0.5 \rightarrow e^{x^2} = 0.5 \rightarrow x^2 = \ln 0.5 < 0 \rightarrow \emptyset$$

תשובה: (-0.833, 2.5)

א. הגובה הפירמידה שווה באורכו לאלכסון הבסיס ($SO = AC$).

כיון שהאלכסונים בריבוע חוצים זה את זה, הרי ש- $OC = OA = 0.5 SO$

הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא $\angle SCO$

שהיא הזווית שבין המקצוע צדדי SC להיטל שלו על הבסיס OC .

$$\triangle SCO$$

$$\tan \angle SCO = \frac{SO}{CO}$$

$$\tan \angle SCO = 2$$

$$\angle SCO = 63.43^\circ$$

תשובה: הזווית בין מקצוע צדדי לבין מישור הבסיס של הפירמידה היא בת 63.43° .

ב. נתון כי $AC = 7$ ס"מ ולכן גם $SO = 7$ ס"מ.

על פי משפט פיתגורס, כאשר x אורך צלע ריבוע הבסיס:

$$\triangle ABC$$

$$7^2 = x^2 + x^2$$

$$49 = 2x^2$$

$$24.5 = x^2$$

$$x = 4.95$$

תשובה: אורך הצלע הבסיס הוא 4.95 ס"מ.

ג. נמצא את $\angle SCB$ ששווה ל- $\angle SAB$ כי פאות הפירמידה הריבועית חופפות.

נמצא את אורך SC - המקצוע הצדדי.

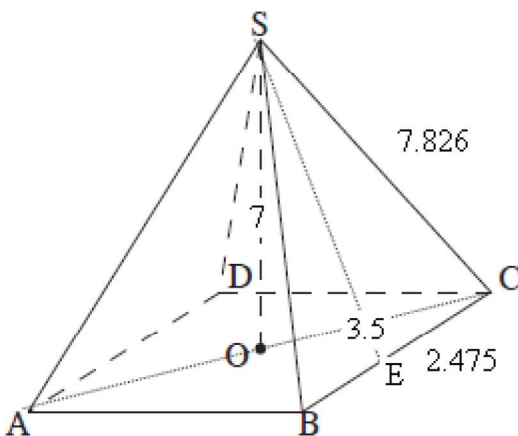
$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{7}{2} = 3.5 \text{ ס"מ} \quad \text{כי כאמור האלכסונים בריבוע חוצים זה את זה}$$

על פי משפט פיתגורס:

$$\triangle SOC$$

$$(SC)^2 = 7^2 + 3.5^2$$

$$SC = 7.826 \text{ ס"מ}$$



$$CE = \frac{4.95}{2} = 2.475 \text{ מ"ס} \quad \text{כי SE (גובה ותיכון לצלע AB) .}$$

$\triangle SEC$

$$\cos \angle SCE = \frac{CE}{SE}$$

$$\cos \angle SCE = \frac{2.475}{7.826}$$

$$\angle SCE = 71.56^\circ$$

תשובה: הזווית שבין SB לבין AB היא 71.56° .